Jak napálit matfyzáka

Luboš Pick (KMA MFF UK Praha)

Matematika kolem nás, Brno, 22.03. 2018

Opatření proti horlivým chairmanům

Opatření proti horlivým chairmanům

Tento obrázek nemá nic společného s tématem přednášky

Základní otázky

Základní otázky

Osnova:

Osnova:

- Kdo je to matfyzák a jaká jsou specifika jeho myšlení?

Osnova:

- Kdo je to matfyzák a jaká jsou specifika jeho myšlení?
- Jak jej poznáme?

Osnova:

- Kdo je to matfyzák a jaká jsou specifika jeho myšlení?
- Jak jej poznáme?
- Je nám nějak nebezpečný?

Osnova:

- Kdo je to matfyzák a jaká jsou specifika jeho myšlení?
- Jak jej poznáme?
- Je nám nějak nebezpečný?
- Jak na něj?

Úvodní pozorování

Matfyzák je diagnóza.

Varování

S **matfyzákem** nelze komunikovat tak, jako s normální osobou!

Varování

S **matfyzákem** nelze komunikovat tak, jako s normální osobou!

Důvod: matfyzák má svůj vlastní jazyk.

Jak rozpoznat matfyzáka

Matfyzáckým myšlením se může vykázat kdokoli.

Matfyzáckým myšlením se může vykázat kdokoli.

Jak poznáme matfyzáka?

Jak rozpoznat matfyzáka

Matfyzáckým myšlením se může vykázat kdokoli.

Jak poznáme matfyzáka?

Na něco se jej/jí zeptáme.

Jak rozpoznat matfyzáka dotazem

Jak rozpoznat matfyzáka dotazem

Otázka: Jaký je podle Vás *nejblbější* název filmu na světě?

Jak rozpoznat matfyzáka dotazem

Otázka: Jaký je podle Vás *nejblbější* název filmu na světě?

Správná odpověď:

Jak rozpoznat matfyzáka dotazem

Otázka: Jaký je podle Vás *nejblbější* název filmu na světě?

Správná odpověď: *Nekonečný příběh II*.

Bacha, matfyzák!

Bacha, matfyzák!

Matfyzáka často poznáme podle toho, co povídá.

Svatý Augustin možná byl matfyzák

Z filosofie:

Z filosofie:

Proto by se měl dobrý křesťan mít na pozoru před matematiky a všemi ostatními, kteří provádějí bezbožné věštby, zejména pokud říkají pravdu, aby se jeho duše nenechala oklamat přátelstvím s démony a neupadla do osidel jejich společnosti.

(Svatý Augustin, 390)

Z filosofie:

Proto by se měl dobrý křesťan mít na pozoru před matematiky a všemi ostatními, kteří provádějí bezbožné věštby, zejména pokud říkají pravdu, aby se jeho duše nenechala oklamat přátelstvím s démony a neupadla do osidel jejich společnosti.

(Svatý Augustin, 390)

Quapropter bono christiano, sive mathematici, sive quilibet impie divinantium, maxime dicentes vera, cavendi sunt, ne consortio daemoniorum animam deceptam, pacto quodam societatis irretiant.

Johann Wolfgang von Goethe asi byl matfyzák

Johann Wolfgang von Goethe asi byl matfyzák

Z kulturní sféry:

Johann Wolfgang von Goethe asi byl matfyzák

Z kulturní sféry:

Matematikové jsou jako Francouzi. Cokoli jim řeknete, přeloží si do svého vlastního jazyka, čímž vznikne něco jiného.

(J.W. von Goethe, 1749–1832)

Studenti MFF UK jsou občas matfyzáky

Studenti MFF UK jsou občas matfyzáky

Ze školy:

Studenti MFF UK jsou občas matfyzáky

Ze školy:

Milý Bože, kdyby mi zbývala už jen jediná hodina života, dej, ať ji mohu strávit na přednášce z matematické analýzy. Pak mi bude tato hodina připadat jako věčnost.

