Cvičení 2.: Úlohy na ANOVU a neparametrické testy

Příklad 1: Máme k dispozici kraniometrické údaje o výšce horní části tváře 163 mužů (proměnná X, v mm), což je přímá vzdálenost mezi body nasion a prosthion. Kromě toho je známo, z jaké populace muži pocházejí (proměnná ID, varianty: 1 – německá … 19 mužů, 2 – bantuská … 13 mužů, 3 – malajská … 69 mužů, 4 – čínská … 18 mužů, 5 – peruánská … 44 mužů).
Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že střední hodnoty výšky horní tváře mužů jsou ve všech pěti populacích stejné. Zamítnete-li nulovou hypotézu, zjistěte, které dvojice populací se liší.
(Data jsou uložena v souboru vysky_tvare.sta.)

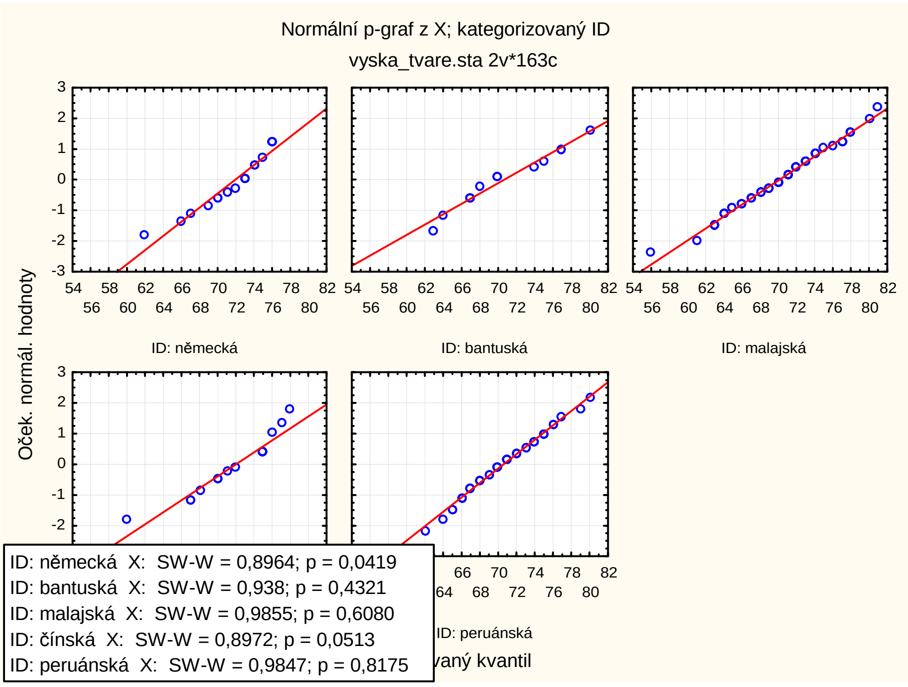
Řešení: Úloha vede na analýzu rozptylu jednoduchého třídění. Mezi její předpoklady patří nezávislost všech náhodných výběrů (to je splněno), jejich normalita a homogenita rozptylů ve všech náhodných výběrech.

Výšku horní tváře německých mužů považujeme za realizace náhodného výběru $X_{1,1}, \ldots, X_{1,19}$ z rozložení $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ atd. až výšku horní tváře peruánských mužů považujeme za realizace náhodného výběru $X_{5,1}, \ldots, X_{5,44}$ z rozložení $N(\mu_5,\sigma_5^2)$.

Ověření normality výšky horní části tváře

Hypotézu o normalitě pro všech pět výběrů ověříme pomocí S-W testu a současně vykreslíme N-P plot.

Návod: Grafy – 2D Grafy – Normální pravděpodobnostní grafy – zaškrtneme S-W test a odškrtneme Neurčovat průměrnou pozici svázaných pozorování - Proměnné X – OK – na záložce Kategorizovaný vybereme u Kategorie X Zapnuto, zaškrtneme Změnit proměnnou – Proměnná ID - OK – OK.



