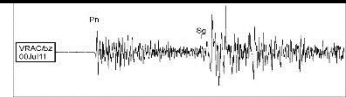


# Zpracování seismických dat

## část A: Seismický signál jako vlnová funkce

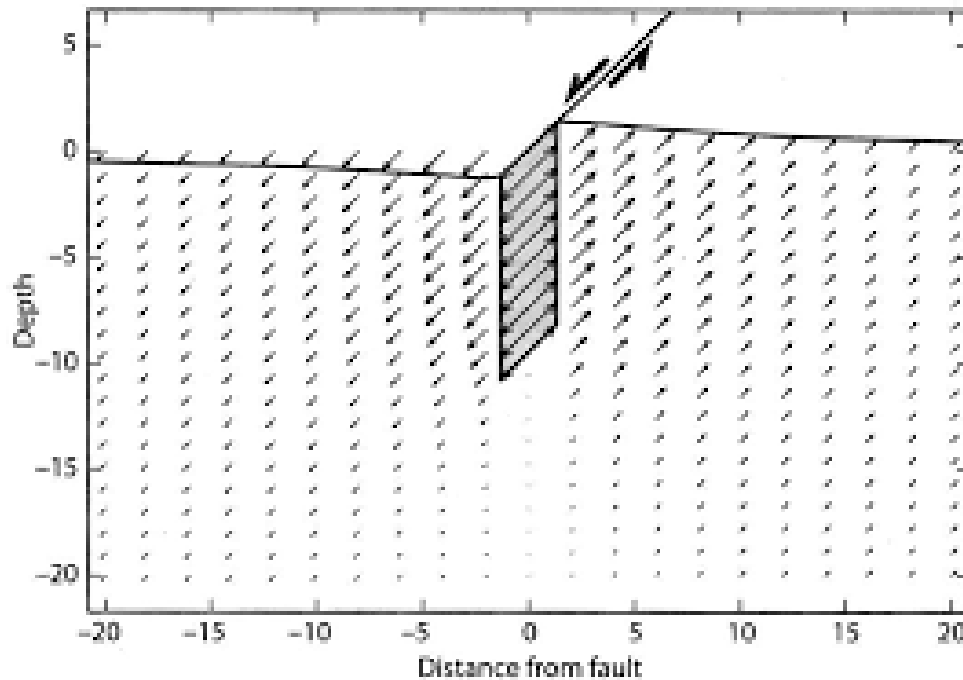
### III. Tvar seismického signálu

Josef Havíř  
havir@ipe.muni.cz

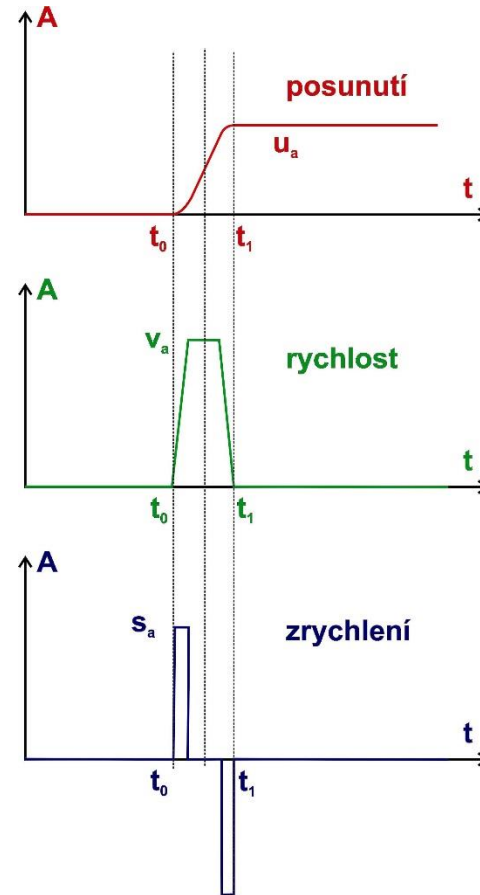
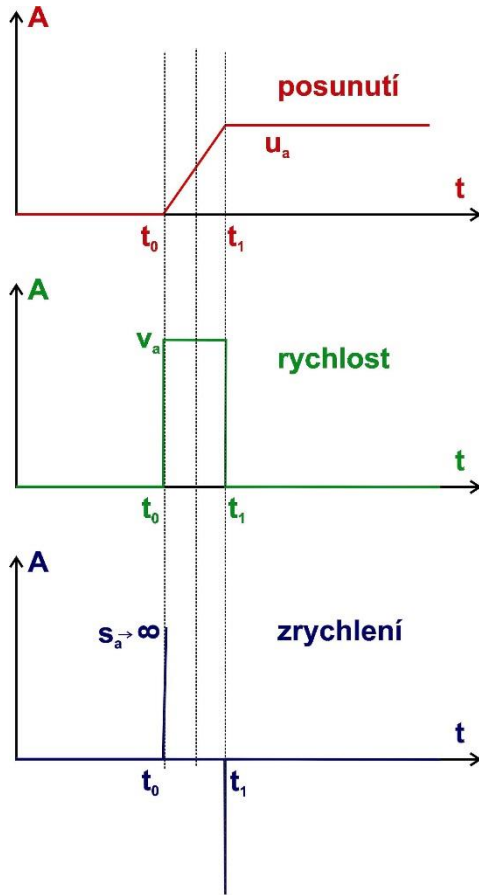


## a) Ideální tvar seismické fáze

Úvahy o ideálním tvaru seismické fáze vychází z předpokladu, že seismický jev je iniciován náhlým posunutím na zlomu.