(student MFF UK, jenž si nepřál být jmenován)

Richard Nixon asi byl matfyzák

Z vysoké politiky:

Z vysoké politiky:

Bývalý prezident USA **Richard Nixon (1913–1994)** řekl v roce 1972 v kampani za své znovuzvolení prezidentem USA toto:

Richard Nixon asi byl matfyzák

Z vysoké politiky:

Bývalý prezident USA **Richard Nixon (1913–1994)** řekl v roce 1972 v kampani za své znovuzvolení prezidentem USA toto:

"Rychlost růstu inflace se zpomaluje".

Richard Nixon asi byl matfyzák

Z vysoké politiky:

Bývalý prezident USA **Richard Nixon (1913–1994)** řekl v roce 1972 v kampani za své znovuzvolení prezidentem USA toto:

“Rychlost růstu inflace se zpomaluje”.

Komentář z tisku následujícího dne: Jde o první historicky doložený případ využití *třetí derivace* ve vrcholné politice.

Mark Twain nejspíše byl matfyzák

Mark Twain nejspíše byl matfyzák

Z literatury:

Z literatury:

Existují tři druhy lží:

Mark Twain nejspíše byl matfyzák

Z literatury:

Existují tři druhy lží:

- *lež*

Z literatury:

Existují tři druhy lží:

- *lež*
- *nehorázná lež*

Z literatury:

Existují tři druhy lží:

- *lež*
- *nehorázná lež*
- *statistika*

Mark Twain nejspíše byl matfyzák

Z literatury:

Existují tři druhy lží:

- *lež*
- *nehorázná lež*
- *statistika*

(Mark Twain, 1870–1904)

Roger Schlafly je asi matematik (a nejspíš i právník)

Ze světa zákonů:

Roger Schlafly je asi matematik (a nejspíš i právník)

Ze světa zákonů:

V roce 1994 získal **Roger Schlafly** patent USA číslo 5,373,560 na dvě prvočísla

Ze světa zákonů:

V roce 1994 získal **Roger Schlafly** patent USA číslo 5,373,560 na dvě prvočísla

7,994,412,097,716,110,548,127,211,733,331,600,522,933,
776,757,046,707,649,963,673,962,686,200,838,432,950,239,
103,981,070,728,369,599,816,314,646,482,720,706,826,018,
360,181,196,843,154,224,748,382,211,019

a

103,864,912,054,654,272,074,839,999,186,936,834,171,066,
194,620,139,675,036,534,769,616,693,904,589,884,931,513,
925,858,861,749,077,079,643,532,169,815,633,834,450,952,
832,125,258,174,795,234,553,238,258,030,222,937,772,878,
346,831,083,983,624,739,712,536,721,932,666,180,751,292,
001,388,772,039,413,446,493,758,317,344,413,531,957,900,
028,443,184,983,069,698,882,035,800,332,668,237,985,846,
170,997,572,388,089

Roger Schlafly je asi matematik (a nejspíš i právník)

Ze světa zákonů:

V roce 1994 získal **Roger Schlafly** patent USA číslo 5,373,560 na dvě prvočísla

7,994,412,097,716,110,548,127,211,733,331,600,522,933,
776,757,046,707,649,963,673,962,686,200,838,432,950,239,
103,981,070,728,369,599,816,314,646,482,720,706,826,018,
360,181,196,843,154,224,748,382,211,019

a

103,864,912,054,654,272,074,839,999,186,936,834,171,066,
194,620,139,675,036,534,769,616,693,904,589,884,931,513,
925,858,861,749,077,079,643,532,169,815,633,834,450,952,
832,125,258,174,795,234,553,238,258,030,222,937,772,878,
346,831,083,983,624,739,712,536,721,932,666,180,751,292,
001,388,772,039,413,446,493,758,317,344,413,531,957,900,
028,443,184,983,069,698,882,035,800,332,668,237,985,846,
170,997,572,388,089

Bez jeho svolení s nimi nikdo nesmí pracovat!

Bacha, nematfyzák!

Nematfyzáka také často poznáme podle toho, co povídá, píše, podepisuje ....

Josef Vissarionovič Džugašvili asi nebyl matfyzák

Z historie (zastrašování neposlušného generála):

Z historie (zastrašování neposlušného generála):

Vy nejste jen záporná veličina, vy jste záporná veličina na druhou!