Na hladině významnosti 0,05 hypotézu o normalitě zamítáme pouze pro německou populaci. Odchylky od normality jsou však nepatrné, nadále budeme považovat data za normálně rozložená.

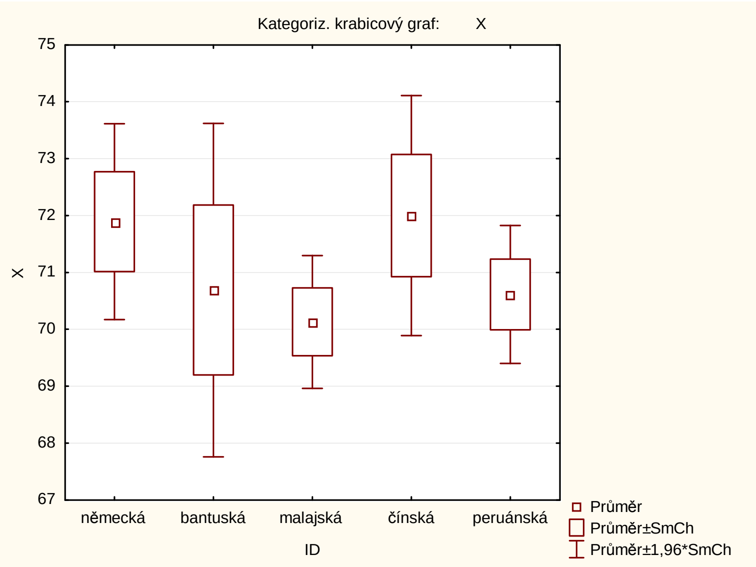
Vypočteme výběrové průměry a výběrové rozptyly:
Návod: Statistiky – Základní statistiky a tabulky – Rozklad & jednofakt. ANOVA – OK – Proměnné – Závislé – X, Grupovací - ID – OK – Skupiny tabulek - zaškrtneme Rozptyly - Výpočet.

Rozkladová tabulka popisných statistik (vyska_tvare.sta)
N=163 (V seznamu záv. prom. nejsou ChD)

ID	X průměr	X N	X Rozptyl
německá	71,89474	19	14,65497
bantuská	70,69231	13	29,06410
malajská	70,13043	69	24,52685
čínská	72,00000	18	20,82353
peruánská	70,61364	44	16,89376
Vš.skup.	70,71779	163	21,24085

Vidíme, že největší průměrnou výšku horní části tváře mají čínští muži, naopak nejmenší malajští muži. Největší variabilitu vykazují bantuští muži, naopak nejmenší němečtí muži.

Vykreslíme krabicové grafy.
Aktivujeme Statistiky dle skupin – vybereme záložku Jednotlivé tabulky – OK – Kategoriz. krabicový graf.



Nyní ověříme předpoklad shody rozptylů.
Na záložce Skupiny tabulek zaškrtneme Levenův test – Výpočet.

Leveneův test homogenity rozpylů (vyska_tvare.sta)
Označ. efekty jsou význ. na hlad. p < ,05000

Proměnná	SČ efekt	SV efekt	PČ efekt	SČ chyba	SV chyba	PČ chyba	F	p
X	28,05679	4	7,014196	1146,488	158	7,256251	0,966642	0,427520

Vidíme, že p-hodnota Levenova testu je 0,4275, tedy větší než hladina významnosti 0,05. Hypotézu o shodě rozptylů nezamítáme na hladině významnosti 0,05.

Přistoupíme k testu hypotézy o shodě středních hodnot.
Na záložce Skupiny tabulek zaškrtneme Analýza rozptylu – Výpočet.

Proměnná	Analýza rozptylu (vyska_tvare.sta) Označ. efekty jsou význ. na hlad. p < ,05000							
	SČ efekt	SV efekt	PČ efekt	SČ chyba	SV chyba	PČ chyba	F	p
X	80,20180	4	20,05045	3360,817	158	21,27099	0,942619	0,440945

Jelikož p-hodnota = 0,4409 je větší než hladina významnosti 0,05, hypotézu o shodě středních hodnot nezamítáme na hladině významnosti 0,05. Neprokázaly se odlišnosti ve výšce horní části tváře mužů ve sledovaných pěti populacích.

