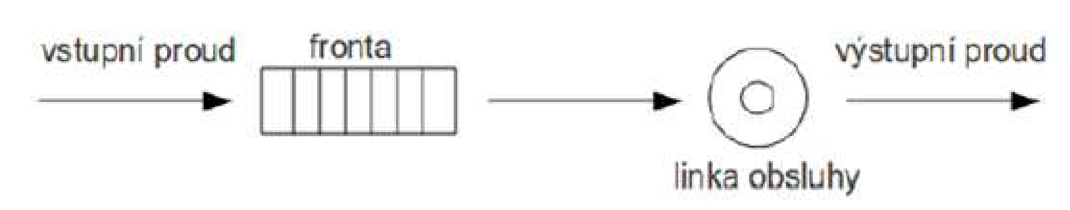
7. Systémy hromadné obsluhy s neomezenou kapacitou

7.1. Systém M/M/1/∞/FIFO

Vstupní proud zákazníků je Poissonův proces s parametrem λ, doba obsluhy se řídí rozložením Ex(μ), v systému je jedna linka obsluhy, kapacita systému je neomezená, frontový režim je „první vstupuje, první je obsloužen“.

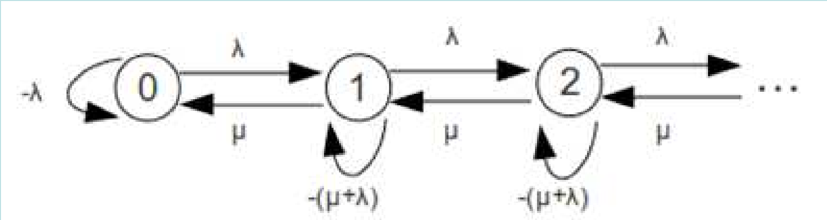
Ilustrace:



Počet zákazníků v systému v čase t je náhodná veličina X_t. Stochastický proces $\{X_t; t \in T\}$ je proces vzniku a zániku s množinou stavů J = {0, 1, …}, vektorem počátečních pravděpodobností $\mathbf{p}(0) = (1, 0, 0, \dots)$ a maticí intenzit přechodu

$$Q = \begin{pmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 & \dots \\ \mu & -(\lambda+\mu) & \lambda & 0 & \dots \\ 0 & \mu & -(\lambda+\mu) & \lambda & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Přechodový diagram:



Odvození stacionárního rozložení: Řešíme systém rovnic **aQ** = **0**, $\sum_{j=0}^{\infty} a_j = 1$.

$$(a_0 \quad a_1 \quad a_2 \quad \dots)\begin{pmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 & \dots \\ \mu & -(\lambda+\mu) & \lambda & 0 & \dots \\ 0 & \mu & -(\lambda+\mu) & \lambda & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix} = (0 \quad 0 \quad 0 \quad \dots)$$

$$-\lambda a_0 + \mu a_1 = 0 \Rightarrow a_1 = \frac{\lambda}{\mu} a_0$$

$$\lambda a_0 - (\lambda+\mu)a_1 + \mu a_2 = 0 \Rightarrow a_2 = -\frac{\lambda}{\mu} a_0 + \frac{\lambda+\mu}{\mu} a_1 = -\frac{\lambda}{\mu} a_0 + \frac{\lambda+\mu}{\mu} \cdot \frac{\lambda}{\mu} a_0 = \frac{-\lambda\mu + \lambda^2 + \lambda\mu}{\mu^2} a_0 = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 a_0$$

$$\lambda a_1 - (\lambda+\mu)a_2 + \mu a_3 = 0 \Rightarrow a_3 = -\frac{\lambda}{\mu} a_1 + \frac{\lambda+\mu}{\mu} a_2 = -\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 a_0 + \frac{\lambda+\mu}{\mu} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^2 a_0 = \frac{-\lambda^2\mu + \lambda^3 + \lambda^2\mu}{\mu^3} a_0 = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^3 a_0$$