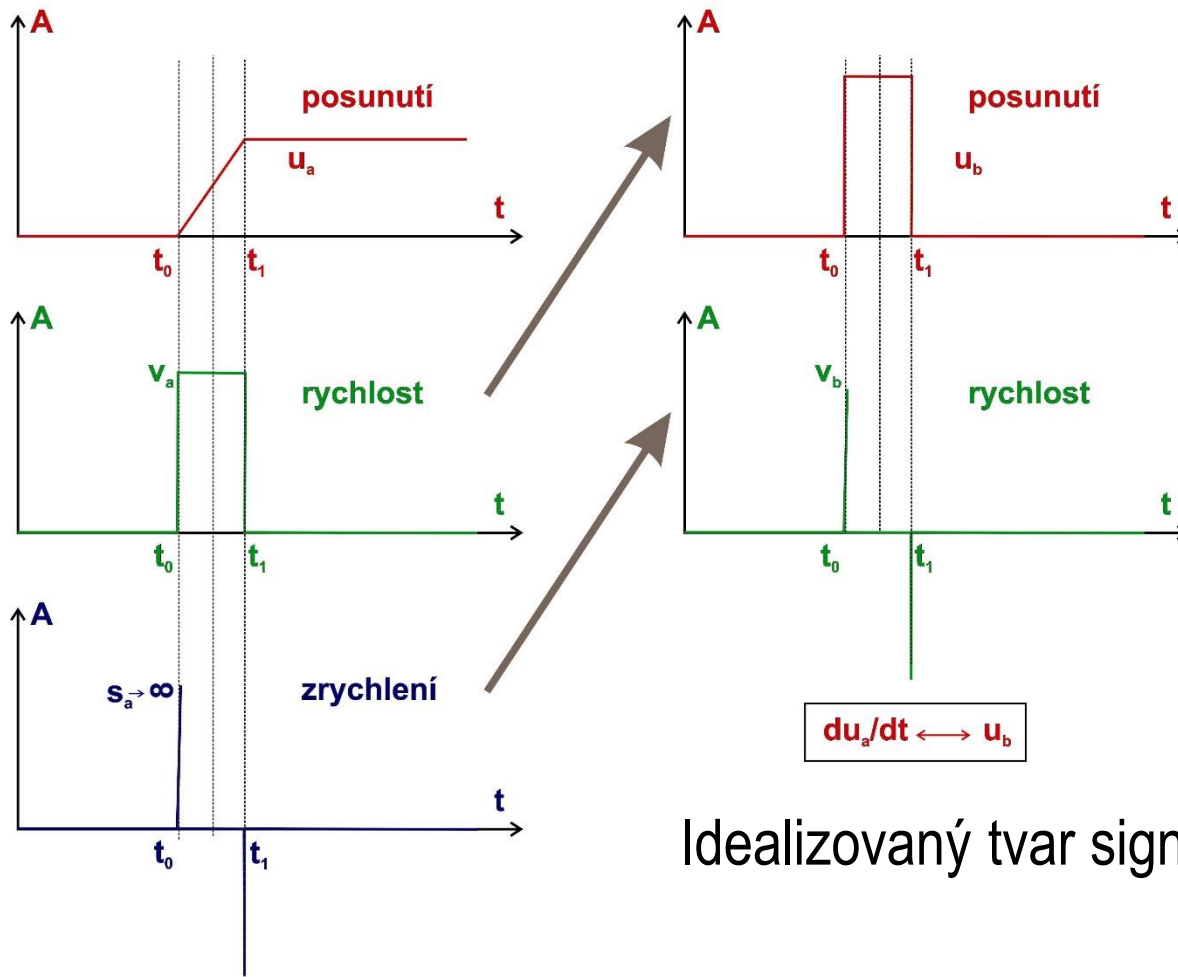
Předpokládáme-li tektonické zemětřesení způsobené posunem na zlomu, můžeme předpokládat ve zdroji jednoduché časové funkce popisující pohyb ve zdroji.



Dále od zdroje se pak časové funkce liší.

v blízkosti zdroje

daleko od zdroje



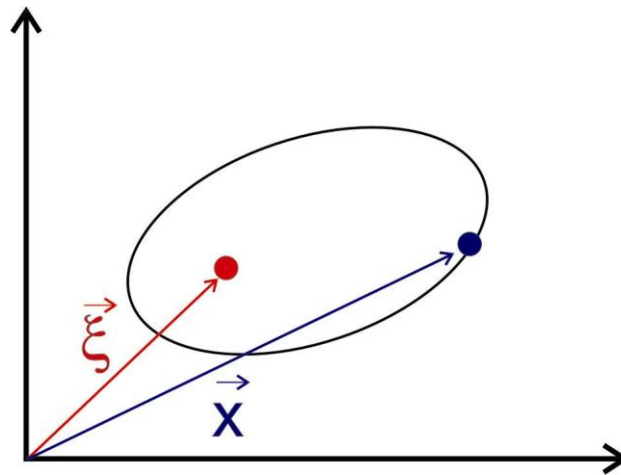
Idealizovaný tvar signálu je impuls (pík).

Dále od zdroje je posunutí (a tedy tvar signálu) ovlivněno nejen dynamikou a kinematikou zdroje, ale také vlastnostmi horninového prostředí. Vliv prostředí nám popisuje tzv. **greenův tenzor**.

$$u_n(\vec{x}, t) = M_{pq}(\vec{\xi}, \tau) * G_{np,q}(\vec{x}, t; \vec{\xi}, \tau)$$

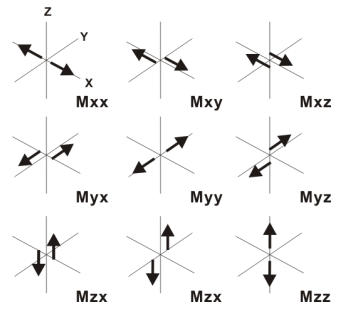
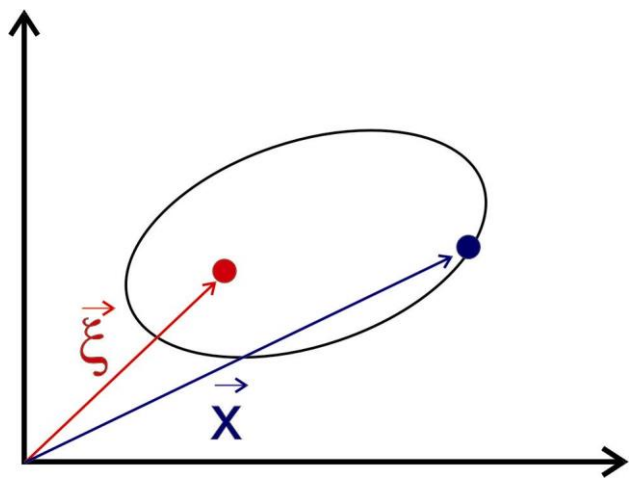


**George Green**  
(1793-1841)



Výsledné posunutí je popisováno jako reakce na silový impuls působící v místě  $\xi$  a v čase  $\tau$ , přičemž greenův tenzor popisuje odezvu prostředí na tento impuls v místě  $x$  a čase  $t$ .

$$u_n(\vec{x}, t) = M_{pq}(\vec{\xi}, \tau) * G_{np,q}(\vec{x}, t; \vec{\xi}, \tau)$$

