

Postup: Koeficient izobarické roztažnosti je definován rovn. (2.42). Do této rovnice dosadíme objem vyjádřený z rovnice ideálního plynu. Příslušnou derivaci objemu podle teploty provedeme za podmínky $p = \text{konst}$.

Řešení: Jelikož pro ideální plyn platí $V = nRT/p$, můžeme psát

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial (nRT/p)}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{V} \frac{nR}{p} \frac{dT}{dT} = \frac{nR}{pV} = \frac{1}{T}$$

Ze získaného výsledku plyne, že čím vyšší je teplota, tím méně je objem ideálního plynu citlivý na změnu teploty.

Vyzkoušejte se sami 2.9: Odvoďte vztah pro koeficient izotermické stlačitelnosti ideálního plynu.
[$\kappa_T = 1/p$]

Jestliže nyní dosadíme definici α do vztahu pro $(dU/dT)_p$, získáme

$$(dU/dT)_p = \alpha \pi_T V + C_V \quad (2.44)$$

Tento vztah, který platí zcela obecně (pro uzavřený systém s konstantním složením), vyjadřuje závislost vnitřní energie na teplotě za konstantního tlaku. Obsahuje měřitelné veličiny α a C_V a vnitřní tlak π_T . Pro případ ideálního plynu víme, že $\pi_T = 0$, takže

$$(dU/dT)_p = C_V \quad [*] \quad (2.45)$$

Izochorická tepelná kapacita je definována jako derivace vnitřní energie podle teploty za konstantního objemu. Ze získaného vztahu však plyne, že C_V ideálního plynu je zároveň derivace vnitřní energie podle teploty za konstantního tlaku.

Rovnice (2.45) umožňuje jednoduchý způsob odvození vztahu mezi C_p a C_V ideálního plynu. Můžeme ji totiž použít pro vyjádření obou tepelných kapacit pomocí derivací za konstantního tlaku.

$$C_p - C_V = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p - \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p - \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_p \quad [*] \quad (2.46)$$

Když do prvního člena dosadíme definiční vztah entalpie, $H = U + pV = U + nRT$, získáme

$$C_p - C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_p + nR - \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_p = nR \quad [*] \quad (2.47)$$

což je výsledek, který jsme již uvedli v rovn. (2.26). V **Doplňující informaci 2.2** je ukázáno, že v obecném případě platí

$$C_p - C_V = \frac{\alpha^2 TV}{\kappa_T} \quad (2.48)$$

Rovnice (2.48) je použitelná pro jakoukoliv látku. Dosadíme-li do ní koeficienty ideálního plynu ($\alpha = 1/T$, $\kappa_T = 1/p$), dostaneme vztah (2.47). Protože koeficient α pro kapaliny a pevné látky je malý, mohlo by se zdát, že na základě rovn. (2.48) pro tyto látky platí $C_p = C_V$. Není to však vždy pravda, protože stlačitelnost κ_T může být také velmi malá, takže podíl α^2/κ_T může být velký. Například pro vodu při 25 °C lze z rovn. (2.48) určit $C_{p,m} = 75,3 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ a porovnat s $C_{V,m} = 74,8 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. V některých případech se tyto dvě kapacity mohou lišit až o 30 %.

2.3.3 Jouleův–Thomsonův jev

Důležité pojmy:

Jouleův–Thomsonův jev je změna teploty plynu při jeho izoentalpicke expanzi.

Operace, které jsme prováděli s U při odvozování rovn. (2.48), můžeme podobně aplikovat i na entalpii, $H = U + pV$. Entalpie je stavová veličina, což znamená, že dH je totální diferenciál. Entalpie je důležitá funkce hlavně v případech, ve kterých je fixován tlak. Například změna entalpie pro děj probíhající za konstantního tlaku se rovná teplu – viz rovn. (2.19b). Přejdeme-li z proměnných T a V na proměnné T a p , je možné (viz **Odůvodnění 2.2**) dospět ke vztahu

$$dH = -\mu C_p dp + C_p dT \quad (2.49)$$

ve kterém vystupuje **Jouleův–Thomsonův koeficient** μ definovaný jako

$$\mu = (\partial T / \partial p)_H \quad \begin{array}{l} \text{definice Jouleova-Thomsonova} \\ \text{koefficientu} \end{array} \quad [2.50]$$

Jak bude ukázáno později, tato veličina je velmi užitečná při zkapalňování plynů.

Odůvodnění 2.2: Závislost entalpie na teplotě a tlaku

Protože H je funkce T a p , můžeme pro infinitesimální změnu dH způsobenou infinitesimálními změnami dT a dp psát

$$dH = \left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T dp + \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p dT \quad (2.51)$$

V tomto vztahu druhá uvedená parciální derivace je C_p – viz rovn. (2.22). Nyní je našim cílem vyjádřit $(dH/dp)_T$ pomocí měřitelných veličin. Jestliže budeme předpokládat konstantní entalpii, tzn. $dH = 0$, můžeme poslední vztah převést do tvaru

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T dp = -C_p dT \quad \text{při } H = \text{konst.}$$

Vydělením obou stran rovnice dp pak dostaneme

$$\left(\frac{\partial H}{\partial p} \right)_T = -C_p \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H = -C_p \mu$$

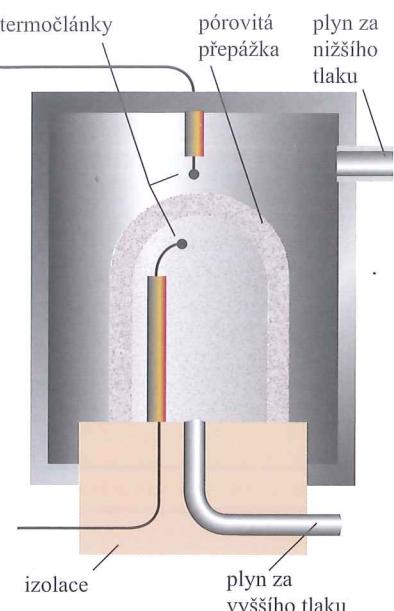
dosazením tohoto výsledku do rovn. (2.51) získáme vztah (2.49).

2.3.3.1 Pozorování Jouleova–Thomsonova jevu

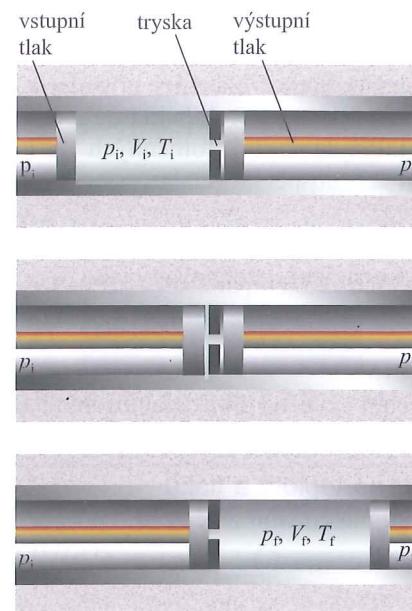
Analýza Jouleova–Thomsonova koeficientu je důležitá pro technologie zabývající se zkapalňováním plynů. Pro tyto účely je nutno koeficient správně interpretovat a mít možnost jej experimentálně stanovit. Jak bude ukázáno v **Odůvodnění 2.3**, šikovný způsob, jak zajistit izoentalpicke podmínky (tj. děj za konstantní entalpii) byl navržen Joulem a Thomsonem (lordem Kelvinem). Tito páni nechali expandovat plyn přes půrovitou přepážku z jednoho (konstantního) tlaku na druhý (konstantní) tlak a přitom měřili rozdíl teplot, který byl vyvolán danou expanzí (viz **Obr. 2.26**). Celý aparát byl izolovaný, takže proces probíhal adiabaticky. Během experimentu naměřili nižší teplotu plynu v prostoru s nižším tlakem. Dále zjistili, že snížení teploty je úměrné rozdílu tlaků na obou stranách přepážky. Toto snížení teploty při izoentalpicke expanzi se nazývá Jouleův–Thomsonův jev.