Obecně: $a_j = \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j a_0$. Přitom

$$1 = \sum_{j=0}^{\infty} a_j = a_0 + \sum_{j=1}^{\infty} a_j = a_0 + \sum_{j=1}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j a_0 \Rightarrow a_0 = \frac{1}{1 + \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1-\frac{\lambda}{\mu}}} = \frac{1}{1+\frac{\lambda}{\mu-\lambda}} = \frac{\mu-\lambda}{\mu} = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

Řada $\sum_{j=0}^{\infty}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{j}$ absolutně konverguje, když $\lambda < \mu$. Podíl $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ se nazývá intenzita provozu.
Vyjadřuje využití linky obsluhy, tj. průměrný počet vstupů během průměrné doby obsluhy.
Systém se může stabilizovat, pokud $\rho < 1$.

Stacionární rozložení: $a_j = \rho^j(1-\rho)$, $j = 0, 1, \dots$

Počet N zákazníků ve stabilizovaném systému se tedy řídí rozložením $Ge(1-\rho)$.

Pro připomenutí: $X \sim Ge(\vartheta)$, když $\pi(x) = \begin{cases} (1-\vartheta)^x \vartheta \text{ pro } x = 0,1,2,\dots \\ 0 \text{ jinak} \end{cases}$, $E(X) = \frac{1-\vartheta}{\vartheta}$

Význam parametru ρ:
Je-li $\rho < 1$, bude po dostatečně dlouhé době pravděpodobnost vzniku fronty určité délky stále stejná.
Je-li $\rho \geq 1$, systém se nedostane do stacionárního stavu a pravděpodobnost vzniku fronty neomezené délky se bude blížit 1.

Odvození charakteristik stabilizovaného systému:

Protože N ~ Ge(1-ρ), je $E(N) = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\frac{\lambda}{\mu}}{1-\frac{\lambda}{\mu}} = \frac{\lambda}{\mu-\lambda}$.

Z Littleova vzorce ($\lambda = \frac{E(N)}{E(W)}$) dostáváme $E(W) = \frac{1}{\mu-\lambda}$.

Dále víme, že W_S ~ Ex(μ), tedy $E(W_S) = \frac{1}{\mu}$. Protože $E(W_Q) = E(W) - E(W_S)$, dostáváme po dosazení $E(W_Q) = \frac{1}{\mu-\lambda} - \frac{1}{\mu} = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{\rho}{\mu-\lambda}$.

Z Littleova vzorce dále plyne $E(N_S) = \lambda E(W_S) = \frac{\lambda}{\mu} = \rho$. A dále $E(N_Q) = \lambda E(W_Q) = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)}$.

Přehled charakteristik stabilizovaného systému:

Střední hodnota počtu zákazníků v systému: $E(N) = \dfrac{\lambda}{\mu - \lambda}$.

Střední hodnota počtu zákazníků ve frontě: $E(N_Q) = \dfrac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)}$.

Střední hodnota počtu obsluhovaných zákazníků: $E(N_S) = \dfrac{\lambda}{\mu}$.

Střední hodnota doby strávené v systému: $E(W) = \dfrac{1}{\mu - \lambda}$.

Střední hodnota doby strávené ve frontě: $E(W_Q) = \dfrac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$.

Střední hodnota doby obsluhy: $E(W_S) = \dfrac{1}{\mu}$.

Pravděpodobnost, že zákazník najde volnou linku: $a_0 = 1 - \rho = 1 - \dfrac{\lambda}{\mu}$.

Pravděpodobnost, že zákazník bude čekat ve frontě: $1 - a_0 = \rho = \dfrac{\lambda}{\mu}$.

