

Lineární programování – jaro 2011 – 3. termín

- (15 bodů)** Uvažujme n různých chemikálií, přičemž 1 kg i -té chemikálie má hodnotu h_i , zabere ve skladu p_i metrů čtverečních a vyžaduje na chlazení výkon v_i W, pro $i = 1, \dots, n$. Máme k dispozici sklad o ploše p metrů čtverečních s chlazením o výkonu v W. Formulujte variantu Farkasova lemmatu udávající nutnou a postačující podmínku, kterou musejí splňovat čísla $h, p, v, h_i, p_i, v_i \in \mathbb{Q}^+$, abychom byli schopni skladovat chemikálie v celkové hodnotě alespoň h . (Uvažujeme množství skladovaných chemikálií vyjádřitelná racionálními čísly.)
- (20 bodů)** Určete funkci f vektoru proměnných z , matici F a vektor h takové, že úloha lineárního programování

$$\max \{ f \mid zF \leq h, z \geq 0 \}$$

je duální k úloze

$$\min \{ cx \mid Ax = By + d, x \leq y \leq 1 \}.$$

Formulujte větu o dualitě pro tuto dvojici úloh.

(x a y jsou vektory proměnných stejné dimenze a 1 značí vektor $(1, \dots, 1)^T$.)

- (25 bodů)** Formulujte větu o rozkladu polyedrů a definujte v ní použité pojmy. Dokažte tu implikaci této věty, která říká, že každý polyedr je možné rozložit. Dejte příklad takového rozkladu polyedru

$$\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq 0, y \geq 0, x + y \geq 1 \}.$$

- (30 bodů)** Řešte primární simplexovou metodou úlohu maximalizovat

$$-8x - 10y + 11z$$

při omezeních $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$ a

$$2x + 3y - 3z \geq 9,$$

$$3x + 4y - 5z \geq 11.$$

Po jejím vyřešení přidejte další omezení

$$x + y - z \leq 2$$

a úlohu dořešte duální simplexovou metodou.