Odůvodnění 2.3: Jouleův–Thomsonův jev

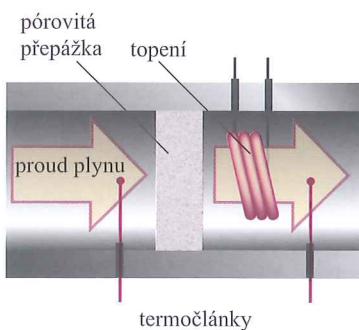
Zde ukážeme, že popsáne experimentální uspořádání umožňuje expanzi provádět za konstantní entalpii. Protože děj probíhá adiabaticky, platí $q = 0$ a $\Delta U = w$. Při expanzi všechn plyn, který na jedné straně přepážky má tlak p_i , teplotu T_i a objem V_i , expanduje na druhou stranu přepážky, kde je udržovaný nižší tlak p_f a kde po expanzi plyn bude mít teplotu T_f a objem V_f (viz **Obr. 2.27**). Tlaky p_i a p_f ($p_i > p_f$) jsou na obou stranách přepážky udržovány konstantní pomocí pístu, na které působí vnější tlaky právě o velikosti p_i



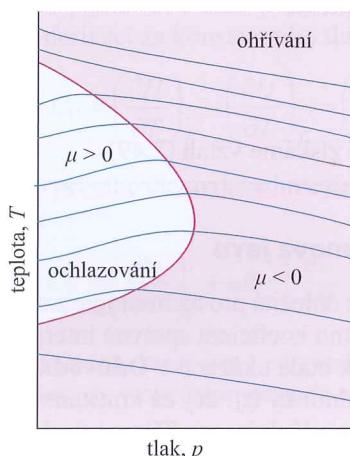
Obr. 2.26: Aparatura pro měření Jouleova-Thomsonova jevu. Plyn expanduje půrovitou přepážkou, která funguje jako tryska. Celý aparát je tepelně izolován, takže jeho uspořádání umožňuje provedení izoentalpicke expanze plynu (viz vysvětlení v textu). To, jestli expanze způsobí ohřev či ochlazení plynu, závisí na podmírkách



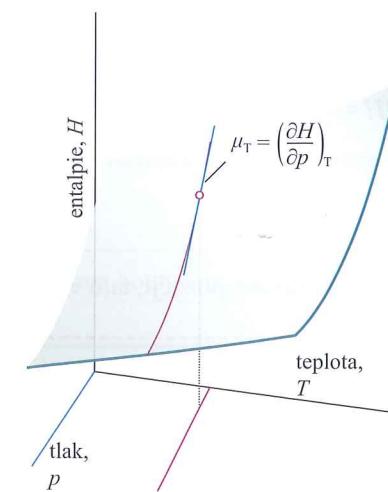
Obr. 2.27: Termodynamický princip Jouleova-Thomsonova experimentu. Na obou stranách přepážky s tryskou jsou prostory, které díky pístům mohou měnit svůj objem. Na písty působí vnější (konstantní) tlaky p_i a p_f . Celý aparát je tepelně izolován od okolí. Průchod plynu překážkou tak, jak je naznačeno, odpovídá ději probíhajícímu za konstantní entalpie



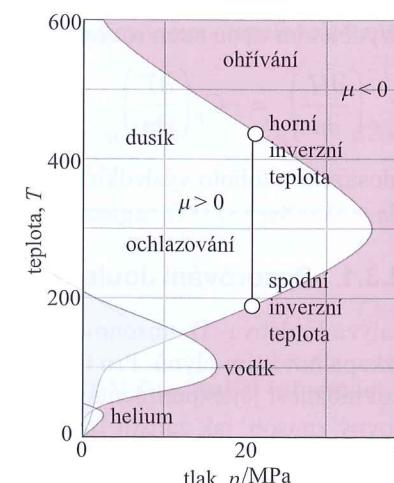
Obr. 2.29: Princip aparatury používané pro měření izotermického Jouleova-Thomsonova koeficientu. Teplota dodávaná elektrickým topením vyrovnává snížení teploty plynu způsobené jeho expanzí půrovitou přepážkou. Příslušné dodané teplo je pak změna entalpie ΔH , která je potřeba k výpočtu $(\partial H / \partial p)_T$. Jak je uvedeno v textu, z experimentálních dat Δp a ΔH lze vypočítat μ_T a z něj i koeficient μ



Obr. 2.30: Znaménko Jouleova-Thomsonova koeficientu závisí na podmírkách. Uvnitř oblasti, která je podbarvena šedivě, je $\mu > 0$, mimo tu oblast je pak $\mu < 0$. Teploty odpovídající křivce mezi barevnými oblastmi jsou inverzní teploty příslušející daným tlakům. Jestliže se plyn při expanzi má ochlazovat, musí mít teplotu nižší než horní inverzní teplotu. Pokud by však plyn byl ochlazen příliš, až pod spodní inverzní teplotu, opět se dostává do oblasti, kde $\mu < 0$, a při expanzi se ohřívá. Na obrázku jsou také vyznačeny křivky (izoentalpy), pro které platí $H = \text{konst}$. Křivka inverzních teplot prochází body, ve kterých izoentalpy mají nulovou směrnicu (mění se znaménko jejich derivace)



Obr. 2.28: Izotermický Jouleův-Thomsonův koeficient je derivace entalpie podle tlaku za konstantní teploty



Obr. 2.31: Průběh inverzních teplot dusíku, vodíku a helia

a p_f . Při průchodu tryskou (porézní přepážkou) plyn koná práci w . Tuto práci určíme jako součet prací odpovídajících pravé a levé straně experimentálního uspořádání.

Plyn v levé části s tlakem p_i a teplotou T_i díky pístům mění svůj objem z V_i na 0 (T_i zůstává konstantní). Tomuto ději odpovídá práce

$$w_1 = -p_i(0 - V_i) = p_i V_i$$

Plyn v pravé části izotermicky (při T_f) expanduje za konstantního tlaku p_f z objemu 0 na objem V_f , čemuž odpovídá práce

$$w_2 = -p_f(V_f - 0) = -p_f V_f$$

Celková práce děje je pak

$$w = w_1 + w_2 = p_i V_i - p_f V_f$$

Vzhledem k adiabatickým podmínkám se změna práce rovná změně vnitřní energie, tudíž

$$U_f - U_i = w = p_i V_i - p_f V_f$$

Po drobných úpravách získaného vztahu můžeme psát

$$U_f + p_f V_f = U_i + p_i V_i, \text{ neboli } H_f = H_i$$

čímž jsme dokázali, že děj probíhá za konstantní entalpie, tzn. je izoentalpicí.

Veličina získaná experimentem je poměr $\Delta T / \Delta p$ (kde $\Delta T = T_f - T_i$ a $\Delta p = p_f - p_i$) za podmínky $H = \text{konst}$. Pokud experimentální údaje extrapolujeme na nekonečně malou hodnotu Δp , získáme tak hodnotu $(\partial T / \partial p)_H$, což je zmíňovaný Jouleův-Thomsonův koeficient.

Moderní metody stanovení μ jsou nepřímé. Spočívají v měření izotermického Jouleova-Thomsonova koeficientu, což je derivace entalpie podle tlaku za konstantní teploty (Obr. 2.28)

$$\mu_T = (\partial H / \partial p)_T$$

definice izotermického Jouleova-Thomsonova koeficientu [2.52]

Dosadíme-li tuto definici do posledního vztahu v Odůvodnění 2.2, zjistíme, že mezi oběma Jouleovými-Thomsonovými koeficienty platí jednoduchý přepočet

$$\mu_T = -C_p \mu \quad [2.53]$$

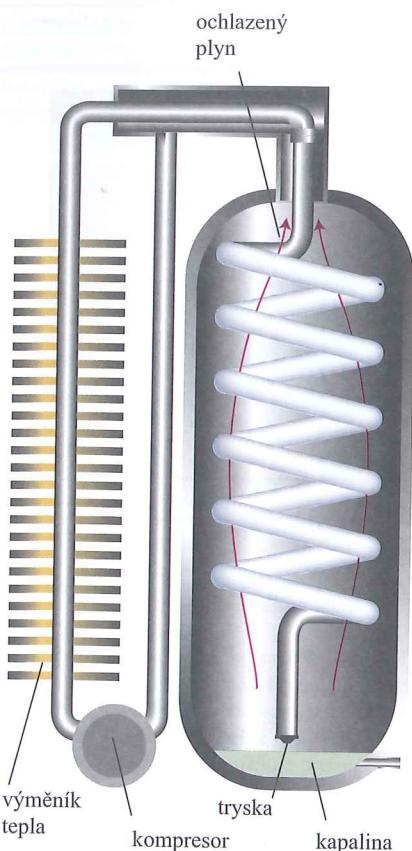
Měření μ_T se provádí tak, že plyn se za konstantního tlaku kontinuálně vede výměníkem tepla, který ho vytemperuje na požadovanou teplotu. Následně pak plyn proudí půrovitou přepážkou, která se nachází v tepelně izolované nádobě. Ihned za přepážkou je elektrické topení, které vyrovnává pokles teploty způsobený Jouleovým-Thomsonovým efektem (viz Obr. 2.29). Při experimentu se měří rozdíl tlaku Δp před přepážkou a za ní a teplo dodávané elektrickým proudem. Tato energie reprezentuje hodnotu ΔH . Extrapolací $\Delta H / \Delta p$ se snadno vyhodnotí koeficient μ . V Tab. 2.10 je pro ilustraci uveden tento koeficient pro několik látek.

Reálné plyny mají nenulový Jouleův-Thomsonův koeficient. Může mít jak kladné, tak záporné hodnoty (viz Obr. 2.30). Jeho znaménko závisí na charakteru látky, na tlaku, na teplotě a na relativní velikosti přitažlivých a odpudivých mezmolekulových sil. Při expanzi je $d\mu < 0$, takže kladné znaménko μ znamená, že $dT < 0$ a že plyn se tedy při tomto ději ochlazuje. Naopak $\mu < 0$ má za následek ohřev plynu při expanzi. Teplota, při které $\mu = 0$, se nazývá **inverzní teplota** T_I .