Charakteristiky stabilizovaného systému M/M/1/∞/FIFO počítá funkce neomezeny_1.m
%Syntaxe: [a0,ro,ENS,ENQ,EN,EWS,EWQ,EW]=neomezeny_1(lambda,mi)
%Vstupní parametry:
% lambda .... parametr vstupního proudu
% mi .... parametr obsluhy
%
% Výstupní parametry:
% a0 .... pravděpodobnost, že v systému nebude žádný zákazník
% ro .... intenzita provozu
% ENS .... střední hodnota počtu obsluhovaných zákazníků
% ENQ .... střední hodnota počtu zákazníků ve frontě
% EN .... střední hodnota počtu zákazníků v systému
% EWS .... střední hodnota doby, kterou zákazník stráví obsluhou
% EWQ .... střední hodnota doby, kterou zákazník stráví ve frontě
% EW .... střední hodnota doby, kterou zákazník stráví v systému

7.2. Simulace činnosti systému M/M/1/∞/FIFO

K novinovému stánku přijde v průměru 30 zákazníků za hodinu. Vstupní proud zákazníků je Poissonův proces. Obsluha jednoho zákazníka trvá v průměru 1,5 minuty a řídí se exponenciálním rozložením. Simulujte činnost tohoto systému hromadné obsluhy pomocí MATLABu pro 30, 300 a 3000 zákazníků a empirické charakteristiky systému porovnejte s teoretickými. (Simulaci činnosti systému M/M/1/∞/FIFO provádí funkce simulace_1.m)

Řešení:

Intenzita vstupního proudu zákazníků: $\lambda = \frac{30}{60} = \frac{1}{2}$ zákazníka za 1 minutu

Intenzita obsluhy: $\mu = \frac{1}{1{,}5} = \frac{2}{3}$ zákazníka za 1 minutu

Intenzita provozu: $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1/2}{2/3} = \frac{3}{4} < 1$, systém se může stabilizovat

$E(N) = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{1/2}{2/3 - 1/2} = 3$. U novinového stánku se průměrně nacházejí 3 zákazníci.

$E(N_Q) = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{1/4}{2/3(2/3 - 1/2)} = \frac{9}{4} = 2{,}25$. Ve frontě čeká v průměru 2,25 zákazníků.

$E(N_S) = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{1/2}{2/3} = \frac{3}{4} = 0{,}75$. Průměrně je obsluhováno 0,75 zákazníků.

$E(W) = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{2/3 - 1/2} = 6$. V průměru stráví zákazník u stánku 6 minut.

$E(W_Q) = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{1/2}{2/3(2/3 - 1/2)} = \frac{9}{2} = 4{,}5$. Zákazník čeká ve frontě v průměru 4,5 minuty.

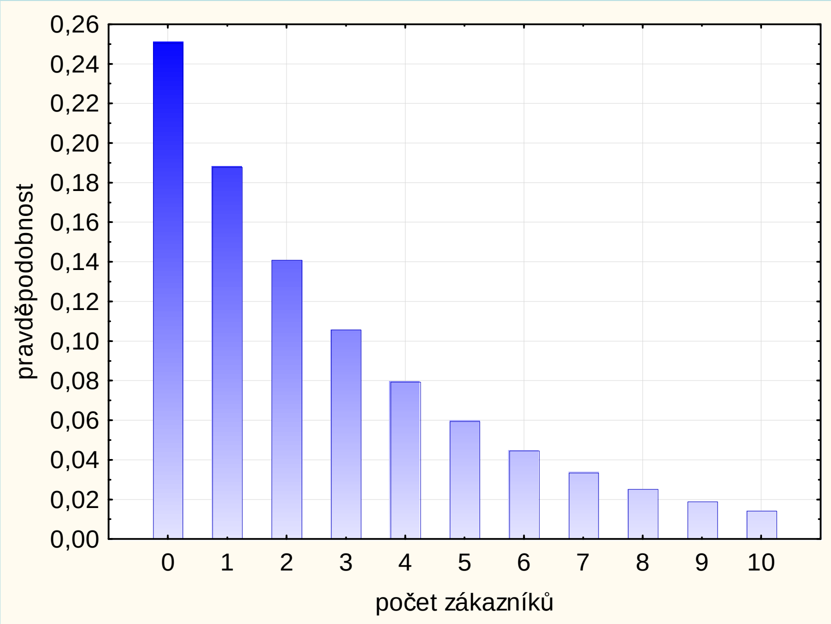
$E(W_S) = \frac{1}{\mu} = \frac{1}{2/3} = \frac{3}{2} = 1{,}5$. Zákazník je obsluhován v průměru 1,5 minuty.

