

5. domácí úloha ze semináře z matematiky II, 4. 4. 2017

Z dvojice úloh **A** a **B** je druhá obtížnější a je určena těm, pro které je prvá úloha jednoduchá. Stačí, když odevzdáte řešení jedné z nich.

1A. Na semináři jsme dokázali, že spojitá funkce $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, která má v bodech intervalu (a, b) derivaci a $f(a) = f(b)$, má v nějakém bodě $x_0 \in (a, b)$ derivaci rovnou 0. Pomocí této věty dokažte:

Je-li $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ spojitá a má-li v (a, b) derivaci, existuje $x_0 \in (a, b)$ tak, že

$$g'(x_0) = \frac{g(b) - g(a)}{b - a}.$$

1B. Nechť funkce f má ve všech bodech intervalu $[a, b]$ derivaci a nechť

$$f'(a) < 0 < f'(b).$$

Dokažte, že potom existuje $x_0 \in (a, b)$ takové, že

$$f'(x_0) = 0.$$