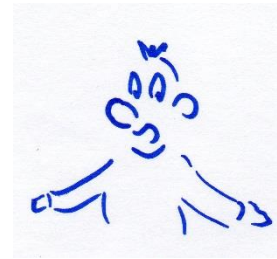


**momentový tenzor –**  
popisuje působící momenty sil v místě  $\xi$  a čase  $\tau$ , které způsobily pohyb

**greenův tenzor –**  
popisuje odezvu v místě  $x$  a čase  $t$

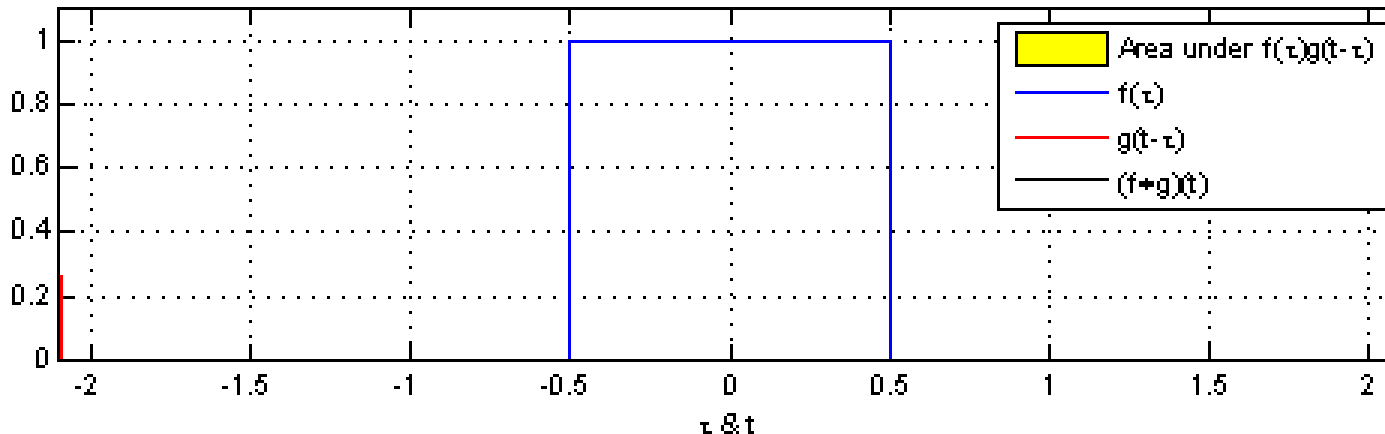
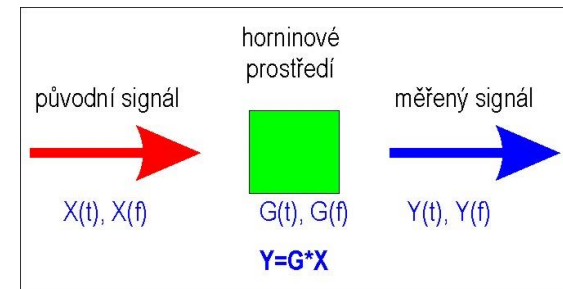


$$u_n(\vec{x}, t) = M_{pq}(\vec{\xi}, \tau) * G_{np,q}(\vec{x}, t; \vec{\xi}, \tau)$$

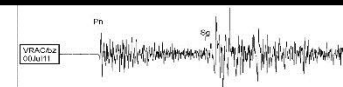


Operace mezi funkcemi M a G v časové oblasti je konvoluce.

$$u_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} M_{pq}(\alpha) \cdot G_{np,q}(t - \alpha) d\alpha$$



Při vyjádření v závislosti na frekvenci degraduje na součin.

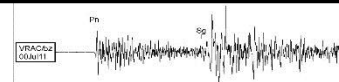
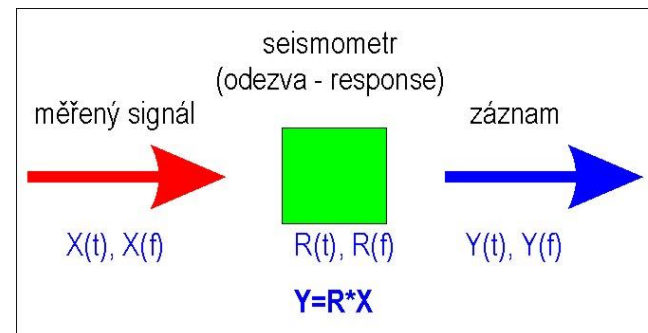
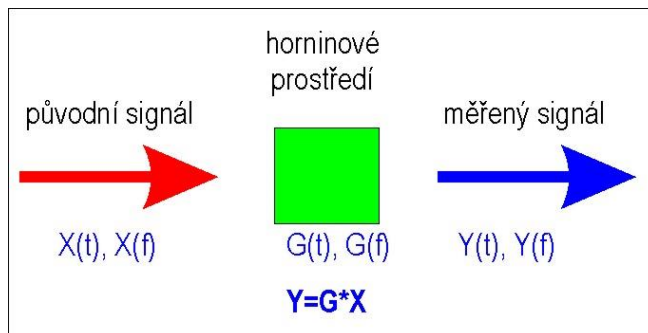


## b) Funkce odezvy

Seismický signál je ovlivněn průchodem horninovým prostředím, charakteristikou měřicího přístroje (seismometru) a dalšími vlivy. Každý vliv si můžeme vyjádřit nějakou funkcí, závislou na čase či na frekvenci, kterou nazýváme **odezva**:

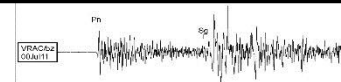
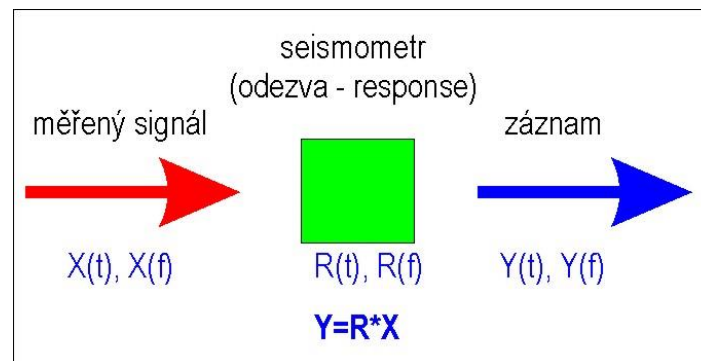
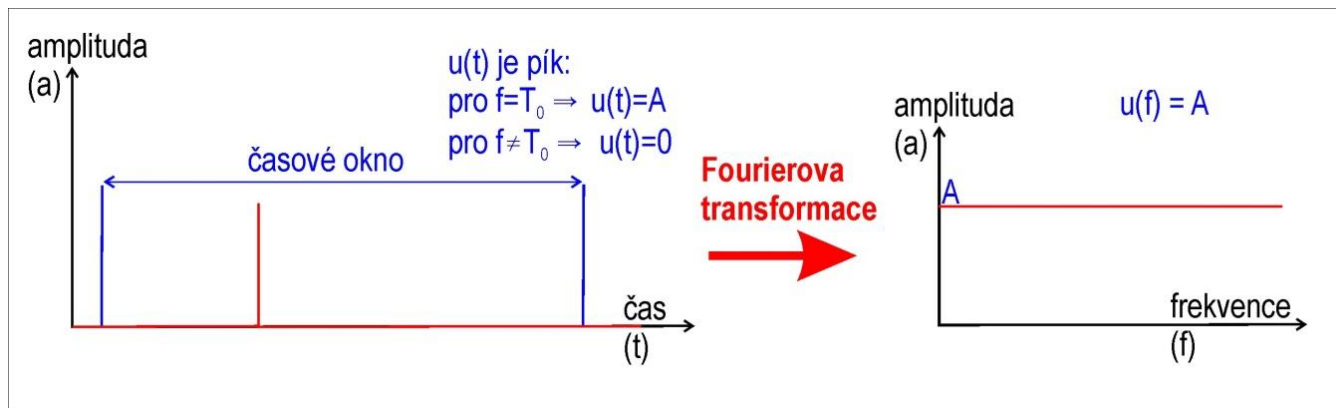
$$u_I(t) = u_a(t) * g(t) * I(t)$$