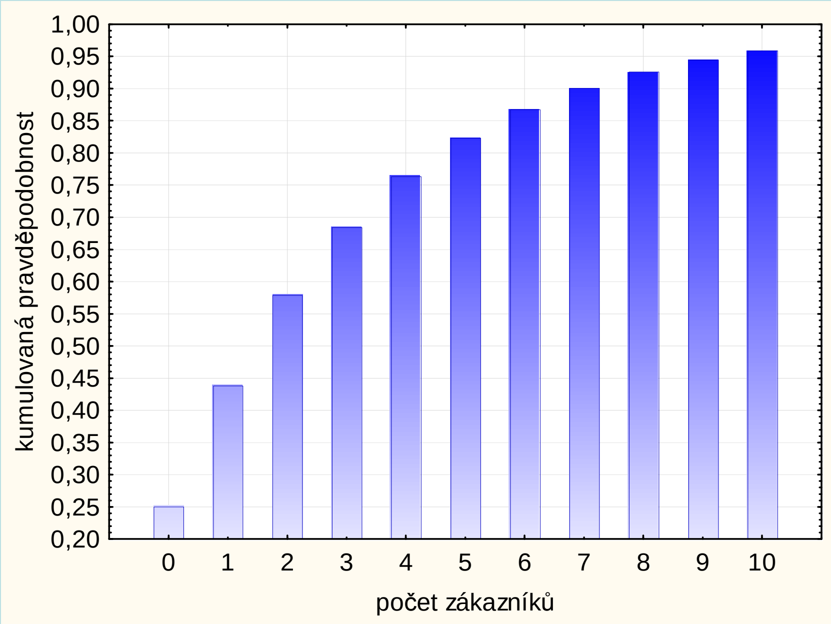
Pravděpodobnost, že zákazník nebude čekat ve frontě: $a_0 = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

Pravděpodobnostní rozložení počtu zákazníků v systému: $a_j = \rho^j(1-\rho) = \left(\frac{3}{4}\right)^j \frac{1}{4}$, j = 0, 1, 2, …

počet zákazníků	**pravděpodobnost**	**kumulovaná pravděpodobnost**
0	0,250	0,250
1	0,188	0,438
2	0,141	0,578
3	0,105	0,684
4	0,079	0,763
5	0,059	0,822
6	0,044	0,867
7	0,033	0,900
8	0,025	0,925
9	0,019	0,944
10	0,014	0,958

Grafické znázornění pravděpodobnosti a kumulované pravděpodobnosti počtu zákazníků





Výsledky simulace pro 30 zákazníků

Vysvětlivky:
IMP … intervaly mezi příchody zákazníků
DO … doby obsluhy zákazníků
OPZ … okamžiky příchodů zákazníků
ZO … začátky obsluhy zákazníků
KO … konce obsluhy zákazníků
CZ … čekání zákazníků na obsluhu
NLO … nevyužití linky obsluhy

Č. zák.	IMP	DO	OPZ	ZO	KO	CZ	NLO
1	4,4764	1,311	4,4764	4,4764	5,7874	0	4,4764
2	0,0777	4,504	4,554	5,7874	10,2914	1,2333	0
3	10,7486	0,1535	15,3026	15,3026	15,4561	0	5,0112
4	0,51	0,0852	15,8126	15,8126	15,8978	0	0,3565
5	0,4035	1,0674	16,2161	16,2161	17,2835	0	0,3183
6	0,2815	1,0723	16,4977	17,2835	18,3558	0,7859	0
7	4,9435	1,6283	21,4412	21,4412	23,0695	0	3,0854
8	1,8337	0,158	23,2748	23,2748	23,4328	0	0,2054
9	2,6951	1,4944	25,97	25,97	27,4644	0	2,5372
10	0,4461	3,2946	26,4161	27,4644	30,759	1,0483	0