Příklad 2.: Jednovýběrový Wilcoxonův test

Ve skupině 12 studentů se sledovala srdeční frekvence při změně polohy z lehu do stoje. Získaly se tyto rozdíly počtu tepů srdce za 1 minutu: -2 4 8 25 -5 16 3 1 12 17 20 9. Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že u poloviny studentů se srdeční frekvence zvedne o 15 tepů a u poloviny studentů klesne o 15 tepů.
Návod: Testujeme H_0: $x_{0,50} = 15$ proti oboustranné alternativě H_1: $x_{0,50} \neq 15$. Jde o úlohu na jednovýběrový znaménkový či Wilcoxonův test.

Postup ve STATISTICE:
Načteme datový soubor srdecni_frekvence.sta. V proměnné X jsou zjištěné rozdíly tepových frekvencí, v proměnné konst je číslo 15.
Statistiky – Neparametrická statistika – Porovnání dvou závislých vzorků – OK – 1. seznam proměnných X, 2. seznam proměnných konst – OK – Wilcoxonův párový test.

Dvojice proměnných	Wilcoxonův párový test (srdecni_frekvence.sta) Označené testy jsou významné na hladině p <,05000			
	Počet platných	T	Z	p-hodn.
X & konst	12	14,00000	1,961161	0,049861

Výstupní tabulka poskytne hodnotu testové statistiky (ozn. T), hodnotu asymptotické testové statistiky U_0 a p-hodnotu pro U_0. (STATISTICA tedy nezohledňuje omezení $n \geq 30$ pro použití U_0.)

Vidíme, že p-hodnota 0,0499, tedy nulová hypotéza se zamítá na asymptotické hladině významnosti 0,05. Nejsou však splněny předpoklady pro použití asymptotické varianty testu (příliš malý rozsah výběru).
Korektní provedení testu tedy spočívá v porovnání testové statistiky s kritickou hodnotou. Tabelovaná kritická hodnota pro $n = 12$ a $\alpha = 0,05$ je 13, testová statistika = 14.
Protože 14 > 13, H_0 nezamítáme na hladině významnosti 0,05.

Příklad 3.: Dvouvýběrový Wilcoxonův test

Vědci krmili laboratorní potkany dvěma různými dietami po delší dobu. Bylo vybráno náhodně 10 potkanů, kteří byli krmeni dietou A a deset potkanů, kteří byli krmeni dietou B. Poté byl změřen obsah železa v játrech těchto potkanů. Na hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že dieta nemá vliv na obsah železa v játrech:

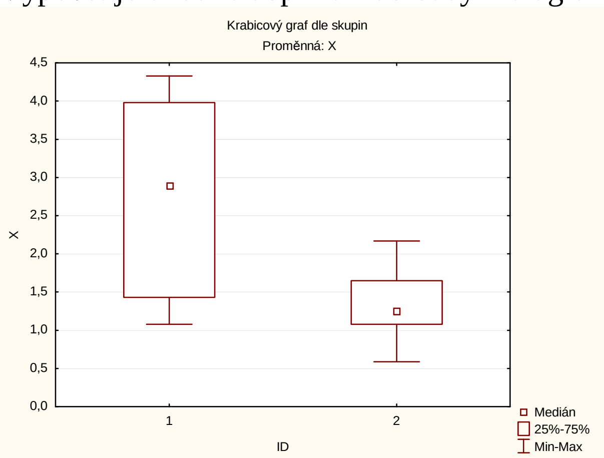
Dieta A	2,12	3,98	1,43	4,11	1,08	2,03	3,67	1,11	3,92	4,33
Dieta B	1,33	0,59	1,19	1,65	1,12	0,96	2,17	2,14	1,51	1,08

Návod: Jde o úlohu na dvouvýběrový test. Dvouvýběrový t-test nelze použít, protože je porušena normalita v 1. výběru. Přejdeme tedy k dvouvýběrovému Wilcoxonovu testu a na hladině významnosti 0,05 testujeme H_0: $x_{0,50}$ - $y_{0,50}$ = 0 proti oboustranné alternativě
H_1: $x_{0,50}$ - $y_{0,50}$ $\neq 0$.