$u_I(t)$  ... výsledný signál;  $g(t)$  ... vliv horninového prostředí;  
 $I(t)$  ... vliv seismometru;  $u_a(t)$  ... původní signál

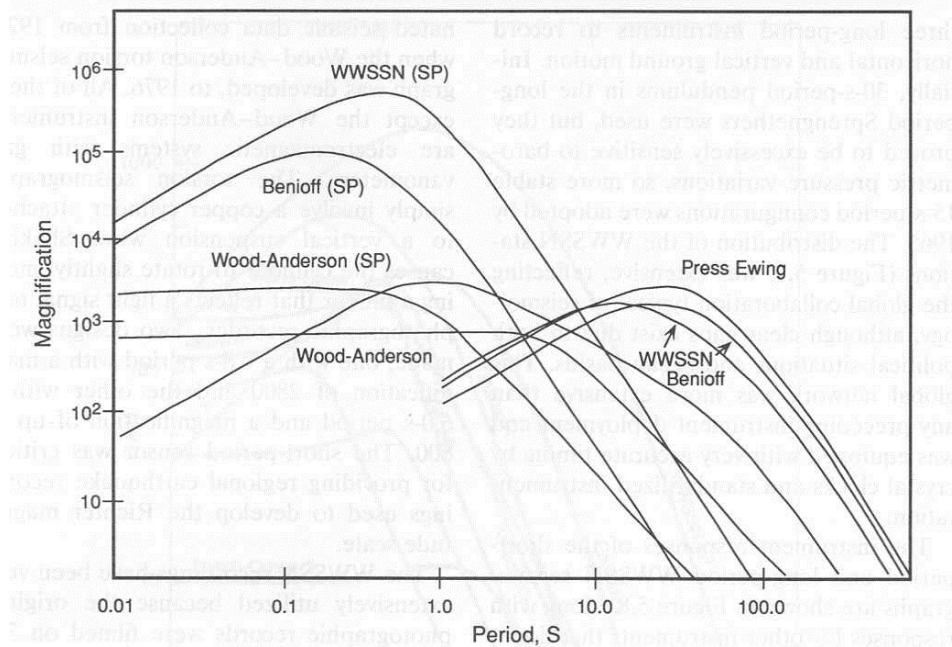




Představme si, že seismometr registruje pík o jednotkové amplitudě. Ve frekvenční závislosti je takový signál popsán funkcí, která všem frekvencím přiřazuje hodnotu 1. Součin  $Y(f)=(Rf).X(f)$  se tedy mění na  $Y(f)=(Rf).1=R(f)$ , tj. záznam bude totožný s funkcí popisující odezvu.

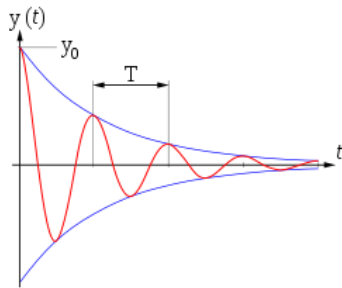


$Y(f)=(Rf).X(f)$  ... Křivka popisující odezvu udává, kolikrát je určitá frekvenční část původního signálu ve výsledném záznamu zesílena (respektive zeslabena) – nazývá se proto **křivka zvětšení**. Seismometr registruje různé frekvence s různým zesílením.



## c) Útlum

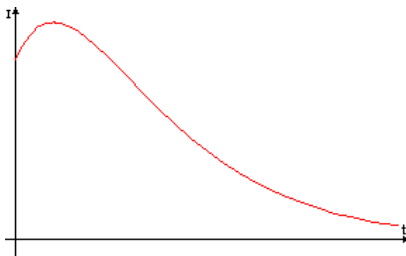
Horninové prostředí se chová elasticky a impuls vede k tlumeným kmitům částic kontinua ( $\delta$  – součinitel tlumení).



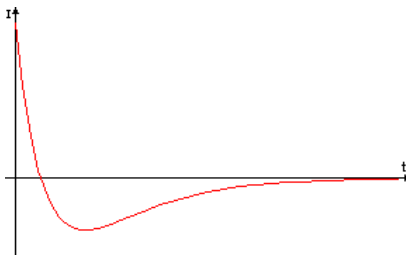
$$u(t) = A_0 e^{-\delta t} \sin(\omega_t \cdot t + \varphi_0)$$

$$A = A_0 e^{-\delta t}$$

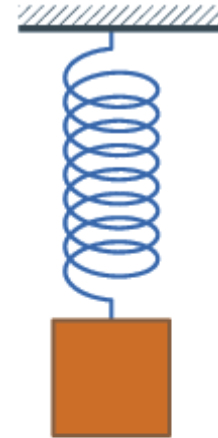
podkritický útlum



kritický útlum



nadkritický útlum



Proč nám tedy ubývá amplituda se vzdáleností? Protože se ztrácí energie z důvodů:

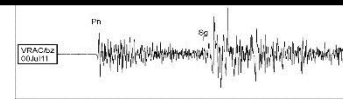
- rozšiřování sférické vlnoplochy (geometrical spreading)



- vlastní útlum z důvodu

  - a) absorpce energie kvůli neelastickému chování materiálu a projevů vnitřního tření (vnitřní útlum; intrinsic attenuation)

  - b) rozkladu vln různých frekvencí na mikro-rozhraních (scattering attenuation).



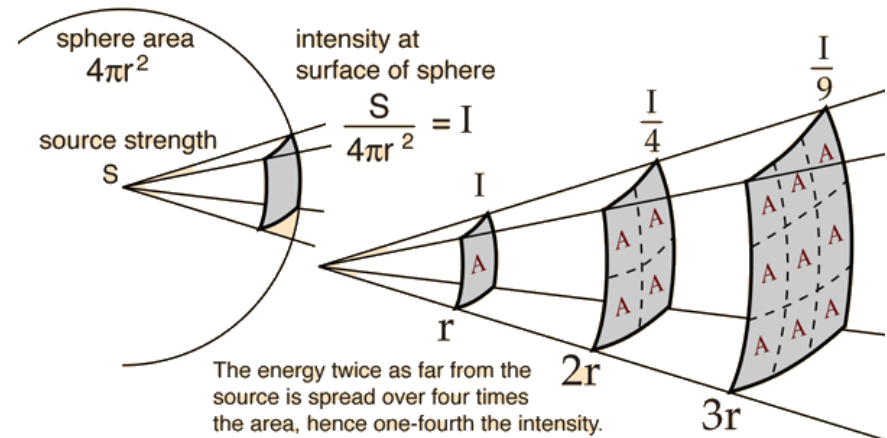
## rozšiřování sférické vlnoplochy (geometrical spreading)