Plyny obvykle mají dvě inverzní teploty (viz Obr. 2.31) – „horní“ při vyšších teplotách a „spodní“ při teplotách nižších. Z praktického hlediska je pro zkапalňování plynů většinou důležitá horní inverzní teplota. Plyny nad touto teplotou mají $\mu < 0$, což znamená, že se při škrzené expanzi ohřívají. Chceme-li tyto plyny zkapatnit pomocí Jouleova-Thomsonova děje, musí se nejprve ochladit pod tuto

Tabulka 2.10: Inverzní teplota (T_I), teplota normálního stavu tání (T_b) a varu (T_f) a Jouleův-Thomsonův koeficient při 0,1 MPa a 298 K (další hodnoty jsou v Tab. 2.10 v části Data)

Látka	T_I/K	T_f/K	T_b/K	$\mu/(K \text{ MPa}^{-1})$
Ar	273	83,8	87,3	–
CO_2	1 500	194,7	sublimuje	11,0
He	40	–	4,2	-0,6
N_2	621	63,3	77,4	2,7



Obr. 2.32: Princip Lindeho zkapalňovače plynu. Plyn se v aparátu recykluje a pokud je pod svou inverzní teplotou, tak se v každém cyklu snižuje dále jeho teplota tím, že expanduje přes trysku. Ochlazený plyn se využívá ke snížení teploty plynu (s vyšším tlakem) v potrubí před tryskou. Po dosažení dostatečně nízké teploty se plyn při expanzi zkapalňuje

horní inverzní teplotu. Tím se dostanou do oblasti s $\mu > 0$ a při škrzené expanzi se ochlazují.

Lindeův zkapalňovač (viz Obr. 2.32) využívá princip Jouleova–Thomsonovy expanze ke zkapalňování plynu. Plyn za vyššího tlaku se nechává expandovat přes trysku do prostoru s nižším tlakem. Přitom se plyn ochlazuje a cirkuluje zpět, aby snížil teplotu plynu vstupujícího do trysky. Tím, že je tento plyn ochlazen, se následnou expanzi docíluje ještě nižší teploty. To probíhá tak dlouho, až se dospěje do stavu, ve kterém je plyn ochlazen natolik, že kondenzuje na kapalinu.

U ideálního plynu platí $\mu = 0$, tudíž jeho teplota se Jouleovou–Thomsonovou expanzí nemění. (Při adiabatické expanzi jeho teplota klesá, neboť plyn koná práci – viz odst. 2.1.6.) Stavové chování reálných plynů se za nízkých tlaků může blížit chování ideálního plynu. To ale neznamená, že se jeho Jouleův–Thomsonův koeficient nutně musí blížit nule. Tento koeficient se totiž chová tak, jak bylo diskutováno v odst. 1.2.1.2. Je závislý na derivacích, a ne pouze na proměnných p, V a T .

2.3.3.2 Molekulová interpretace Jouleova–Thomsonova jevu

Z kinetické teorie plynů (viz odst. 1.1.2.2) a z ekvipartičního principu (viz odd. F.5) plyne, že střední kinetická energie molekul je úměrná teplotě. Z toho je také zřejmé, že snížení průměrné rychlosti molekul je ekvivalentní snížení teploty plynu. Jestliže je průměrná rychlosť molekul plynu snížena natolik, že se sousedící molekuly začnou vlivem přitažlivých sil vzájemně zachytávat, tak plyn začíná kondenzovat na kapalinu.

Způsob snižování rychlosti molekul si můžeme představit tak, jako když míč vyhodíme vzhůru. Jak míč stoupá, tak se jeho rychlosť snižuje v důsledku působení gravitační síly a jeho kinetická energie se mění na energii potenciální. Jak bylo diskutováno v odst. 1.2.1, molekuly reálného plynu se vzájemně přitahují (což má stejný důsledek jako gravitace). Když přimějeme (expanzí) molekuly plynu, aby se od sebe oddalovaly, tak se jejich rychlosť zpomaluje (jako u míče vyhozeného vzhůru). Když chceme, aby se plyn ochladil, tak ho necháme expandovat bez možnosti, aby přijímal teplo od okolí. Při expanzi se molekuly pohybují směrem od sebe, aby zaplnily dostupný prostor, a přitom musí překonávat přitažlivé síly svých sousedících částic. Aby se docílilo větších vzdáleností mezi molekulami, část kinetické energie molekul se mění na potenciální a snižuje se jejich rychlosť. Pomocí těchto představ lze vysvětlit i Jouleův–Thomsonův děj, tj. ochlazení plynu adiabatickou expanzí. K ochlazování plynu, což odpovídá $\mu > 0$, dochází, když mezi molekulami převládají přitažlivé síly (tj. $Z < 1$ – viz rovn. (1.17)). V tomto případě molekuly musí tyto síly překonávat, což pro ně znamená snižování rychlosti. Za podmínek, kdy v systému převládají odpudivé síly ($Z > 1$), Jouleův–Thomsonův děj způsobuje ohřívání plynu ($\mu < 0$).

Seznam nejdůležitějších vztahů

Předmět zájmu	Rovnice	Rovnice
první zákon termodynamiky	$\Delta U = q + w$	axiom
objemová práce	$dw = -p_{\text{ex}} dV$	
objemová práce proti konstantnímu vnějšímu tlaku	$w = -p_{\text{ex}} \Delta V$	$p_{\text{ex}} = 0$ odpovídá volné expanzi
objemová práce při izotermické vratné expanzi ideálního plynu	$w = -nRT \ln(V_f/V_i)$	izotermický děj, vratný, ideální plyn
izochorická tepelná kapacita	$C_V = (\partial U / \partial T)_V$	definice
izobarická tepelná kapacita	$C_p = (\partial H / \partial T)_p$	definice
vztah mezi tepelnými kapacitami	$C_p - C_V = nR$	ideální plyn
entalpie	$H = U + pV$	definice
standardní reakční entalpie	$\Delta_r H^{\circ} = \sum_{\text{produkty}} vH_m^{\circ} - \sum_{\text{vých.látky}} vH_m^{\circ}$	
Kirchhoffův zákon	$\Delta_r H^{\circ}(T_2) = \Delta_r H^{\circ}(T_1) + \int_{T_1}^{T_2} \Delta_r C_p^{\circ} dT$	
vnitřní tlak	$\pi_T = (\partial U / \partial V)_T$	pro ideální plyn $\pi_T = 0$
Jouleův–Thomsonův koeficient	$\mu = (\partial T / \partial p)_H$	pro ideální plyn $\mu = 0$

Doplňující informace

Doplňující informace 2.1: Adiabatický děj

Uvažujme případ vratné adiabatické expanze, při které vnitřní i vnější tlak má hodnotu p . Jestliže se objem systému změní o dV , je práce konaná při expanzi $dw = -p dV$. V případě adiabatického děje platí $dq = 0$ a tudíž $dU = dq + dw = dw$. Pro ideální plyn zároveň platí $dU = C_V dT$, takže můžeme psát

$$C_V dT = -p dV$$

Jelikož nyní jde o ideální plyn, můžeme za tlak dosadit $p = nRT/V$. Po malé úpravě (separaci proměnných T a V) pak dostaneme

$$C_V dT/T = -nR dV/V$$

Tuto rovnici můžeme integrovat od počátečních hodnot T_i a V_i do konečných hodnot T_f a V_f

$$\int_{T_i}^{T_f} C_V \frac{dT}{T} = -nR \int_{V_i}^{V_f} \frac{dV}{V}$$

Uvažujeme-li tepelnou kapacitu C_V nezávislou na teplotě, po integraci (typu $\int dx/x = \ln x + \text{konst.}$) získáme

$$C_V \ln \frac{T_f}{T_i} = -nR \ln \frac{V_f}{V_i}$$

Jelikož $\ln x/y = -\ln y/x$, je možné získaný vztah přepsat do tvaru

$$\frac{C_V}{nR} \ln \frac{T_f}{T_i} = \ln \frac{V_i}{V_f}$$

Označíme-li $c = C_V/nR$ a použijeme-li úpravu typu $a \ln x = \ln x^a$, lze vztah zapsat jako

$$\ln \left(\frac{T_f}{T_i} \right)^c = \ln \left(\frac{V_i}{V_f} \right)$$

z čehož plyne $(T_f/T_i)^c = (V_i/V_f)$, resp. rovn. (2.28).