11	1,6814	0,3722	28,0975	30,759	31,1312	2,6615	0
12	0,1872	1,4134	28,2847	31,1312	32,5447	2,8466	0
13	3,4092	2,1301	31,6939	32,5447	34,6748	0,8508	0
14	2,6651	1,3598	34,359	34,6748	36,0346	0,3158	0
15	3,8546	3,508	38,2136	38,2136	41,7216	0	2,179
16	3,9892	3,0377	42,2028	42,2028	45,2405	0	0,4812
17	0,2802	0,0895	42,4829	45,2405	45,3301	2,7576	0
18	1,0905	0,0673	43,5734	45,3301	45,3973	1,7567	0
19	1,1962	0,8295	44,7696	45,3973	46,2269	0,6278	0
20	3,8627	4,2256	48,6323	48,6323	52,8579	0	2,4054
21	0,3179	2,1737	48,9502	52,8579	55,0316	3,9077	0
22	0,9495	1,5613	49,8996	55,0316	56,5928	5,1319	0
23	2,0942	0,2955	51,9938	56,5928	56,8883	4,599	0
24	1,334	6,2597	53,3278	56,8883	63,1481	3,5605	0
25	1,8236	4,719	55,1514	63,1481	67,8671	7,9967	0
26	5,1549	2,6669	60,3063	67,8671	70,5339	7,5607	0
27	2,8549	0,6482	63,1612	70,5339	71,1821	7,3727	0
28	4,186	0,4685	67,3472	71,1821	71,6507	3,8349	0
29	3,3866	0,6514	70,7338	71,6507	72,3021	0,9168	0
30	2,8546	1,1947	73,5885	73,5885	74,7832	0	1,2864
x	Průměr=2,45	Průměr=1,75	x	x	x	Průměr=1,99	Součet=22,34

Ověření, že vstupní proud zákazníků je Poissonův proces:

Nejprve na hladině významnosti 0,05 otestujeme hypotézu, že intervaly mezi příchody zákazníků se řídí exponenciálním rozložením. Použijme jednoduchý (Darlingův) test exponenciálního rozložení. Testová statistika $K = \frac{(n-1)S^2}{M^2}$ nabývá hodnoty 23,794, odpovídající p-hodnota je 0,522, tedy na asymptotické hladině významnosti 0,05 hypotézu o exponenciálním rozložení nezamítáme.

Ověření, že doba obsluhy se řídí exponenciálním rozložením:

Dále budeme testovat hypotézu, že doby obsluhy zákazníků se řídí exponenciálním rozložením. V tomto případě K = 24,6565, p = 0,6081, tudíž na asymptotické hladině významnosti 0,05 nelze zamítnout hypotézu, že doby obsluhy zákazníků mají exponenciální rozložení.

Rozbor simulovaných výsledků:

Celková doba simulace průchodu 30 zákazníků tímto systémem hromadné obsluhy je 74,78 min. Je to doba, kdy 30. zákazník odchází od novinového stánku.

Zákazník stráví v průměru 1,99 min ve frontě, v průměru je obsluhován 1,75 min, u novinového stánku tedy stráví průměrně 3,74 min.

Z celkové doby simulace 74,78 min byl stánek nevyužit v 22,34 min, tedy odhad pravděpodobnosti, že obslužná linka bude pracovat, tzn., že v systému je aspoň jeden zákazník, je 1 - 22,34/74,78 = 0,7.

Z celkového počtu 30 zákazníků muselo 19 zákazníků čekat na obsluhu, 11 bylo obslouženo ihned. Z toho lze odvodit odhad pravděpodobnosti, že zákazník bude čekat, jako 19/30 = 0,63, což je odhad intenzity provozu.

Pro stanovení průměrného počtu zákazníků v systému, ve frontě a u obsluhy musíme určit počty zákazníků v jednotlivých časových úsecích.
Lze zjistit, že po dobu 22,34 min je systém prázdný. Právě jeden zákazník byl v systému po dobu 19,56 min, právě dva 11 min, právě tři 16,88 min a právě čtyři po dobu 5 min. Vezmeme-li v úvahu délku sledovaného období 74,78 min, pak odhady pravděpodobností, že v systému je 0, 1, 2, 3, 4 zákazníci, jsou 0,2988 0,2615 0,1471 0,2258 0,0669.