Má-li být zachována konstantní suma energie  $E_0$  na kulové ploše, tak s rostoucím poloměrem  $r$  připadá na jeden bod kulové plochy část energie  $E_r$ :

$$E_r = \frac{E_0}{4\pi r^2}$$

Tj. velikost seismické energie klesá úměrně druhé mocnině vzdálenosti. Energie je úměrná druhé mocnině amplitudy  $A$ , takže amplituda pak klesá úměrně se vzdáleností:

$$E_r \approx A^2 \wedge E_r \approx \frac{1}{r^2} \Rightarrow A \approx \frac{1}{r}$$



# útlum (attenuation)

Je dán vztahem pro tlumené kmity, kde amplituda  $A$  ve vzdálenosti  $r$  závisí kromě vzdálenosti na frekvenci  $f$ , rychlosti  $v$  a tzv. „kvalitě oscilátoru“ (quality factor)  $Q$ :

$$A(r) = a_0 e^{-\frac{\pi f}{Qv} r}$$

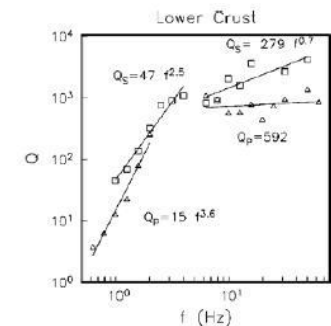
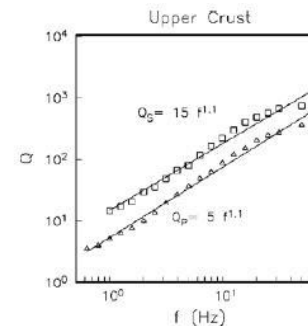
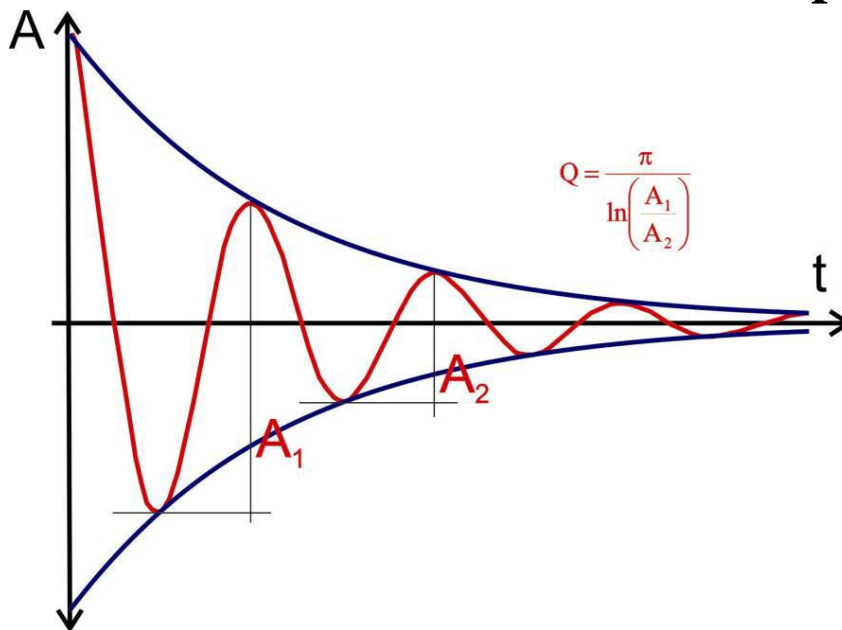
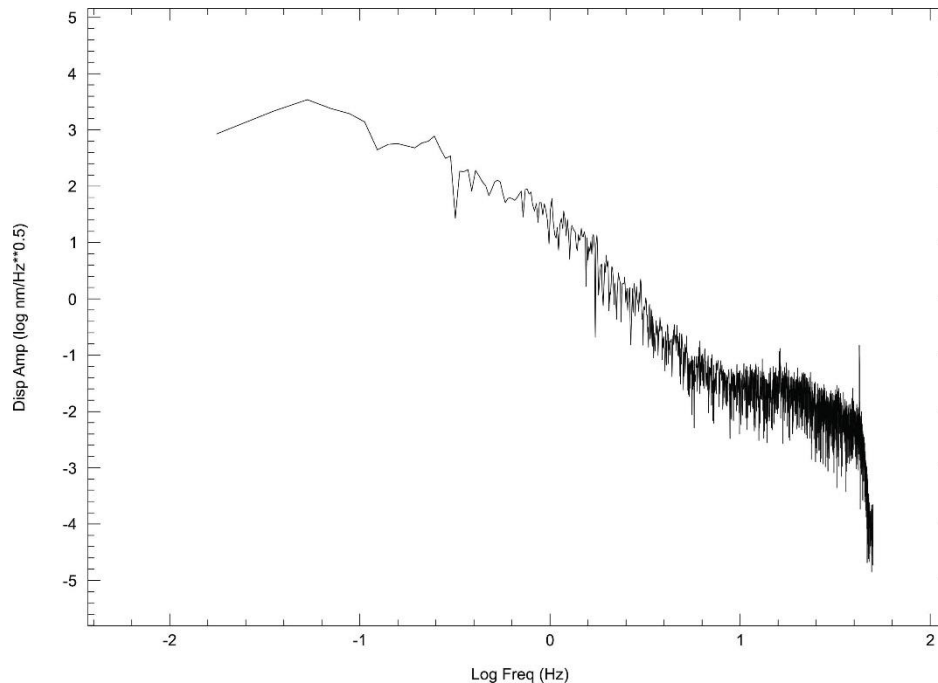


Fig. 4. Total  $Q$  estimated using a 2-layer model. Left frame correspond to the first 23-25 km of the crust and the right frame to the next 25 km. Triangles correspond to  $P$  waves ( $Q_p$ ) and squares to  $S$  waves ( $Q_s$ ). The lines are the least-squares fit obtained with the estimates of  $Q$  shown.



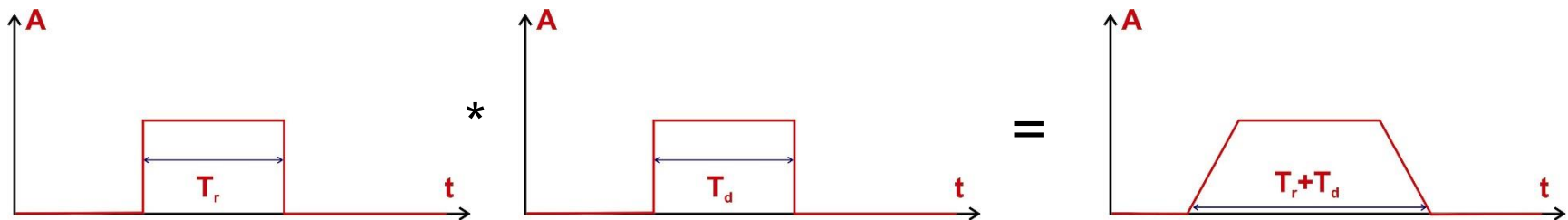
## d) Spektrum přirozeného zemětřesení

Spektrum zemětřesení ukazuje, že různé frekvence se na seismickém signálu vzdáleného zemětřesení podílejí různou mírou. Typický je pokles amplitudy ve spektru s rostoucí frekvencí.