Na výchozí i konečný stav systému můžeme aplikovat stavovou rovnici ideálního plynu $pV = nRT$. Podílem rovnic pro

výchozí a konečný stav pak dostaneme

$$\frac{p_i V_i}{p_f V_f} = \frac{T_i}{T_f}$$

Jak jsme odvodili výše, pro podíl teplot platí

$$\frac{T_i}{T_f} = \left(\frac{V_f}{V_i} \right)^{1/c} = \left(\frac{V_f}{V_i} \right)^{\gamma-1}$$

kde vztah mezi exponenty $1/c = \gamma - 1$ plyne z toho, že pro ideální plyn platí $C_{p,m} - C_{V,m} = R$, a z definice $\gamma = C_{p,m}/C_{V,m}$. Kombinací posledních dvou vztahů je možno získat

$$\frac{p_i}{p_f} = \frac{V_f}{V_i} \left(\frac{V_f}{V_i} \right)^{\gamma-1} = \left(\frac{V_f}{V_i} \right)^{\gamma}$$

což lze převést na rovn. (2.29) $p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma$.

Doplňující informace 2.2: Vztah mezi tepelnými kapacitami

Při řešení termodynamických úloh platí užitečné pravidlo – začínat vždy od počátečních definic a principů. V této úloze tedy vyjdeme z definic C_p a C_V a pak budeme aplikovat definici entalpie $H = U + pV$.

$$C_p - C_V = \left(\frac{\partial H}{\partial T} \right)_p - \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_p + \left(\frac{\partial (pV)}{\partial T} \right)_p - \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_V$$

Rozdíl $(\partial U / \partial T)_p - (\partial U / \partial T)_V$ můžeme vyjádřit pomocí rovn. (2.44) jako $\alpha \pi_T V$. Součin αV vyjadřuje změnu objemu způsobenou změnou teploty a vnitřní tlak $\pi_T = (\partial U / \partial V)_p$ tuto změnu konvertuje na změnu vnitřní energie. Člen $(\partial(pV) / \partial T)_p$ je možné vyjádřit jako

$$\left(\frac{\partial(pV)}{\partial T}\right)_p = p\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p = \alpha p V$$

Tento člen má význam objemové práce, neboť $(\partial U / \partial T)_p$ je změna objemu způsobená změnou teploty. Tato změna po vynásobení tlakem p přechází na příslušnou objemovou práci. Spojením obou příspěvků získáme

$$C_p - C_V = \alpha(p + \pi_T)V \quad (2.54)$$

Jak bylo již uvedeno, člen $\alpha p V$ je roven objemové práci a člen $\alpha \pi_T V$ vyjadřuje práci potřebnou na oddálení molekul, které jsou součástí systému.

Nyní použijeme výsledek z odst. 3.3.2

$$\pi_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V - p$$

který po dosazení do posledního vztahu vede k rovnici

$$C_p - C_V = \alpha TV \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \quad (2.55)$$

Parciální derivaci $(\partial p / \partial T)_V$ můžeme transformovat pomocí totálního diferenciálu dV

Otázky

2.1 Uveďte definici tepla a práce z mechanického a molekulového pohledu.

2.2 Uvažujte vratnou expanzi ideálního plynu a diskutujte fyzikální interpretaci vztahu $pV^\gamma = \text{konst.}$, který platí pro adiabatický děj, a vztahu $pV^\gamma = \text{konst.}$ platného pro izotermický děj.

2.3 Vysvětlete rozdíl mezi změnou vnitřní energie a změnou entalpie, které jsou spojeny s nějakým fyzikálním nebo chemickým dějem.

Cvičení

Pokud není řečeno jinak, předpokládejte ideální chování plynu a skutečnost, že termodynamická data jsou udávána pro teplotu 298,15 K.

C2.1(a) Vypočítejte práci, která je potřebná k tomu, aby člověk o hmotnosti 65 kg vystoupal do výšky 4,0 m (a) nad zemský povrch, (b) nad měsíční povrch, kde $g = 1,60 \text{ m s}^{-2}$.

C2.1(b) Vypočítejte práci, která je potřebná k tomu, aby pták o hmotnosti 120 g vylezl do výšky 50,0 m nad zemský povrch.

C2.2(a) V nádobě uzavřené pístem o ploše 100 cm^2 proběhla chemická reakce. V důsledku toho se píst posunul směrem ven o 10 cm. Přitom překonával vnější tlak 100 kPa. Vypočítejte práci, kterou systém vykonal.

C2.2(b) V nádobě uzavřené pístem o ploše $50,0 \text{ cm}^2$ proběhla chemická reakce. V důsledku toho se píst posunul směrem ven o 15 cm. Přitom překonával vnější tlak 121 kPa. Vypočítejte práci, kterou systém vykonal.

C2.3(a) Jeden mol Ar při teplotě 0 °C izotermicky expandoval z objemu $22,4 \text{ dm}^3$ na objem $44,8 \text{ dm}^3$ (a) vratně, (b) proti konstantnímu vnějšímu tlaku, který se rovnal konečnému tlaku plynu, (c) volně (proti nulovému vnějšímu tlaku). Pro uvedené děje vypočítejte q , w , ΔU a ΔH .

C2.3(b) Dva moly He při teplotě 22 °C izotermicky expandovaly z objemu $22,8 \text{ dm}^3$ na objem $31,7 \text{ dm}^3$ (a) vratně, (b) proti

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp \quad (2.56)$$

Požadujeme-li konstantní objem (jako je v rovn. (2.55)), platí $dV = 0$, takže

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT = - \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp \quad \text{za konstantního } V \quad (2.57)$$

Vydělením rovnice diferenciálem dT dostaneme

$$\left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p = - \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \quad (2.58)$$

a tudíž

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V = - \frac{(\partial V / \partial T)_p}{(\partial V / \partial p)_T} = \frac{\alpha}{\kappa_T} \quad (2.59)$$

Dosazením získaného vztahu do rovn. (2.55) dostaneme rovn. (2.48)

$$C_p - C_V = \alpha^2 TV / \kappa_T$$

2.4 Pomocí názorné fyzikální interpretace vysvětlete význam toho, že funkce je stavovou funkcí. Výjmenujte co možná nejvíce stavových funkcí.

2.5 Vysvětlete význam Jouleova a Jouleova-Thomsonova experimentu. Co bychom pozorovali během Jouleova experimentu, kdyby byl prováděn v citlivější aparatuře?

2.6 Popište a vysvětlete, jaká je závislost vnitřní energie na objemu za konstantní teploty u plynu, jehož stavové chování lze popsat van der Waalsovou rovnicí.

konstantnímu vnějšímu tlaku, který se rovnal konečnému tlaku plynu, (c) volně (proti nulovému vnějšímu tlaku). Pro uvedené děje vypočítejte q , w , ΔU a ΔH .

C2.4(a) Jeden mol ideálního jednoatomového plynu, pro který platí $C_{V,m} = (3/2)R$, byl za konstantního objemu vratně zahříván tak, že z počátečního stavu $p_1 = 100 \text{ kPa}$ a $T_1 = 300 \text{ K}$ přešel na teplotu $T_2 = 400 \text{ K}$ a tlak p_2 . Vypočítejte konečný tlak p_2 , ΔU , q a w .

C2.4(b) Dva moly ideálního plynu, pro který platí $C_{V,m} = (5/2)R$, byly za konstantního objemu vratně zahřívány tak, že z počátečního stavu $p_1 = 111 \text{ kPa}$ a $T_1 = 277 \text{ K}$ přešly na teplotu $T_2 = 356 \text{ K}$ a tlak p_2 . Vypočítejte konečný tlak p_2 , ΔU , q a w .

C2.5(a) Plynný methan o hmotnosti 4,5 g při 310 K zaujímal objem $12,7 \text{ dm}^3$. (a) Vypočítejte práci, kterou plyn vykonal při izotermické expanzi proti konstantnímu vnějšímu tlaku $26,7 \text{ kPa}$, jestliže se přitom jeho objem zvětší o $3,3 \text{ dm}^3$. (b) Vypočítejte práci, která by se vykonala, kdyby expanze proběhla vratně.

C2.5(b) Plynný argon o hmotnosti 6,56 g při 305 K zaujímal objem $18,5 \text{ dm}^3$. (a) Vypočítejte práci, kterou plyn vykonal při izotermické expanzi proti konstantnímu vnějšímu tlaku $7,7 \text{ kPa}$, jestliže se přitom jeho objem zvětší o $2,5 \text{ dm}^3$. (b) Vypočítejte práci, která by se vykonala, kdyby expanze proběhla vratně.

C2.6(a) Jeden mol $\text{H}_2\text{O(g)}$ za normálního tlaku při teplotě 100 °C izotermicky vratně zkondenzoval na kapalnou vodu. Molární výparná entalpie vody při 100 °C má hodnotu $40,656 \text{ kJ mol}^{-1}$. Pro tento děj určete w , q , ΔU a ΔH .

C2.6(b) Při teplotě 64 °C a tlaku 100 kPa 2 moly plynného methanolu izotermicky vratně zkondenzovaly na kapalný methanol. Standardní výparná entalpie methanolu při 64 °C má hodnotu $35,3 \text{ kJ mol}^{-1}$. Pro tento děj určete w , q , ΔU a ΔH .