Postup ve STATISTICE:
Načteme datový soubor potkani_diety_A_B.sta. V proměnné X jsou uloženy obsahy železa v játrech potkanů, v proměnné ID je hodnota 1 pro dietu A a hodnota 2 pro dietu B.
Statistiky – Neparametrická statistika – Porovnání dvou nezávislých vzorků – OK – Proměnné – Seznam závislých proměnných X, Nezáv. (grupov.) proměnná ID – OK – M-W U test.

	Mann-Whitneyův U Test (w/ oprava na spojitost) (potkani_diety_A_B.sta) Dle proměn. ID Označené testy jsou významné na hladině p <,05000									
Proměnná	Sčt poř. skup. 1	Sčt poř. skup. 2	U	Z	p-hodn.	Z upravené	p-hodn.	N platn. skup. 1	N platn. skup. 2	2*1str. přesné p
X	132,5000	77,50000	22,50000	2,041008	0,041251	2,041776	0,041175	10	10	0,035463

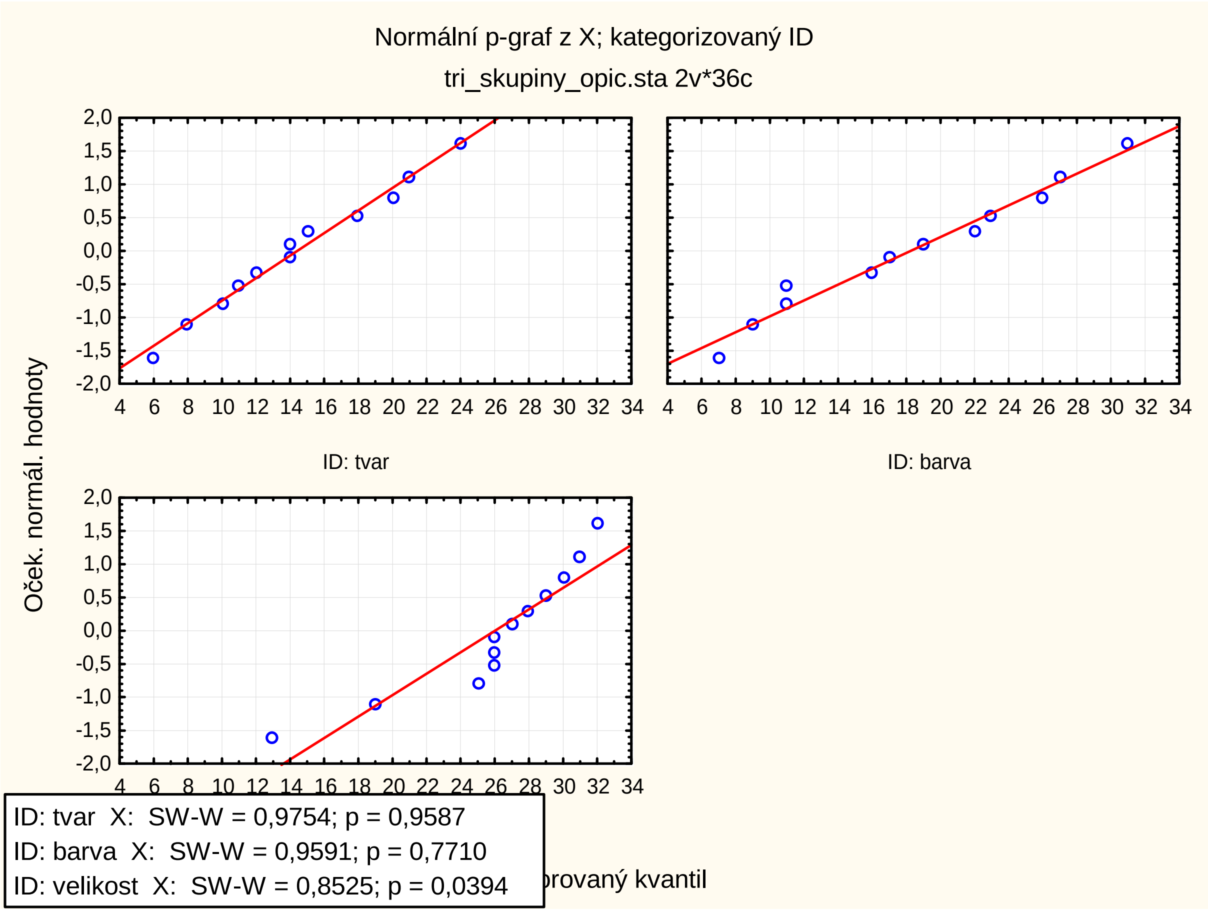
Ve výstupní tabulce jsou součty pořadí T_1, T_2, hodnota testové statistiky min(U_1, U_2) ozn. U, hodnota asymptotické testové statistiky U_0 (ozn. Z), p-hodnota pro U_0 a přesná p-hodnota (ozn. 2*1str. přesné p – ta se používá pro rozsahy výběrů pod 30).
V našem případě přesná p-hodnota = 0,0355, tedy H_0 zamítáme na hladině významnosti 0,05. S rizikem omylu nejvýše 5 % jsme prokázali odlišnost v obsahu železa v játrech dvou skupin potkanů.
Výpočet je vhodné doplnit krabicovým diagramem typu Medián/kvartily/rozpětí.