Výsledky pro opakované simulace:

Simulaci provedeme znovu pro n = 300 a posléze pro n = 3000 zákazníků.

Charakteristika	Hodnota charakteristiky			
	n=30	n=300	n=3000	n=∞
Průměrná doba mezi příchody zákazníků	2,45	1,97	2,04	2
Průměrná doba strávená v systému	3,74	5,13	5,47	6
Průměrná doba čekání	1,99	3,61	3,96	4,5
Průměrná doba obsluhy	1,75	1,53	1,51	1,5
Průměrný počet zákazníků v systému	1,5004	2,47	2,68	3
Průměrný počet zákazníků ve frontě	0,7992	1,74	1,99	2,25
Průměrný počet obsluhovaných zákazníků	0,7012	0,73	0,74	0,75
Využití systému	0,70	0,72	0,73	0,75

Rovněž do tabulky zaznamenáme odhady pravděpodobností počtu zákazníků od 0 do 10:

počet zákazníků	odhad pravděpodobnosti			
	n=30	n=300	n=3000	n=∞
0	0,2988	0,2663	0,2927	0,2500
1	0,2615	0,2148	0,2156	0,1875
2	0,1471	0,1508	0,1464	0,1406
3	0,2258	0,1005	0,1080	0,1055
4	0,0669	0,0847	0,0779	0,0791
5	0,0000	0,0450	0,0495	0,0593
6	0,0000	0,0499	0,0342	0,0445
7	0,0000	0,0356	0,0255	0,0334
8	0,0000	0,0111	0,0158	0,0250
9	0,0000	0,0114	0,0124	0,0188
10	0,0000	0,0085	0,0087	0,0141

7.3. Systém M/M/1/∞/FIFO s netrpělivými zákazníky

Vstupní proud zákazníků je Poissonův proces s parametrem λ, doba obsluhy se řídí rozložením $\mathrm{Ex}(\mu)$, v systému je n linek obsluhy, kapacita systému je neomezená, frontový režim je „první vstupuje, první je obsloužen“. Přijde-li zákazník do systému, v němž je již n zákazníků, pak je ochoten čekat pouze s pravděpodobností b_n. Přitom $1 = b_0 \geq b_1 \geq \ldots \geq 0$.

Označme $c_0 = 1$, $c_j = b_1 b_2 \ldots b_{j-1}$, $j = 1, 2, \ldots$

Stacionární rozložení:

$$a_j = c_j \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j a_0, \; j = 1, 2, \ldots, \quad a_0 = \left[\sum_{j=0}^{\infty} c_j \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^j\right]^{-1}$$

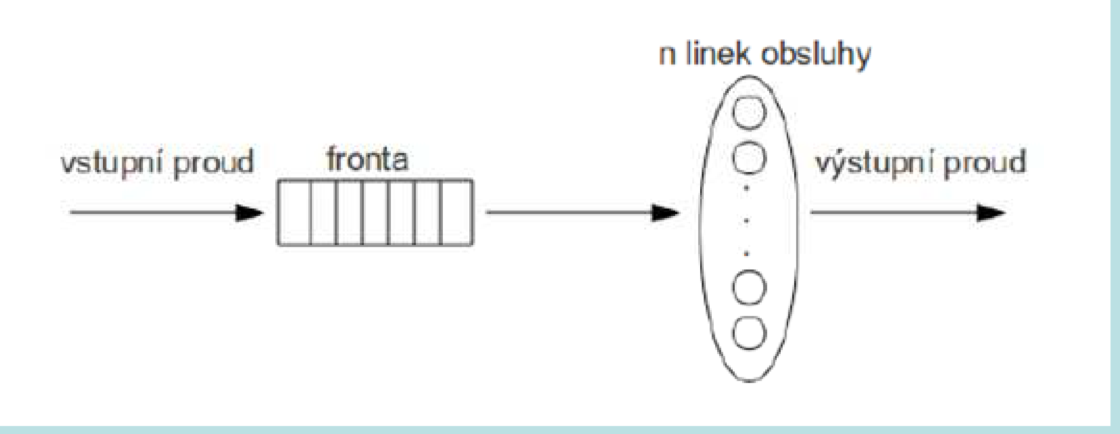
Střední hodnota počtu zákazníků v systému: $E(N) = \sum_{j=0}^{\infty} j a_j$