C2.7(a) Proužek hoříku o hmotnosti 15 g byl ponořen do zředěné kyseliny chlorovodíkové. Předpokládejte, že všechny hořík zreagoval, a vypočítejte práci vykonanou v důsledku reakce. Atmosférický tlak byl $101,3 \text{ kPa}$ a teplota 25°C .

C2.7(b) Kousek zinku o hmotnosti 5 g byl ponořen do zředěné kyseliny chlorovodíkové. Předpokládejte, že všechny zinek zreagoval, a vypočítejte práci vykonanou v důsledku reakce. Atmosférický tlak byl $111,5 \text{ kPa}$ a teplota 23°C .

C2.8(a) Bylo zjištěno, že izobarická tepelná kapacita určitého ideálního plynu závisí na teplotě podle vztahu $C_p / (\text{J K}^{-1}) = 20,17 + 0,3665(T/K)$. Vypočítejte q , w , ΔU a ΔH , jestliže teplota plynu vzrostla z 25°C na 200°C (a) za konstantního tlaku, (b) za konstantního objemu.

C2.8(b) Bylo zjištěno, že izobarická tepelná kapacita určitého ideálního plynu závisí na teplotě podle vztahu $C_p / (\text{J K}^{-1}) = 20,17 + 0,4001(T/K)$. Vypočítejte q , w , ΔU a ΔH , jestliže teplota plynu vzrostla z 0°C na 100°C (a) za konstantního tlaku, (b) za konstantního objemu.

C2.9(a) Vypočítejte konečnou teplotu argonu, jehož $12,0 \text{ g}$ vratně adiabaticky expandovalo z výchozího objemu $1,0 \text{ dm}^3$ a teploty $273,15 \text{ K}$ na objem $3,0 \text{ dm}^3$.

C2.9(b) Vypočítejte konečnou teplotu vzorku $\text{CO}_2(\text{g})$ o hmotnosti $16,0 \text{ g}$, který vratně adiabaticky expandoval z výchozího objemu 500 cm^3 a teploty $298,15 \text{ K}$ na objem $2,00 \text{ dm}^3$.

C2.10(a) Plynný CO_2 o hmotnosti $2,45 \text{ g}$ vratně adiabaticky expandoval z počáteční teploty $27,0^\circ\text{C}$ a objemu 500 cm^3 na objem $3,0 \text{ dm}^3$. Vypočítejte práci vykonanou při tomto ději. Použijte hodnotu $\gamma = 1,289$.

C2.10(b) Dusík o hmotnosti $3,12 \text{ g}$ vratně adiabaticky expandoval z počáteční teploty $23,0^\circ\text{C}$ a objemu 400 cm^3 na objem $2,0 \text{ dm}^3$. Vypočítejte práci vykonanou při tomto ději.

C2.11(a) Vypočítejte konečný tlak plynného CO_2 , který vratně adiabaticky expandoval z tlaku $57,4 \text{ kPa}$ a objemu $1,0 \text{ dm}^3$ na objem $2,0 \text{ dm}^3$. Použijte hodnotu $\gamma = 1,289$.

C2.11(b) Vypočítejte konečný tlak vodní páry, která vratně adiabaticky expandovala z tlaku $11,6 \text{ kPa}$ a objemu 500 cm^3 na objem $3,0 \text{ dm}^3$. Použijte hodnotu $\gamma = 1,3$.

C2.12(a) Vzorek argonu o množství 3 mol bylo za konstantního tlaku dodáno 229 J energie ve formě tepla. Jeho teplota přitom vzrostla o $2,55 \text{ K}$. Vypočítejte molární izochorickou a izobarickou tepelnou kapacitu argonu.

C2.12(b) Určitému plynu o množství $1,9 \text{ mol}$ bylo za konstantního tlaku dodáno 178 J energie ve formě tepla. Jeho teplota přitom vzrostla o $1,78 \text{ K}$. Vypočítejte molární izochorickou a izobarickou tepelnou kapacitu daného plynu.

C2.13(a) Plynný kyslík o množství $3,0 \text{ mol}$ byl za tlaku $329,3 \text{ kPa}$ ohřát tak, že jeho teplota vzrostla z 260 K na 285 K . Molární izobarická tepelná kapacita O_2 je $29,4 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. Vypočítejte q , ΔH a ΔU .

C2.13(b) Plynný CO_2 v množství $2,0 \text{ mol}$ byl za tlaku $126,7 \text{ kPa}$ ohřát tak, že jeho teplota vzrostla z 250 K na 277 K . Molární izobarická tepelná kapacita CO_2 je $37,11 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. Vypočítejte q , ΔH a ΔU .

C2.14(a) V počátečním stavu při teplotě 270 K zaujímaly $4 \text{ mol O}_2(\text{g})$ objem 20 dm^3 . Následně tento plyn adiabaticky expandoval proti stálému tlaku 80 kPa tak, že se jeho objem ztrojnásobil. Vypočítejte q , w , ΔT , ΔU a ΔH . Molární izobarická tepelná kapacita O_2 je $29,4 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. (Pozor, konečný tlak plynu nemusí být 80 kPa .)

C2.14(b) V počátečním stavu při teplotě 280 K zaujímalo $5 \text{ mol O}_2(\text{g})$ objem 15 dm^3 . Následně tento plyn adiabaticky expandoval proti stálému tlaku $78,5 \text{ kPa}$ tak, že se jeho objem zvětší čtyřikrát. Vypočítejte q , w , ΔT , ΔU a ΔH . Molární izobarická tepelná kapacita O_2 je $29,4 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$. (Pozor, konečný tlak plynu nemusí být $78,5 \text{ kPa}$.)

C2.15(a) V počátečním stavu při teplotě 310 K $1,0 \text{ mol}$ ideálního plynu vykazoval tlak $329,3 \text{ kPa}$. Následně plyn vratně adiabaticky expandoval tak, že jeho tlak klesl na hodnotu $253,3 \text{ kPa}$. Izochorická tepelná kapacita plynu je $20,8 \text{ J K}^{-1}$. Vypočítejte kone

C2.20(b) Když bylo v kalorimetrické bombě spáleno 2,25 mg anthracenu $C_{14}H_{10}(s)$, teplota v kalorimetru vzrostla o 1,35 K. Vypočítejte kalorimetrickou konstantu. O kolik by vzrostla teplota v kalorimetru, kdyby v něm za stejných podmínek bylo spáleno 135 mg fenolu $C_6H_5OH(s)$? Standardní spalná entalpie anthracenu je $\Delta_c H^\circ(C_{14}H_{10}, s) = -7\,061 \text{ kJ mol}^{-1}$.

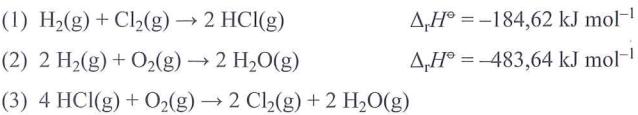
C2.21(a) Že standardních slučovacích entalpií pevných látek a iontů v roztoku vypočítejte standardní rozpoštěcí entalpii $AgCl(s)$.

C2.21(b) Že standardních slučovacích entalpií pevných látek a iontů v roztoku vypočítejte standardní rozpoštěcí entalpii $AgBr(s)$.

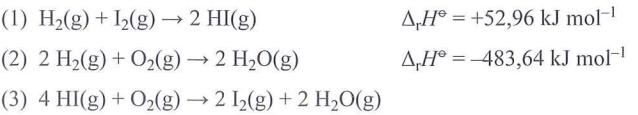
C2.22(a) Standardní entalpie rozkladu žlutého komplexu H_3NSO_2 na NH_3 a SO_2 je $+40 \text{ kJ mol}^{-1}$. Vypočítejte standardní slučovací entalpii H_3NSO_2 .

C2.22(b) Standardní spalná entalpie grafitu je $-393,51 \text{ kJ mol}^{-1}$ a diamantu $-395,41 \text{ kJ mol}^{-1}$. Vypočítejte entalpii přeměny grafitu na diamant.

C2.23(a) Z termochemických dat reakcí (1) a (2) vypočítejte (a) standardní reakční entalpii $\Delta_r H^\circ$ a vnitřní energii $\Delta_r U^\circ$ reakce (3), (b) standardní slučovací entalpii $HCl(g)$ a $H_2O(g)$ při 298 K.



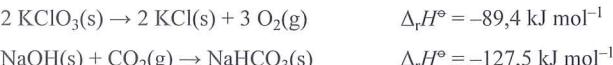
C2.23(b) Z termochemických dat reakcí (1) a (2) vypočítejte (a) standardní reakční entalpii $\Delta_r H^\circ$ a vnitřní energii $\Delta_r U^\circ$ reakce (3), (b) standardní slučovací entalpii $HI(g)$ a $H_2O(g)$ při 298 K.



C2.24(a) Při teplotě 298 K má standardní reakční vnitřní energie reakce $C_2H_5OH(l) + 3 O_2(g) \rightarrow 2 CO_2(g) + 3 H_2O(g)$ hodnotu $\Delta_r U^\circ = -1\,373 \text{ kJ mol}^{-1}$. Vypočítejte $\Delta_r H^\circ$.