Příklad 4.: V souboru tri_skupiny_opic.sta jsou data týkající se skupiny opic stejného druhu, které byly náhodně rozděleny do tří experimentálních skupin. Každé opici byla ukázána série předmětů. Úkolem bylo vybrat určitý předmět. Za správnou volbu byla opice odměněna. Pro korektní rozhodnutí bylo v první skupině důležité dobře určit tvar, ve druhé skupině barvu a ve třetí skupině velikost. Na základě počtu pokusů potřebných k úspěšnému výběru chceme s rizikem omylu nejvýše 5 % rozhodnout, zda jsou úlohy založené na rozpoznání tvaru, barvy a velikosti pro konkrétní druh opic stejně obtížné.

	X	ID
1	6	tvar
2	11	tvar
3	12	tvar
4	20	tvar
5	24	tvar
6	21	tvar
7	18	tvar
8	15	tvar
9	14	tvar
10	10	tvar
11	8	tvar
12	14	tvar
13	31	barva
14	7	barva
15	9	barva
16	11	barva
17	16	barva
18	19	barva
19	17	barva
20	11	barva
21	22	barva
22	23	barva
23	27	barva
24	26	barva
25	13	velikost
26	32	velikost
27	31	velikost
28	30	velikost
29	28	velikost
30	29	velikost
31	25	velikost
32	26	velikost
33	26	velikost
34	27	velikost
35	26	velikost
36	19	velikost

Návod:
V případě, že by se všechny tři výběry řídily normálním rozložením, úloha by vedla na analýzu rozptylu jednoduchého třídění. Načteme datový soubor tri_skupiny_opic.sta (proměnná X udává počty pokusů před prvním úspěchem, proměnná ID nabývá hodnot 1, 2, 3 pro 1., 2. a 3. skupinu opic) a pomocí N-P plotu a S-W testu ověříme normalitu dat:



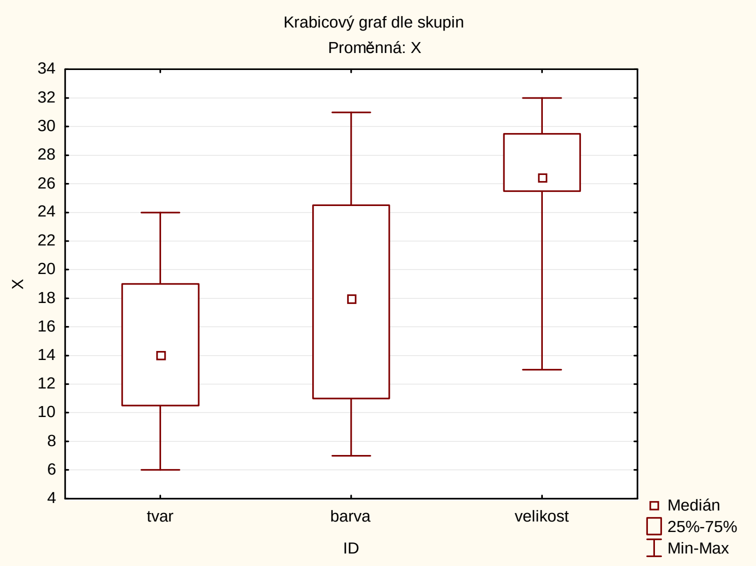
Vzhledem k tomu, že u třetí skupiny je normalita porušena, použijeme Kruskalův – Wallisův test.
Statistiky – Neparametrická statistika – Porovnání více nezávislých vzorků - OK – Seznam závislých proměnných X, Nezáv. (grupovací) proměnná typ – OK – Shrnutí: Kruskal-Wallisova ANOVA a mediánový test. Ve dvou výstupních tabulkách se objeví výsledky K-W testu a mediánového testu.

	Kruskal-Wallisova ANOVA založ. na poř.; X (tri_skupiny_opic.sta) Nezávislá (grupovací) proměnná : ID Kruskal-Wallisův test: H (2, N= 36) =13,84438 p =,0010			
Závislá: X	Kód	Počet platných	Součet pořadí	Prům. Pořadí
tvar	1	12	139,0000	11,58333
barva	2	12	200,0000	16,66667
velikost	3	12	327,0000	27,25000

Závislá: X	Mediánový test, celk. medián = 19,5000; X (tri_skupiny_opic.sta) Nezávislá (grupovací) proměnná : ID Chi-Kvadr. = 8,666667 sv = 2 p = ,0131 tvar	barva	velikost	Celkem
<= Medián: pozorov.	9,00000	7,00000	2,00000	18,00000
očekáv.	6,00000	6,00000	6,00000	
poz.-oč.	3,00000	1,00000	-4,00000	
> Medián: pozorov.	3,00000	5,00000	10,00000	18,00000
očekáv.	6,00000	6,00000	6,00000	
poz.-oč.	-3,00000	-1,00000	4,00000	
Celkem: oček.	12,00000	12,00000	12,00000	36,00000

Oba testy zamítají hypotézu o shodě mediánů v daných třech skupinách. K-W test má p-hodnotu 0,001, p-hodnota pro mediánový test je 0,0131.

Grafické znázornění výsledků: návrat do Kruskal-Wallisova ANOVA a mediánový test – Krabicový graf – Proměnná X – OK – Typ grafu: Medián/kvartily/Rozpětí – OK.



Je vidět, že počet pokusů před prvním úspěchem je nevyšší pro skupinu opic, která měla rozeznávat velikost předmětů, zatímco pro skupinu opic, která měla rozeznávat tvar předmětů, je nejnižší.

Nyní provedeme mnohonásobné porovnávání, abychom zjistili, které dvojice skupin opic se liší na hladině významnosti 0,05: návrat do Kruskal-Wallisova ANOVA a mediánový test, Vícenás. porovnání průměrného pořadí pro vš. sk.

Závislá: X	Vícenásobné porovnání p hodnot (oboustr.); X (tri_skupiny_opic.sta) Nezávislá (grupovací) proměnná : ID Kruskal-Wallisův test: H (2, N= 36) =13,84438 p =,0010 tvar R:11,583	barva R:16,667	velikost R:27,250
tvar		0,711794	0,000810
barva	0,711794		0,041614
velikost	0,000810	0,041614	

Vidíme, že na hladině významnosti 0,05 se liší skupiny (tvar, velikost) a (barva, velikost).