Cvičení 1.

Úkol 1.: Použijte funkci simulace_DNV.m pro příklad z přednášky (Opakovaně vypisovaných výběrových řízení se účastní vždy 4 firmy, označme je A, B, C, D. Pravděpodobnost, že jejich nabídky budou vybrány, jsou postupně 0,2; 0,3; 0,4 a 0,1.) Pro různá n (např. n = 10, 100, 200, 500, 1000, 2000) simulujte výsledky konkurzů. Pokaždé vytvořte tabulku rozložení četností variant 1, 2, 3, 4 (funkce tabulate) a sledujte, jak s rostoucím n se relativní četnosti přibližují k pravděpodobnostem těchto variant, tj. k číslům 0,2; 0,3; 0,4; 0,1.
Nepovinný úkol: Pokuste se výsledky znázornit graficky, tedy prostřednictvím čtyř grafů, kde na vodorovné ose bude n a na svislé ose relativní četnost příslušné varianty.

Nepovinný úkol: Hráči šachu, označme je A a B, jsou stejně silní a hrají spolu tři partie. Nerozhodný výsledek partie je vyloučen a výsledky jsou nezávislé. Náhodná veličina X udává počet výher hráče A. Pomocí funkce simulace_DNV simulujte výsledky n-násobného opakování těchto tří partií (např. n = 20, 100, 200, 500). Pokaždé vytvořte tabulku rozložení četností variant 0,1,2,3 a získané relativní četnosti porovnejte s pravděpodobnostmi variant 0,1,2,3.
Návod: Vektor rozložení pravděpodobností diskrétní náhodné veličiny X lze získat pomocí funkce binopdf.

Úkol 2.: Použijte funkci sim_expon.m pro různé hodnoty parametru lambda (např. lambda = 0,1; 0,5; 1; 2) a pro různá n (např. n = 10, 100, 200, 500, 1000, 2000). Pomocí funkce hist.m vykreslete (aspoň pro některé kombinace parametrů n, lambda) histogramy těchto realizací.
Upozornění: V MATLABu lze realizace náhodné veličiny s exponenciálním rozložením generovat též pomocí funkce exprnd.

Úkol 3.: Pomocí funkcí clv.m, clv_polynom.m a BM_transformace.m generujte pro různé parametry mi, sigma a různá n realizace normálně rozložené náhodné veličiny.

Úkol 4.: Pro parametry mi = 0, sigma = 1, n = 1000 vygenerujte pomocí tří výše uvedených funkcí clv.m, clv_polynom.m a BM_transformace.m realizace normálně rozložené náhodné veličiny. Pokaždé vypočtěte průměr a směrodatnou odchylku a porovnejte s teoretickými hodnotami 0 a 1. Vypočítejte rovněž minimum a maximum.

Nepovinný úkol: Pro realizace získané v úkolu 4 vytvořte graf empirické distribuční funkce a porovnejte ho s grafem distribuční funkce rozložení N(0,1). Odlišnost empirické distribuční funkce od teoretické distribuční funkce posuďte pomocí součtu kvadrátů odchylek příslušných funkčních hodnot.
Návod:
Hodnoty proměnné realizace setřídíme vzestupně a uložíme do proměnné x: x=sort(realizace);
Do proměnné y1 uložíme hodnoty empirické distribuční funkce: y1=[1:n]‘/n;
Do proměnné y2 uložíme hodnoty distribuční funkce rozložení N(0,1): y2=normcdf(x,0,1);
Do jednoho obrázku nakreslíme graf obou funkcí: plot(x,y1,x,y2).
Součet kvadrátů odchylek vypočteme takto: (y1-y2)’*(y1-y2)

Úkol 5.: Je známo, že příjmy obyvatel lze modelovat pomocí exponenciálního rozložení. Nechť náhodná veličina X udává měsíční příjem náhodně vybraného zaměstnance. Předpokládejme, že X ~ Ex(λ). Podle údajů Českého statistického úřadu dosáhla průměrná hrubá mzda v ČR ve 3. čtvrtletí roku 2016 hodnoty 27 220 Kč, mediánová mzda byla 23 527.

a) Pomocí funkce sim_expon nebo exprnd náhodně vygenerujte příjmy n = 1000, 10 000 a 100 000 osob (střední hodnotu volte 27 220) a vytvořte histogram vygenerovaných příjmů.
V MATLABu: r = exprnd(27220,n,1); hist(r)

b) Pro každou sérii simulací vypočtěte průměrný příjem a vypočtěte medián příjmů.
Zjištěné hodnoty porovnejte s teoretickými hodnotami: střední hodnota = 27220 Kč, medián = 18 867 Kč.
Poznámka: Výpočet mediánu:

$$0{,}5 = \Phi\left(x_{0,5}\right) = 1 - e^{-\lambda x_{0,5}} \Rightarrow x_{0,5} = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(1-0{,}5\right) = \frac{\ln 2}{\lambda} = 27220 \cdot \ln 2 = 18867$$

V MATLABu: m = mean(r)
x50 = median(r)

c) Pro každou sérii simulací zjistěte, kolik procent osob bude mít podprůměrné příjmy.
Zjištěnou hodnotu porovnejte s teoretickou hodnotou 63,2%.
Poznámka: Výpočet podílu osob s podprůměrnými příjmy:

$$P\left(X < \frac{1}{\lambda}\right) = \int_0^{\frac{1}{\lambda}} \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-1} = 0{,}6321$$

V MATLABu:
pocet=sum(r<m);
procento=100*pocet/n