C2.24(b) Při teplotě 298 K má standardní reakční vnitřní energie reakce $2 C_6H_5COOH(s) + 13 O_2(g) \rightarrow 12 CO_2(g) + 6 H_2O(g)$ hodnotu $\Delta_r U^\circ = -772,7 \text{ kJ mol}^{-1}$. Vypočítejte $\Delta_r H^\circ$.

C2.25(a) Z termochemických dat uvedených reakcí a ze standardních slučovacích entalpii KCl , CO_2 a $NaOH$ vypočítejte standardní slučovací entalpii (a) $KClO_3(s)$, (b) $NaHCO_3(s)$



C2.25(b) Z termochemických dat uvedené reakce a ze standardní slučovací entalpie NO (viz Tab. 2.8) vypočítejte standardní slučovací entalpii $NOCl(g)$.



C2.26(a) Použijte informace z Tab. 2.8 a odhadněte standardní reakční entalpii reakce $2 NO_2(g) \rightarrow N_2O_4(g)$ při $100^\circ C$ z její hodnoty při $25^\circ C$.

C2.26(b) Použijte informace z Tab. 2.8 a odhadněte standardní reakční entalpii reakce $2 H_2(g) + 2 O_2(g) \rightarrow H_2O(l)$ při $100^\circ C$ z její hodnoty při $25^\circ C$.

C2.27(a) Použijte data z Tab. 2.8 a vypočítejte $\Delta_r H^\circ$ a $\Delta_r U^\circ$ reakce $C(\text{grafit}) + H_2O(g) \rightarrow CO(g) + H_2(g)$ při (a) 298 K , (b) při 378 K . Předpokládejte, že tepelné kapacity v daném teplotním intervalu nezávisí na teplotě.

C2.27(b) Vypočítejte standardní reakční entalpii ($\Delta_r H^\circ$) a vnitřní energii ($\Delta_r U^\circ$) při 348 K hydrogenerace ethynu (acetylenu) na ethen (ethylen). Použijte spalné entalpie a tepelné kapacity z Tab. 2.6 a 2.8. Předpokládejte, že tepelné kapacity pro daný teplotní interval nezávisí na teplotě.

C2.28(a) Použijte data z Tab. 2.8 v části Data a vypočítejte $\Delta_r H^\circ$ reakce $Zn(s) + CuSO_4(aq) \rightarrow ZnSO_4(aq) + Cu(s)$.

C2.28(b) Použijte data z Tab. 2.8 v části Data a vypočítejte $\Delta_r H^\circ$ reakce $NaCl(aq) + AgNO_3(aq) \rightarrow AgCl(s) + NaNO_3(aq)$.

C2.29(a) Sestavte termodynamický cyklus pro určení hydratační entalpie iontu Mg^{2+} . Použijte následující data: sublimační entalpie $Mg(s)$ je $+167,2 \text{ kJ mol}^{-1}$; ionizační entalpie $Mg(g)$ do prvního a druhého stupně mají hodnoty $7,646 \text{ eV}$ a $15,035 \text{ eV}$; disociační entalpie $Cl_2(g)$ je $+241,6 \text{ kJ mol}^{-1}$; entalpie zisku elektronu $Cl(g)$ je $-3,78 \text{ eV}$; rozpoštěcí entalpie $MgCl_2(s)$ je $-150,5 \text{ kJ mol}^{-1}$; hydratační entalpie $Cl^-(g)$ je $-383,7 \text{ kJ mol}^{-1}$.

C2.29(b) Sestavte termodynamický cyklus pro určení hydratační entalpie iontu Ca^{2+} . Použijte následující data: sublimační entalpie $Ca(s)$ je $+178,2 \text{ kJ mol}^{-1}$; ionizační entalpie $Ca(g)$ do prvního a druhého stupně mají hodnoty $589,7 \text{ kJ mol}^{-1}$ a $1\,145 \text{ kJ mol}^{-1}$; výparná entalpie bromu je $+30,91 \text{ kJ mol}^{-1}$; disociační entalpie $Br_2(g)$ je $+192,9 \text{ kJ mol}^{-1}$; entalpie zisku elektronu $Br(g)$ je $-331,0 \text{ kJ mol}^{-1}$; rozpoštěcí entalpie $CaBr_2(s)$ je $-103,1 \text{ kJ mol}^{-1}$; hydratační entalpie $Br^-(g)$ je $-97,5 \text{ kJ mol}^{-1}$.

C2.30(a) Když určitý freon používaný v chladničkách adiabaticky expandoval z počátečního tlaku $3,2 \text{ MPa}$ a teploty $0^\circ C$ na tlak $0,1 \text{ MPa}$, jeho teplota poklesla o 22 K . Vypočítejte Jouleův–Thomsonův koeficient μ při $0^\circ C$. Předpokládejte, že koeficient je v daném teplotním intervalu konstantní.

C2.30(b) Párky určité látky adiabaticky expandovaly z počátečního tlaku $2,2 \text{ MPa}$ a teploty $5^\circ C$ na tlak $0,1 \text{ MPa}$, jejich teplota poklesla o 10 K . Vypočítejte Jouleův–Thomsonův koeficient μ při $5^\circ C$. Předpokládejte, že koeficient je v daném teplotním intervalu konstantní.

C2.31(a) Pro plyn řídící se van der Waalsovou rovnici platí $\pi_T = a/V_m^2$. Vypočítejte ΔU_m pro izotermickou expanzi dusíku z počátečního objemu $1,00 \text{ dm}^3$ na objem $24,8 \text{ dm}^3$ probíhající při teplotě 298 K . Jaké jsou pro uvedený děj hodnoty tepla a práce?

C2.31(b) Pro plyn řídící se van der Waalsovou rovnici platí $\pi_T = a/V_m^2$. Vypočítejte ΔU_m pro izotermickou expanzi argonu z počátečního objemu $1,00 \text{ dm}^3$ na objem $22,1 \text{ dm}^3$ probíhající při teplotě 298 K . Jaké jsou pro uvedený děj hodnoty tepla a práce?

C2.32(a) Objem určité látky závisí na teplotě podle rovnice

$$V = V' [0,75 + 3,9 \cdot 10^{-4}(T/K) + 1,48 \cdot 10^{-6}(T/K)^2]$$

kde V' je objem látky při 300 K . Vypočítejte koeficient izobarické roztažnosti α při 320 K .

C2.32(b) Objem určité látky závisí na teplotě podle rovnice

$$V = V' [0,77 + 3,7 \cdot 10^{-4}(T/K) + 1,52 \cdot 10^{-6}(T/K)^2]$$

kde V' je objem látky při 298 K . Vypočítejte koeficient izobarické roztažnosti α při 310 K .

C2.33(a) Při 293 K má izotermická stlačitelnost mědi hodnotu $7,25 \cdot 10^{-6} \text{ MPa}^{-1}$. Vypočítejte tlak, který musí být použit, aby hustota mědi vzrostla o $0,08 \%$.

C2.33(b) Při 293 K má izotermická stlačitelnost olova hodnotu $2,18 \cdot 10^{-5} \text{ MPa}^{-1}$. Vypočítejte tlak, který musí být použit, aby hustota olova vzrostla o $0,08 \%$.

C2.34(a) Jouleův–Thomsonův koeficient dusíku je $\mu = 2,47 \text{ K MPa}^{-1}$. Určete izotermický Jouleův–Thomsonův koeficient dusíku. Dále Vypočítejte energii, která musí být během Jouleova–Thomsonova experimentu dodávána, aby se udržela konstantní teplota. Během experimentu tryskou prošlo $15,0 \text{ mol}$ N_2 a pokles tlaku byl $7,6 \text{ MPa}$.

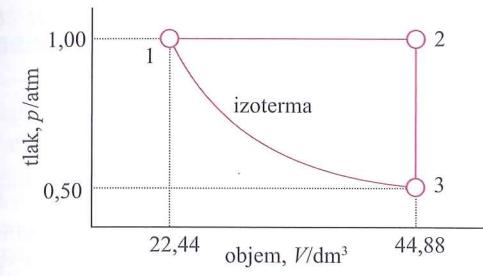
C2.34(b) Jouleův–Thomsonův koeficient CO_2 je $\mu = 10,95 \text{ K MPa}^{-1}$. Určete izotermický Jouleův–Thomsonův koeficient CO_2 . Dále vypočítejte energii, která musí být během Jouleova–Thomsonova experimentu dodávána, aby se udržela konstantní teplota. Během experimentu tryskou prošlo $12,0 \text{ mol}$ CO_2 a pokles tlaku byl $5,57 \text{ MPa}$.

Problémově orientované úlohy¹⁾

Pokud není řečeno jinak, předpokládá se, že plyny se chovají ideálně a že termochemická data se vztahují k teplotě $298,15 \text{ K}$.