Střední hodnota doby strávené v systému: $E(W) = \frac{E(N)}{\lambda}$

7.4. Systém M/M/n/∞/FIFO

Vstupní proud zákazníků je Poissonův proces s parametrem λ, doba obsluhy se řídí rozložením $\mathrm{Ex}(\mu)$, v systému je n linek obsluhy, kapacita systému je neomezená, frontový režim je „první vstupuje, první je obsloužen“.

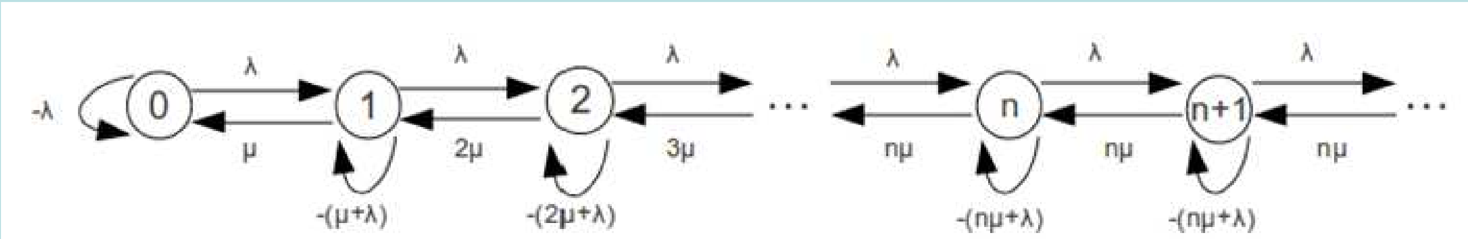
Ilustrace:



Počet zákazníků v systému v čase t je náhodná veličina X_t. Stochastický proces $\{X_t; t \in T\}$ je proces vzniku a zániku s množinou stavů J = {0, 1, …}, vektorem počátečních pravděpodobností **p**(0) = (1, 0, 0, …) a maticí intenzit přechodu

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \mu & -(\mu+\lambda) & \lambda & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 2\mu & -(2\mu+\lambda) & \lambda & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & n\mu & -(n\mu+\lambda) & \lambda & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n\mu & -(n\mu+\lambda) & \lambda & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Přechodový diagram:



Je-li systém ve stavu j > n (tj. v systému je víc zákazníků než linek obsluhy), zůstává intenzita obsluhy stále nμ a tvoří se fronta.

Označme $\beta = \dfrac{\lambda}{\mu}$. Podíl $\rho = \dfrac{\beta}{n}$ se nazývá intenzita provozu. Systém se může stabilizovat, pokud $\rho < 1$.

Stacionární rozložení získáme řešením systému rovnic **aQ** = **0**, $\sum_{j=0}^{\infty} a_j = 1$.

Výsledek:

$$a_j = \begin{cases} \dfrac{\beta^j}{j!} a_0 \text{ pro } j = 1, 2, \ldots, n \\ \dfrac{\beta^j}{n!\, n^{j-n}} a_0 \text{ pro } j = n+1, n+2, \ldots \end{cases},$$

kde $a_0 = \left[\sum_{j=0}^{n-1} \dfrac{\beta^j}{j!} + \dfrac{n\beta^n}{n!(n-\beta)} \right]^{-1}$

Charakteristiky stabilizovaného systému:

Využití systému: $\kappa = \rho = \frac{\beta}{n} = \frac{\lambda}{n\mu}$

Pravděpodobnost, že přicházející zákazník bude čekat ve frontě: $P_Q = a_0 \frac{\beta^n}{n!(1-\rho)}$

Střední hodnota počtu zákazníků v systému: $E(N) = P_Q \frac{\rho}{1-\rho} + n\rho$.

Střední hodnota počtu zákazníků ve frontě: $E(N_Q) = P_Q \frac{\rho}{1-\rho}$.

