Písemná část zkoušky z didaktiky matematiky, 1. termín

1. V oboru reálných čísel řešte nerovnici $\dfrac{3-|4-x|}{3-|x+3|} \leqq \dfrac{2(x-11)}{3(x+5)}$.

2. V jedné z polorovin s hraniční přímkou p je dána kružnice k a dva body A a B, které mají od přímky p různou vzdálenost. Sestrojte tětivu XY kružnice k tak, aby platilo $XY \parallel p$ a $|AX| = |BY|$. Zapište rozbor, postup konstrukce a určete, kolik může mít úloha řešení (pro každý možný počet načrtněte odpovídající situaci).

3. Pro které hodnoty reálného parametru p má rovnice $x + \log_{\frac{1}{3}}(9^x - p) = 0$ právě dvě řešení v oboru reálných čísel?

4. Kružnice $k_1(S_1, r_1)$ a $k_2(S_2, r_2)$ se protínají v bodech K a L. Vyberme libovolně body $X \in k_1$ a $Y \in k_2$ tak, aby bod K byl vnitřním bodem úsečky XY.

a) Zdůvodněte, proč velikost úhlu XLY nezávisí na výběru bodů X a Y.

b) Vyjádřete $|KL|$ pomocí r_1 a r_2, víte-li že úhel XLY je pravý.

Písemná část zkoušky z didaktiky matematiky, 2. termín

1. V oboru reálných čísel řešte rovnici $\sqrt{x+5} - 4 = \dfrac{3-|x+1|}{\sqrt{x+5}-1}$.

2. V rovině jsou dány dva body A, S a úsečka délky v, přičemž $v < |AS|$. Sestrojte kosočtverec $ABCD$ o výšce v tak, aby bod S byl středem strany BC. Zapište rozbor, postup konstrukce a určete počet řešení. (Návod: uvažte, kde leží kolmý průmět P bodu A na přímku BC a kde kolmý průmět Q bodu S na přímku AB.)

3. Stanovte definiční obor a pak vyřešte nerovnici $\log_{\frac{p}{x}}\left(\dfrac{5x}{2p} - 1\right) \geqq -2$, kde číslo p je *kladný* reálný parametr.

4. V rovině je dána kružnice $k(S, 5\,\mathrm{cm})$ a bod M tak, že $|SM| = 7\,\mathrm{cm}$. Bodem M prochází přímka p, která na kružnici k vytíná tětivu AB délky $2\,\mathrm{cm}$.

a) Vypočtěte $|MA|$ a $|MB|$.

b) Vypočtěte $\cos|\sphericalangle AMS|$ a odpověď zapište zlomkem v základním tvaru.

Písemná část zkoušky z didaktiky matematiky, 3. termín

1. Stanovte definiční obor a pak vyřešte nerovnici $\log_{\frac{x+6}{3}}\left(\log_2 \dfrac{x-1}{x+2}\right) \geqq 0$.

2. V rovině jsou dány dva různé body S a R. Sestrojte rovnoramenný trojúhelník ABC s vnitřním úhlem $80°$ při hlavním vrcholu C tak, aby bod S byl středem základny AB a bod R byl patou výšky z vrcholu A na rameno BC. Zapište rozbor, postup konstrukce a určete, kolik má úloha řešení.

3. Kolik je v desítkové soustavě všech pětimístných přirozených čísel, v jejichž zápisu vystupují aspoň dvě číslice 9? Odpověď zapište jedním číslem v desítkové soustavě (použijte kalkulačku).

4. Kružnice $k_1(S_1, r_1)$ a $k_2(S_2, r_2)$ mají vnější dotyk v bodě C, přitom $r_1 > r_2$. Vnější společná tečna se obou kružnic dotýká v bodech A a B.

a) Vysvětlete, proč je úhel ACB pravý.

b) Vyjádřete $|AB|$ pomocí r_1 a r_2.

Písemná část zkoušky z didaktiky matematiky, 4. termín

1. Stanovte definiční obor a pak vyřešte nerovnici $\dfrac{\log_5\left(x^2-4x-11\right)}{3x^2+5x-2} \geqq 0.$

2. Sestrojte trojúhelník ABC, jsou-li dány velikosti b, β a t_c. Zapište pouze podrobný rozbor a přesný postup konstrukce.

3. Kolik je v desítkové soustavě všech šestimístných přirozených čísel, které nemají žádnou číslici menší než 3 a ve kterých nestojí nikde vedle sebe dvě liché číslice? Odpověď zapište jedním číslem v desítkové soustavě (použijte kalkulačku). Návod: Počítaná čísla rozdělte do skupin podle toho, kolik mají sudých a kolik lichých číslic.

4. Do kružnice o poloměru $R = 3\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ je vepsán trojúhelník ABC, ve kterém platí $a = 2\sqrt{30}\,\mathrm{cm}$, $v_b = 2\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ a $\alpha > 90°$. Vypočtěte délky zbylých stran b a c.

Písemná část zkoušky z didaktiky matematiky, 5. termín

1. Stanovte definiční obor a pak vyřešte nerovnici $x + \sqrt{12 - \left|x^2 - 4x\right|} \leqq 6.$

2. V rovině jsou dány kružnice $k_1(S_1, 3\,\mathrm{cm})$ a $k_2(S_2, 5\,\mathrm{cm})$, přičemž $|S_1S_2| = 9\,\mathrm{cm}$. Sestrojte obdélník $ABCD$ tak, aby jeho strana AB měla délku $2\,\mathrm{cm}$ a aby vrcholy A, D ležely na kružnici k_1 a vrcholy B, C na kružnici k_2. Zapište rozbor (se slovním vysvětlením, proč platí $AB \parallel S_1S_2$) a přesný postup konstrukce.

3. V oboru $\mathbb{R}$ řešte rovnici $\sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \sqrt{3}.$

4. Pro která čísla x je čtvrtý člen rozvoje (podle binomické věty) mocniny

$$\left(\sqrt[2]{x^{\frac{1}{1+\log x}}} + \sqrt[12]{x}\right)^6$$

roven číslu 200?