Spektrum signálu závisí na zdrojové funkci. Ta je přitom v případě přirozených zemětřesení spojených s prokluzy na zlomové ploše dána parametry charakterizujícími časový průběh ruptury.

Uvažujeme-li pulzní charakter pohybu na zdroji a obdélníkový tvar zdrojových funkcí popisujících šíření ruptury ( $T_r$  je doba potřebná pro vytvoření ruptury) a pohyb podél zlomu ( $T_d$  je doba potřebná k posunutí na zlomu v jednom bodě ruptury), pak je celková zdrojová funkce charakterizována lichoběžníkem.



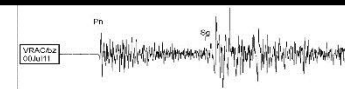
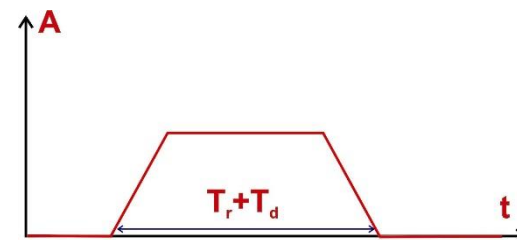


S využitím Fourierovy transformace si pak zdrojovou funkci můžeme vyjádřit jako funkci frekvence:

$$A(f) = M_0 \cdot \left| \frac{\sin\left(\frac{f \cdot T_r}{2}\right)}{\frac{f \cdot T_r}{2}} \right| \cdot \left| \frac{\sin\left(\frac{f \cdot T_d}{2}\right)}{\frac{f \cdot T_d}{2}} \right|$$



kde  $M_0$  je seismický moment,  $T_r$  je doba potřebná pro vytvoření ruptury,  $T_d$  je doba potřebná k posunutí na zlomu v jednom bodě ruptury

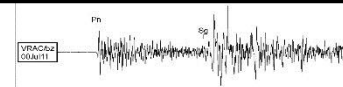
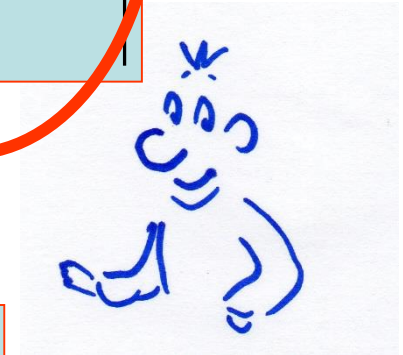


Na daném vztahu je důležité, že pro frekvence nižší než  $2/T_r$ , respektive nižší než  $2/T_d$ , nabývají výrazy  $|\sin(f.T/2)/(f.T/2)|$  hodnoty blízké hodnotě 1.

$$A(f) = M_0 \cdot \left| \frac{\sin\left(\frac{f.T_r}{2}\right)}{\frac{f.T_r}{2}} \right| \left| \frac{\sin\left(\frac{f.T_d}{2}\right)}{\frac{f.T_d}{2}} \right|$$

pro  $f$  menší než  $2/T_r$  lze výraz položit roven jedné

pro  $f$  menší než  $2/T_d$  lze výraz položit roven jedné



Ve spektru zdrojové funkce pak lze rozlišit tři oblasti:

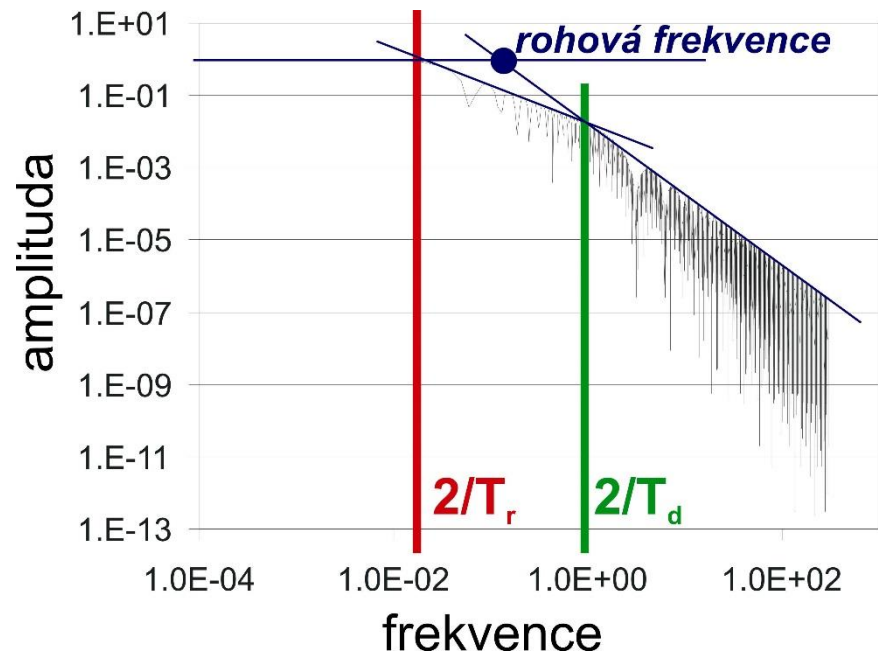
$f < 2/T_r$  ... spektrum je ploché a jeho amplituda odpovídá hodnotě seismického momentu  $M_0$

$2/T_r < f < 2/T_d$  ... spektrum má s rostoucí frekvencí klesající tendenci úměrnou hodnotě  $1/f$

$f < 2/T_d$  ... spektrum má s rostoucí frekvencí klesající tendenci úměrnou hodnotě  $1/f^2$