Střední hodnota počtu obsluhovaných zákazníků: $E(N_S) = n\rho$.

Střední hodnota doby strávené v systému: $E(W) = P_Q \frac{\rho}{\lambda(1-\rho)} + \frac{1}{\mu}$.

Střední hodnota doby strávené ve frontě: $E(W_Q) = P_Q \frac{\rho}{\lambda(1-\rho)}$.

Střední hodnota doby strávené obsluhou: $E(W_S) = \frac{1}{\mu}$.

7.5. Příklad: Myčka aut má dvě linky. Auto stráví mytím v průměru 6 min a průměrně přijede do myčky 8 aut za 1 h. Předpokládáme, že vstupní proud aut je Poissonův proces a doba mytí auta má exponenciální rozložení. Zjistěte, zda se systém může stabilizovat. Pokud ano, řešte následující úkoly:

a) Jaká je pravděpodobnost, že obě mycí linky budou prázdné?

b) Jaká je pravděpodobnost, že v systému bude právě 1 auto resp. právě dvě auta?

c) Spočtěte průměrnou délku fronty.

Řešení: $\lambda = 8$, $\mu = 10$, $n = 2$, $\beta = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{8}{10}$, $\rho = \frac{\beta}{n} = \frac{8}{20} < 1 \Rightarrow$ systém se může stabilizovat.

Ad a) $a_0 = \left[\sum_{j=0}^{n-1} \frac{\beta^j}{j!} + \frac{n\beta^n}{n!(n-\beta)}\right]^{-1} = \left[\sum_{j=0}^{1} \frac{0{,}8^j}{j!} + \frac{2\cdot 0{,}8^n}{2!(2-0{,}8)}\right]^{-1} = \frac{3}{7} = 0{,}428$

Pravděpodobnost, že obě linky jsou prázdné, je 0,428.

Ad b) Pro j = 1,2: $a_j = \frac{\beta^j}{j!} a_0$, tedy $a_1 = \frac{0{,}8}{1!} \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{35} = 0{,}343$, $a_2 = \frac{0{,}8^2}{2!} \cdot \frac{3}{7} = \frac{24}{175} = 0{,}137$

S pravděpodobností 0,343 resp. 0,137 bude v systému 1 resp. 2 auta.

Ad c) $P_Q = a_0 \frac{\beta^n}{n!(1-\rho)} = \frac{3}{7} \cdot \frac{0{,}8^2}{2!\cdot 0{,}6} = \frac{8}{35} = 0{,}2286$, $E(N_Q) = P_Q \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{8}{35} \cdot \frac{0{,}4}{0{,}6} = \frac{16}{105} = 0{,}1524$

Průměrná délka fronty je 0,1524 auta.

Charakteristiky stabilizovaného systému M/M/n/∞/FIFO počítá funkce neomezeny_n.m

```
%syntaxe: [a0,ro,PQ,ENS,ENQ,EN,EWS,EWQ,EW]=neomezeny_n(n,lambda,mi)
% Vypočítá prvek a0 stacionárního rozložení, intenzitu provozu
% a charakteristiky systému hromadné obsluhy M|M|n|Inf|FIFO.
% Vstupní parametry:
% n ......... počet linek obsluhy
% lambda .... parametr vstupního proudu
% mi ........ parametr obsluhy
% Výstupní parametry:
% a0 ........ pst, že v systému nebude žádný zákazník
% ro ........ intenzita provozu (využití systému)
% PQ ........ pst, že přicházející zákazník bude čekat ve frontě
% ENS ....... střední hodnota počtu obsluhovaných zákazníků
% ENQ ....... střední hodnota počtu zákazníků ve frontě
% EN ........ střední hodnota počtu zákazníků v systému
% EWS ....... střední hodnota doby, kterou zákazník stráví obsluhou
% EWQ ....... střední hodnota doby, kterou zákazník stráví ve frontě
% EW ........ střední hodnota doby, kterou zákazník stráví v systému
```

Pro informaci: simulaci činnosti systému M/M/n/∞/FIFO provádí funkce simulace_n.m.