

Jedenácté a dvanácté cvičení – planimetrické úlohy na shodnosti a podobnosti

Úloha 1. Sestrojte kružnici k , která se dotýká kružnice l a přímky p v daném bodě $P \in p$. Předpokládejte přitom, že bod P neleží ve vnitřní oblasti kružnice l ani na jejím obvodu. (Druh Pappovy úlohy typu kp_T .)

Úloha 2. Je dána přímka p a mimo ní bod C . Sestrojte trojúhelník ABC , pro který známe velikost úhlu γ , velikost úsečky AB a pro který platí $A \in p$, $B \in p$.

Úloha 3. Sestrojte kružnici k , která se dotýká dvou různoběžných přímek p, q a kružnice l , kde l protíná každou z přímek p, q ve dvou různých bodech. (Druh Apolloniovy úlohy typu ppk .)

Úloha 4. Sestrojte všechny společné tečny dvou různých kružnic k, l a proveďte úplnou diskuzi vzhledem k jejich poloze a velikosti (nenulového) poloměru.

Úloha 5. Sestrojte pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu C , jsou-li dány velikosti t_b a c .

Úloha 6. Je dána kružnice k o poloměru r , přímka p a délka $a \leq 2r$. Sestrojte čtverec $ABCD$ o straně délky a , pro který platí $A \in k$, $B \in k$, $C \in p$.

Úloha 7. Sestrojte kružnici k , která se dotýká dvou různoběžných přímek p, q , přičemž přímky p se dotýká v daném bodě P . (Druh Pappovy úlohy typu pp_T .)

Úloha 8. Sestrojte trojúhelník ABC , je-li dán jeho obvod a velikosti dvou vnitřních úhlů.

Úloha 9. Sestrojte kružnici k , která se dotýká dvou různých kružnic l, m , přičemž kružnice l se dotýká v daném bodě P . Předpokládejte přitom, že bod P neleží ve vnitřní oblasti kružnice m ani na jejím obvodu. (Druh Pappovy úlohy typu kk_T .)

Úloha 10. Sestrojte kružnici k , která se dotýká dvou různoběžných přímek p, q a prochází bodem P , kde $P \notin p$ a $P \notin q$. (Druh Apolloniovy úlohy typu Bpp .)

Úloha 11. Sestrojte lichoběžník $ABCD$, jsou-li dány velikosti obou základů a obou úhlopříček.

Úloha 12. Je dána přímka p a na ní bod C . Dále jsou dány dvě různoběžné přímky a, b , obě různé od p . Sestrojte všechny rovnoramenné trojúhelníky ABC se základnou AB , pro které platí $A \in a$, $B \in b$ a $S_{AB} \in p$.

Úloha 13. Sestrojte kružnici k , která se dotýká dvou různoběžných přímek p, q a kružnice l , kde $p \cap l = \emptyset$ a $q \cap l = \emptyset$. (Druh Apolloniovy úlohy typu ppk .)

Úloha 14. Sestrojte trojúhelník ABC , jsou-li dány velikosti t_c , α a β .

Úloha 15. Je dán čtverec $ABCD$. Vepište do tohoto čtverce rovnostranný trojúhelník, jehož jeden vrchol je bod A .

Řešení

1. Stejnolehlost kružnic k, l . 1 nebo 2 řešení.
2. Posunutí úsečky AB po přímce p . 0,1 nebo 2 řešení.
3. Stejnolehlost kružnic k, l . 8 řešení.
4. Stejnolehlost obou kružnic. 0,1,2,3 nebo 4 řešení.
5. Středová souměrnost se středem S_{AC} . 1 řešení.
6. Otočení tětiny AB kolem středu kružnice k . Až 4 řešení.
7. Stejnolehlost v bodě P . 2 řešení.
8. Dvě osové souměrnosti nebo stejnoolehlost se středem v C . 1 řešení.
9. Stejnolehlost kružnic k, m . 1 nebo 2 řešení.
10. Stejnolehlost se středem v průsečíku přímk p, q . 2 řešení.
11. Posunutí o velikost strany CD . 1 řešení.
12. Osová souměrnost podle přímky p . 1 řešení.
13. Stejnolehlost kružnic k, l . 4 řešení.
14. Středová souměrnost se středem S_{AB} . 1 řešení.
15. Otočení kolem bodu A o $\frac{\pi}{3}$. 1 řešení.