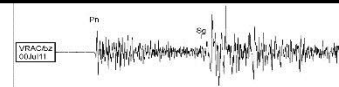
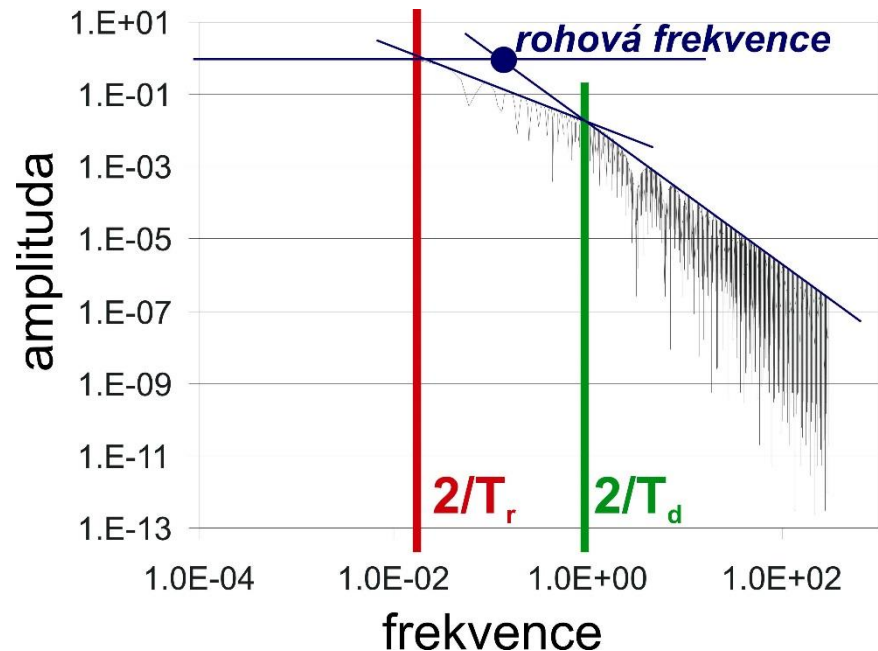
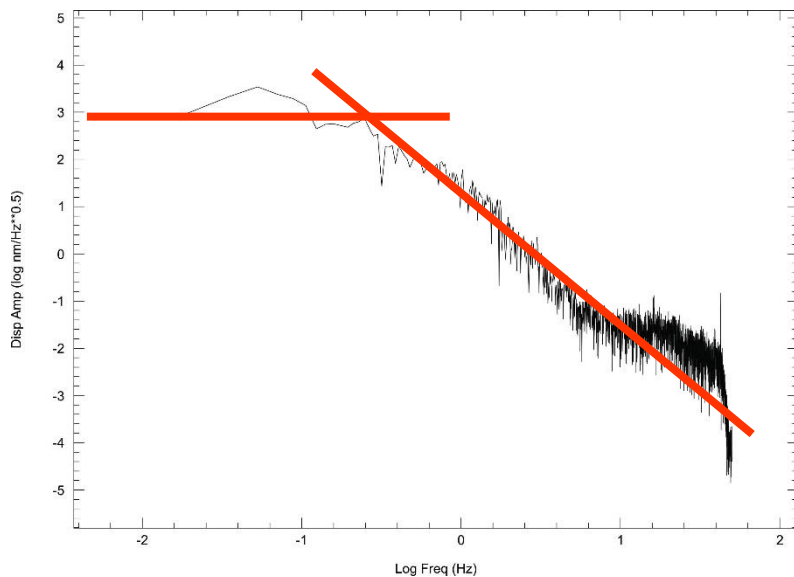


$$A(f) = M_0 \cdot \left| \frac{\sin\left(\frac{f \cdot T_r}{2}\right)}{\frac{f \cdot T_r}{2}} \right| \cdot \left| \frac{\sin\left(\frac{f \cdot T_d}{2}\right)}{\frac{f \cdot T_d}{2}} \right|$$



Ve spektru signálu spojeného se zemětřesením tak můžeme rozlišit plochou část pro nižší frekvence a ukloněnou část vyšších frekvencí. Frekvenci, při které se mění charakter spektra z plochého na ukloněný, nazýváme **rohovou frekvencí**.

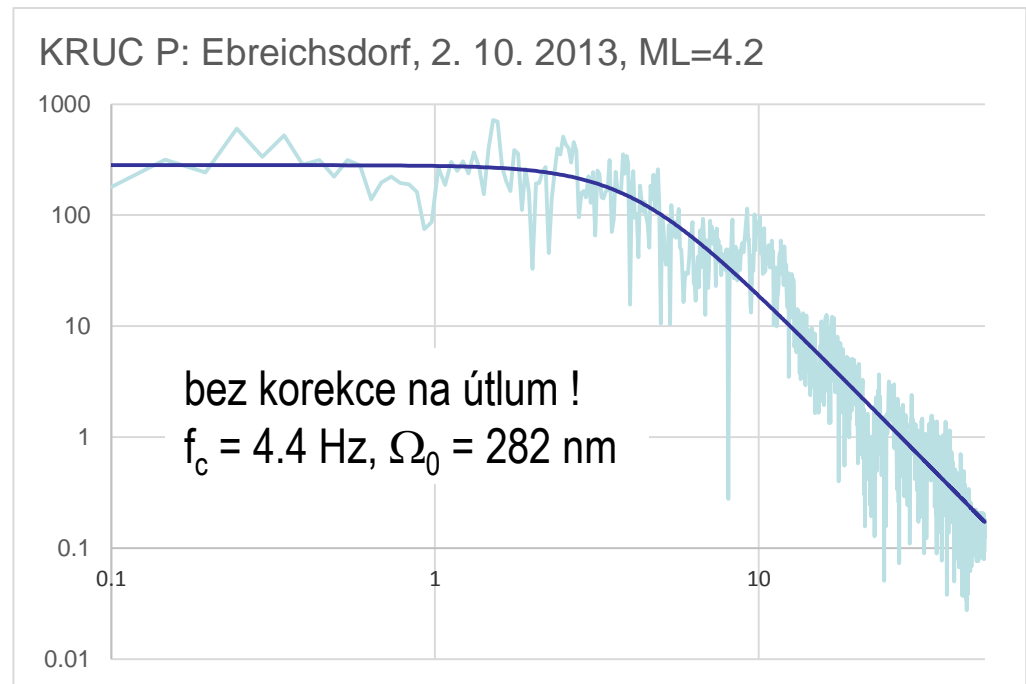
Hodnota rohové frekvence závisí na době šíření ruptury a je tedy závislá také na velikosti porušené zóny či velikosti uvolněné energie.



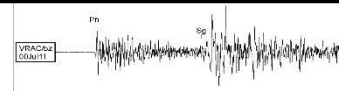
Hledáme obvykle pro každou seismickou fází (P, S) jednu rohovou frekvenci  $f_c$  a jednu hodnotu nízkofrekvenčního plata  $\Omega_0$ .

Hledané parametry můžeme získat např. proložení Bruneho křivkou:

$$U = \frac{\Omega_0}{1 + \left(\frac{f}{f_c}\right)^p}$$

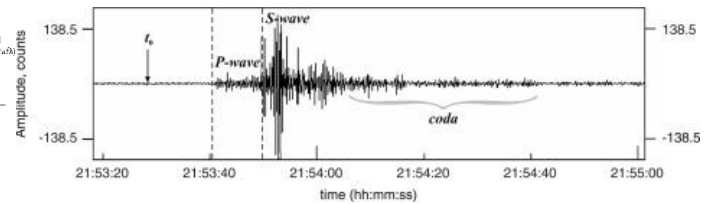
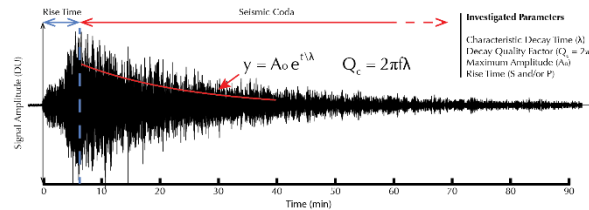


Spektrum je zkresleno útlumem v čase, pro správné odečtení parametrů spektra by měla být provedena korekce na útlum.