Numerické úlohy

P2.1 Jeden mol ideálního plynu ($C_{p,m} = 3/2 R$) prošel cyklem, který tvořily tři děje tak, jak je uvedeno na Obr. 2.33. (a) Určete teplotu v uzlových bodech 1, 2 a 3. (b) Pro každý děj cyklu vypočítejte q , w , ΔU a ΔH . Jestliže z uvedených údajů nelze získat numerickou hodnotu některé z uvedených veličin, pak alespoň napište příslušné znaménko $+/-$.



Obr. 2.33

P2.2 Jeden mol $CaCO_3(s)$ byl zahříván až na teplotu $800^\circ C$, při které se rozkladal. Zahřívání bylo prováděno v nádobě s pístem, který na počátku spočíval přímo na pevné látce. Vypočítejte práci, která byla vykonána při úplném rozložení $CaCO_3(s)$ při $101,325 \text{ kPa}$.

P2.3 Plynný CO_2 o množství 2 mol se nachází v uzavřené nádobě s konstantním objemem $15,0 \text{ dm}^3$ a má teplotu 300 K . Když plynu bylo dodáno $2,35 \text{ kJ}$ ve formě tepla, jeho teplota vzrostla na 341 K . Předpokládejte, že chování plynu lze popsat van der Waalsovou stavovou rovnici, a vypočítejte w , ΔU a ΔH .

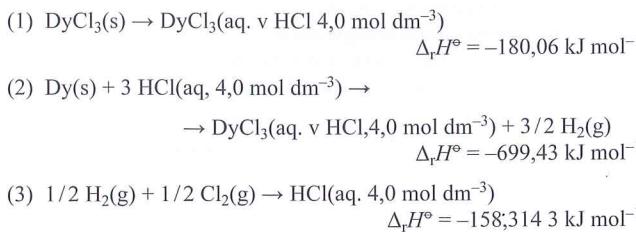
P2.4 Plynný krypton o množství 70 mmol vratně izotermicky (při 373 K) expandoval z počátečního objemu $5,25 \text{ cm}^3$ na objem $6,29 \text{ cm}^3$. Jeho vnitřní energie vzrostla o $83,5 \text{ J}$. Použijte viriálovou stavovou rovnici s druhým viriálovým koeficientem $B = -28,7 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$ a pro uvedený děj vypočítejte q , w a ΔH .

P2.5 Jeden mol ideálního plynu ($C_{p,m} = 7/2 R$) prošel cyklem, který tvořily tři děje: (a) ohřev za konstantního objemu tak, že se výchozí tlak plynu zdvojnásobil; (b) vratná adiabatická expanze zpět na výchozí teplotu 298 K ; (c) vratná izotermická komprese zpět na tlak 100 kPa . Pro každý krok cyklu a pro celý cyklus vypočítejte q , w , ΔU a ΔH .

P2.6 Vypočítejte práci odpovídající vratné izotermické expanzi plynu, který se řídí van der Waalsovou stavovou rovnicí. Ve výsledném vztahu pro práci objasňte z fyzikálního hlediska význam parametrů a a b . Do jednoho indikátorového diagramu současně zakreslete izotermickou vratnou expanzi (a) ideálního plynu, (b) plynu řídícího se van der Waalsovou stavovou rovnicí s hodnotami $a = 0$ a $b = 51,1 \text{ cm}^3 \text{ mol}^{-1}$, (c) plynu řídícího se van der Waalsovou stavovou rovnicí s hodnotami $a = 4,256 \cdot 10$

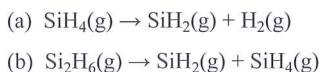
298,15 K hodnotu $-36,033\ 4\ \text{kJ g}^{-1}$. Vypočítejte $\Delta_c H^\circ$ a $\Delta_f H^\circ$ krystalického C_{60} .

P2.16‡ Cordun se spolupracovníky (*J. Chem. Thermodynamics* 1996, 28, 1387) prováděli termodynamickou studii DyCl_3 . Pomocí níže uvedených reakcí vyhodnotili standardní slučovací entalpii uvedené látky.

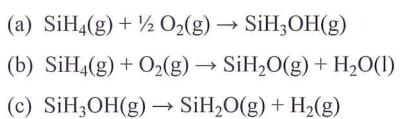


Pomocí těchto termochemických dat určete $\Delta_f H^\circ$ (DyCl_3 , s).

P2.17‡ Silylen (SiH_2) je důležitý meziprodukt při tepelném rozkladu hydridů křemíku, jako je např. silan (SiH_4) a disilan (Si_2H_6). Moffat a kol. (*J. Phys. Chem.* 1991, 95, 145) uvádějí $\Delta_f H^\circ(\text{SiH}_2) = +274\ \text{kJ mol}^{-1}$. Dále jsou známý $\Delta_f H^\circ(\text{SiH}_4) = +34,3\ \text{kJ mol}^{-1}$ a $\Delta_f H^\circ(\text{Si}_2\text{H}_6) = +80,3\ \text{kJ mol}^{-1}$ (viz CRC Handbook 2008). Vypočítejte standardní reakční entalpie těchto reakcí:



P2.18‡ Silanon (SiH_2O) a silanol (SiH_3OH) jsou látky, o kterých se předpokládá, že mají důležitou roli při oxidaci silanu (SiH_4). Tyto látky jsou v porovnání s analogickými sloučeninami uhličku mnohem nestabilnější. C. L. Darling a H. B. Schlegel (*J. Phys. Chem.* 1993, 97, 8207) na podkladě výpočetní studie uvádějí $\Delta_f H^\circ(\text{SiH}_2\text{O}) = -98,3\ \text{kJ mol}^{-1}$ a $\Delta_f H^\circ(\text{SiH}_3\text{OH}) = -282\ \text{kJ mol}^{-1}$. Vypočítejte standardní reakční entalpie těchto reakcí:



Pozn.: $\Delta_f H^\circ(\text{SiH}_4, \text{g}) = +34\ \text{kJ mol}^{-1}$ (viz CRC Handbook, 2008).

P2.19 Izochorická tepelná kapacita plynu může být měřena tak, že se sleduje snížení teploty, které je způsobeno adiabatickou vratnou expanzí daného plynu. Jestliže je také zároveň měřen tlak, může být určena hodnota $\gamma = C_p/C_V$ a následně také izobarická tepelná kapacita. Určitý fluoruhlovodík expandoval vratně adiabaticky tak, že se jeho objem zdvojnásobil. Při tomto ději jeho teplota poklesla z 298,15 K na 248,44 K a jeho tlak poklesl z 202,94 kPa na 81,840 kPa. Vypočítejte C_p .

P2.20 Jeden mol plynu, který se chová podle van der Waalsovy stavové rovnice, byl při 300 K stlačen z objemu 20,0 dm³ na objem 10,0 dm³. Během tohoto děje byla dodána práce 20,2 kJ. Uvedené stavové rovnice lze Jouleův–Thomsonův koeficient vyjádřit jako $\mu = [(2a/RT) - b]/C_{p,m}$, kde $C_{p,m} = 38,4\ \text{J K}^{-1}\ \text{mol}^{-1}$, $a = 3,648 \cdot 10^5\ \text{cm}^6\ \text{MPa mol}^{-2}$, $b = 44,0\ \text{cm}^3\ \text{mol}^{-1}$. Vypočítejte ΔH daného děje.

P2.21 Předpokládejte, že se dusík řídí podle van der Waalsovy stavové rovnice s parametry $a = 1,370 \cdot 10^5\ \text{cm}^6\ \text{MPa mol}^{-2}$, $b = 38,7\ \text{cm}^3\ \text{mol}^{-1}$. Vypočítejte ΔH_m pro děj, při kterém byl při teplotě 300 K tlak plynu snížen z 50 MPa na 0,1 MPa. Pro Jouleův–Thomsonův koeficient vyjádřený z van der Waalsovy stavové rovnice platí $\mu = [(2a/RT) - b]/C_{p,m}$. Předpokládejte $C_{p,m} = 7/2 R$.

Teoretické úlohy

P2.22 Dokažte, že následující funkce mají totální diferenciál:
(a) $x^2y + 3y^2$, (b) $x \cos xy$, (c) x^3y^2 , (d) $t(t + e^t) + s$.

P2.23 (a) Určete totální diferenciál funkce
 $z = x^2 + 2y^2 - 2xy + 2x - 4y - 8$. (b) Dokažte, že pro uvedenou funkci

platí $\partial^2 z / \partial y \partial x = \partial^2 z / \partial x \partial y$. (c) Určete diferenciál funkce $z = xy - y \ln x + 2$ a dokažte, že diferenciál je totální.

P2.24 (a) Vyjádřete $(\partial C_p / \partial V)_T$ jako druhou derivaci U a nalezněte její vztah k $(\partial U / \partial V)_T$. Dále analogicky vyjádřete $(\partial C_p / \partial p)_T$ jako druhou derivaci H a nalezněte její vztah k $(\partial H / \partial p)_T$. (b) Pomocí ziskaných vztahů dokažte, že pro ideální plyn platí $(\partial C_p / \partial V)_T = 0$ a $(\partial C_p / \partial p)_T = 0$.