Korekce na útlum lze provést na základě charakteristiky cody.

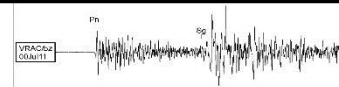
$$U = U_0 e^{-\frac{\pi f t}{Q}}$$



Po provedení příslušných korekcí pak je seismický moment  $M_0$  přímo úměrný úrovni nízkofrekvenčního pláta  $\Omega_0$ .

$$M_0 = \frac{4\pi r v_p^3 \rho \Omega_0}{\Theta \cdot S_a}$$

kde dále:  $r$  je hypocentrální vzdálenost (kvůli korekci na útlum daný vzdáleností od zdroje – geometrical spreading),  $v_p$  je rychlost seismické vlny P,  $\rho$  je hustota,  $\Theta$  je průměrná hodnota vyzařovací charakteristiky vln a  $S_a$  je přepovrchové zesílení P vln (závisí na sklonu paprsku).



Parametry spektra pak úzce souvisí s dalšími parametry zdroje, nejen s momentem  $M_0$ , ale také např. s poloměrem porušené zóny  $R$ :

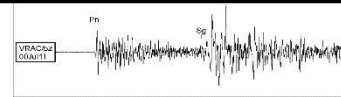
$$R = \frac{C_{p,s}}{2\pi} \frac{V_{p,s}}{f_{c p,s}}$$

S poklesem napětí  $\Delta\sigma$ :

$$\Delta\sigma = \frac{7}{16} \frac{M_0}{R^3}$$

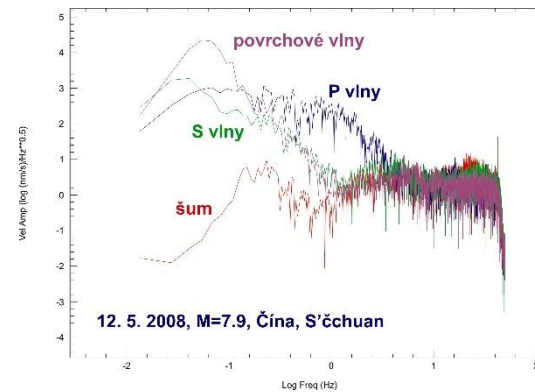
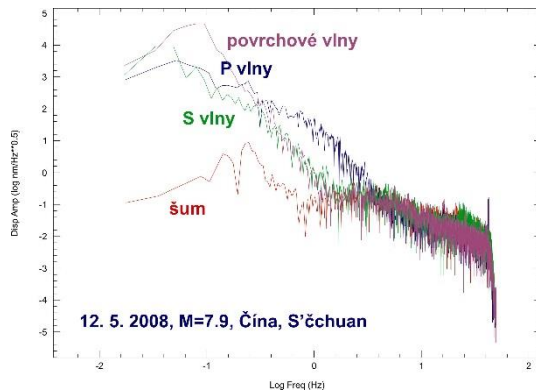
Či s průměrným posunutím na zlomu  $D$ :

$$D = \frac{M_0}{\mu \cdot \pi R^2}$$



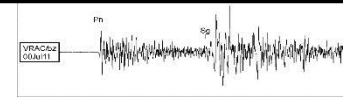
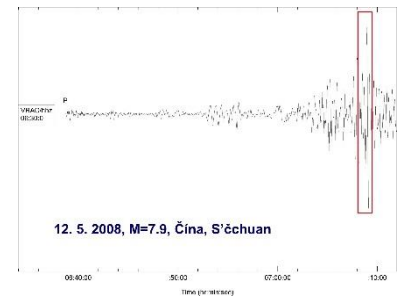
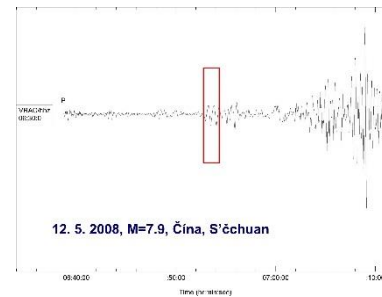
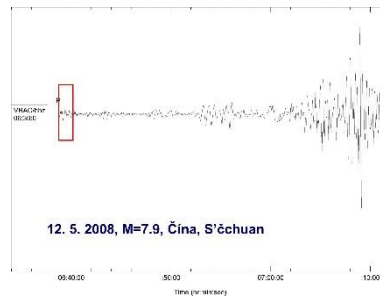
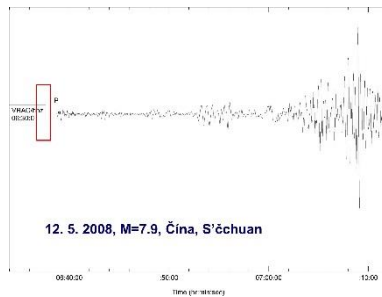
Spektrum signálu se tedy liší také pro různé seismické fáze.

U vzdálených jevů lze například pozorovat převládající frekvence kolem 1 Hz pro podélné vlny, a převládající frekvence řádově desítek Hz pro vlny povrchové.



posunutí

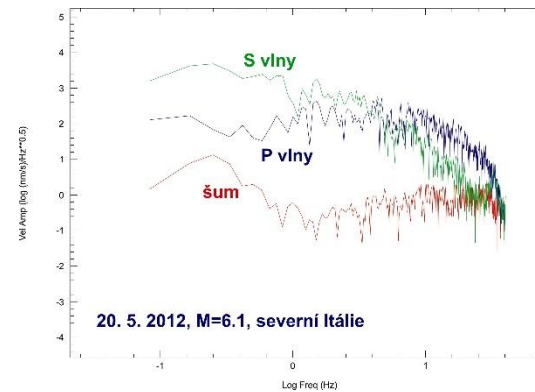
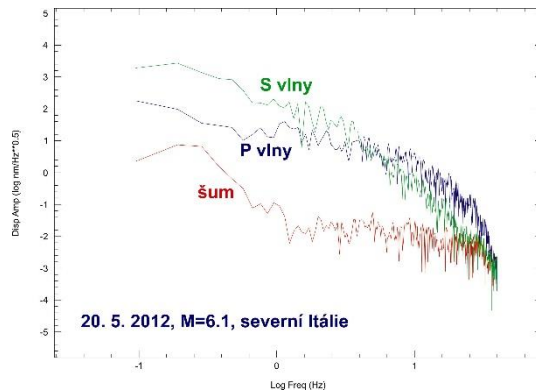
rychlost





Spektrum signálu se tedy liší také pro různé seismické fáze.

U regionálních jevů lze pozorovat, že v případě objemových vln převládají frekvence o velikosti řádově jednotek až prvních desítek Hz.



posunutí

rychlost