P2.25 (a) Z výrazu pro totální diferenciál $U(T, V)$ odvodte vztah $C_p = -(\partial U / \partial V)_T (\partial V / \partial T)_U$. (b) Pomocí C_p a Jouleova–Thomsonova koeficientu μ z výrazu pro totální diferenciál $H(T, p)$ vyjádřete derivaci $(\partial H / \partial p)_T$.

P2.26 Použijte vhodné vztahy mezi parciálními derivacemi a z výrazu $C_p - C_V = T(\partial p / \partial T)_V (\partial V / \partial T)_p$ odvodte vztah $C_p - C_V = -T(\partial V / \partial T)_p^2 / (\partial V / \partial T)_T$. Následně vyhodnoťte $C_p - C_V$ pro ideální plyn.

P2.27 (a) Přímým derivováním vztahu $H = U + pV$ nalezněte vztah mezi $(\partial H / \partial U)_p$ a $(\partial U / \partial V)_p$. (b) Pomocí výrazu pro $(\partial H / \partial U)_p$ vyjádřeného jako podíl dvou derivací podle objemu a pomocí definice entalpie dokažte, že platí $(\partial H / \partial U)_p = 1 + p(\partial V / \partial U)_p$.

P2.28 Použijte rovn. (MB2.4) a převrácenou hodnotu parciálních derivací (viz Matematický základ 2) a odvodte vztah $(\partial H / \partial p)_T = -\mu C_p$.

P2.29 Použijte rovn. (MB2.4) a převrácenou hodnotu parciálních derivací (viz Matematický základ 2) a odvodte vztah $(\partial p / \partial T)_V = \alpha / \kappa_T$. Potvrďte platnost tohoto vztahu tím, že vyjádříte jeho pravou i levou stranu pro (a) ideální plyn, (b) pro plyn řídící se van der Waalsovou stavovou rovnici.

P2.30 (a) Napište vztahy pro dV a dp tak, že použijete V jako funkci p a T a p jako funkci V a T . (b) Za využití koeficientu izobarické roztažnosti a izotermické stlačitelnosti odvodte vztahy pro $d \ln V$ a $d \ln p$.

P2.31 Vypočítejte práci vykonanou během izotermické vratné expanze plynu, který se chová podle viriálové stavové rovnice (rovn. (I.19)). Vyhodnoťte (a) práci, kterou vykoná 1,0 mol Ar při 273 K (potřebná data naleznete v Tab. 1.4), (b) práci, kterou vykoná 1 mol ideálního plynu při 273 K. V obou případech expanze probíhá z 500 cm³ na 1 000 cm³.

P2.32 Vyjádřete práci odpovídající izotermické vratné expanzi plynu, který se chová podle van der Waalsovy stavové rovnice. Použijte redukován proměnné a odvodte vztah pro redukovanou práci, který bude nezávislý na identitě plynu. Vypočítejte práci při izotermické vratné expanzi podél kritické izotermы. Předpokládejte, že expanze probíhá z objemu V_c na objem xV_c .

P2.33 Plyn, který se chová podle stavové rovnice $p(V - nb) = nRT$, má být podrobén Jouleův–Thomsonově expanzi. Bude se jeho teplota zvyšovat, snižovat, nebo zůstat konstantní?

P2.34 Pro plyn, který se řídí van der Waalsovou stavovou rovnici, platí $(\partial U / \partial V)_T = \alpha / V_m^2$. Použijte tento vztah spolu s definicí μ a dokažte, že platí $\mu C_{p,m} \approx (2a/RT) - b$. (Nápočeda: Tam, kde je to oprávněné, použijte approximaci $pV_m \approx RT$.)

P2.35 Transformujte van der Waalsovu stavovou rovnici tak, že vyjádříte T jako funkci p a V (pro konstantní n). Vyjádřete $(\partial T / \partial p)_V$ a dokažte, že platí $(\partial T / \partial p)_V = 1 / (\partial p / \partial T)_V$.

P2.36 Vypočítejte koeficienty izotermické stlačitelnosti a izobarické roztažnosti pro plyn řídící se van der Waalsovou stavovou rovnici. Pomoci Eulerova cyklického vztahu dokažte, že platí $\kappa_T R = \alpha(V_m - b)$.

P2.37 Pomocí vztahu $\mu C_p = T(\partial V / \partial T)_p - V$ a van der Waalsovy stavové rovnice odvodte vztah pro Jouleův–Thomsonův koeficient, ve kterém budou vystupovat parametry a , b . Ze získaného vztahu odvodte vzorec pro výpočet inverzní teploty. Vyhodnoťte Jouleův–Thomsonův koeficient xenonu při 25 °C a inverzní teplotu xenonu.

P2.38 V textu byla uvedena termodynamická stavová rovnice $(\partial U / \partial V)_T = T(\partial p / \partial T)_V - p$. Pomocí obecných vztahů mezi parciálními derivacemi z ní odvodte analogickou rovnici

$$(\partial H / \partial p)_T = -T(\partial V / \partial T)_p + V.$$

P2.39 Dokažte, že pro plyn, který se řídí van der Waalsovou stavovou rovnici platí

$$C_{p,m} - C_{V,m} = \lambda R \quad \frac{1}{\lambda} = 1 - \frac{(3V_r - 1)^2}{4V_r^3 T_r}$$

P2.40 Rychlosť zvuku c_s v plynu o molární hmotnosti M souvisí s poměrem tepelných kapacit vztahem $c_s = (\gamma RT / M)^{1/2}$. Dokažte, že platí $c_s = (yp/p)^{1/2}$, kde p je hustota plynu. Vypočítejte rychlosť zvuku v argonu při 25 °C.

P2.41 Určitý plyn se chová podle stavové rovnice $V_m = RT/p + aT^2$ a jeho izobarická tepelná kapacita závisí na teplotě a tlaku podle vztahu $C_{p,m} = A + BT + Cp$, kde A , B , C a a jsou parametry nezávislé na T a p . Odvodte vztahy pro (a) Jouleův–Thomsonův koeficient, (b) izochorickou tepelnou kapacitu.

Aplikace na biologii a životní prostředí

P2.42 V biologické buňce, která má dostatečný příspun kyslíku, se glukosa aerobní oxidací zcela přemění na CO_2 a H_2O . Při intenzivní námaze se svalové buňky mohou připravit o kyslík a v důsledku toho se jedna molekula glukosy anaerobní glykolýzou rozpadá na dvě molekuly mléčné kyseliny ($\text{CH}_3\text{CH}(\text{OH})\text{COOH}$) – viz část I-6.1. (a) Když 0,321 2 g glukosy bylo spáleno v kalorimetrické bombě kalorimetru s konstantou 641 J K⁻¹, teplota vzrostla o 7,793 K. Vypočítejte (i) standardní molární spalnou entalpii, (ii) standardní molární spalnou vnitřní energii, (iii) standardní slučovací entalpii glukosy. (b) Jaká je biologická výhoda (ve formě uvolněného tepla v kJ mol^{-1}) aerobní oxidace oproti anaerobní glykolýze vedoucí ke vzniku mléčné kyseliny?

P2.43 Alkyradikály jsou důležité meziprodukty při spalování uhlovodíků. Seakins a kol. (*J. Phys. Chem.* 1992, 96, 9847) uvádějí $\Delta_f H^\circ$ pro různé alkyradikály v plyném stavu. Tyto informace se využívají při studiu pyrolyzy a oxidačních reakcí uhlovodíků. Také mohou být zkombinovány s termodynamickými daty alkenů a použity pro určení reakčních entalpií štěpení velkých alkylových radikálů na menší radikály a alkeny. Použijte níže uvedená data a vypočítejte standardní reakční entalpie tří možných rozpadů *terc*-butyl radikálu:

- (a) $\text{terc-C}_4\text{H}_9 \rightarrow \text{sek-C}_4\text{H}_9$,
- (b) $\text{terc-C}_4\text{H}_9 \rightarrow \text{C}_3\text{H}_6 + \text{CH}_3$,
- (c) $\text{terc-C}_4\text{H}_9 \rightarrow \text{C}_2\text{H}_4 + \text{C}_2\text{H}_5$.

Látka	C_2H_5	$\text{sek-C}_4\text{H}_9$	$\text{terc-C}_4\text{H}_9$
$\Delta_f H^\circ / \text{kJ mol}^{-1}$	+121,0	+67,5	+51,3

P2.44 Mezinárodní panel pro změnu klimatu (IPCC) v roce 2007 uvedl, že globální průměrná teplota do roku 2100 vzroste o 1,0–3,5 °C (nejpravděpodobněji o 2 °C). Odhadněte průměrné zvýšení mořské hladiny způsobené teplotní roztažností mořské vody, jestliže její teplota vzroste o 1 °C, 2 °C, a 3,5 °C. Objem vody v oceánech na Zemi je