(Josef Vissarionovič Džugašvili, zvaný též Stalin, čelní představitel SSSR, 1878–1953)

Karel Plíhal nejspíš není matfyzák

Karel Plíhal nejspíš není matfyzák

Z textu k písni Akordy, oceněné Portou 1982:

Karel Plíhal nejspíš není matfyzák

Z textu k písni Akordy, oceněné Portou 1982:

Vyždímejte kapesníky a nebuďte smutní,
každá holka pro někoho má sluch absolutní!

(Karel Plíhal, mistr kytary a slova, *1958)

Lenka Filipová asi není matfyzačka

Lenka Filipová asi není matfyzačka

Z popkultury:

Z popkultury:

Ve svém proslulém písňovém textu praví **Lenka Filipová (*1954)** toto:

Lenka Filipová asi není matfyzačka

Z popkultury:

Ve svém proslulém písňovém textu praví **Lenka Filipová (*1954)** toto:

Ten okamžik trval snad celý světelný rok . . .

Z popkultury:

Ve svém proslulém písňovém textu praví **Lenka Filipová (*1954)** toto:

Ten okamžik trval snad celý světelný rok . . .

PRO SROVNÁNÍ:

Lenka Filipová asi není matfyzačka

Z popkultury:

Ve svém proslulém písňovém textu praví **Lenka Filipová (*1954)** toto:

Ten okamžik trval snad celý světelný rok ...

PRO SROVNÁNÍ:

Dnes ráno jsem uběhl patnáct kilogramů.

(Luboš Pick, *1961)

Z popkultury:

Ve svém proslulém písňovém textu praví **Lenka Filipová (*1954)** toto:

Ten okamžik trval snad celý světelný rok . . .

PRO SROVNÁNÍ:

Dnes ráno jsem uběhl patnáct kilogramů.

(Luboš Pick, *1961)

Nespravdelnost:

Lenka Filipová asi není matfyzačka

Z popkultury:

Ve svém proslulém písňovém textu praví **Lenka Filipová (*1954)** toto:

Ten okamžik trval snad celý světelný rok ...

PRO SROVNÁNÍ:

Dnes ráno jsem uběhl patnáct kilogramů.

(Luboš Pick, *1961)

Nespravdelnost: kdo vypadá jako větší blbec?

A na závěr něco z domova

A na závěr něco z domova

Miloš Zeman (*1944):

A na závěr něco z domova

Miloš Zeman (*1944):

Z té třetiny, co přišla k volbám, mě volila polovina, takže mám důvěru většiny obyvatelstva.

První cíl

První cíl

Jak vyzrát na matfyzáka?

První cíl

Jak vyzrát na matfyzáka?

Využijme jeho slabých míst!

První cíl

Jak vyzrát na matfyzáka?

Využijme jeho slabých míst!

Například jeho víry v neomylnost vlastní intuice.

Matfyzákův vliv

Matfyzákův vliv

Otázka: jak napálit nejvlivnějšího matfyzáka na světě?

Otázka: jak napálit nejvlivnějšího matfyzáka na světě?

(A kdo to vůbec je?)

Kdo je nejvlivnější matfyzák na světě?

Kdo je nejvlivnější matfyzák na světě?

Guardian, 7/10/2014:

Kdo je nejvlivnější matfyzák na světě?

Guardian, 7/10/2014:

Alex Bellos: *The man who only loved integer sequences*

Guardian, 7/10/2014:

Alex Bellos: *The man who only loved integer sequences*

Nejvlivnější matfyzák na světě je **Neil P. Sloane**.

Kdo je nejvlivnější matfyzák na světě?

Guardian, 7/10/2014:

Alex Bellos: *The man who only loved integer sequences*

Nejvlivnější matfyzák na světě je **Neil P. Sloane**.

Proč?

Kdo je Neil P. Sloane?

Kdo je Neil P. Sloane?

Neil P. Sloane je *sběratel celočíselných posloupností*

Kdo je Neil P. Sloane?

Neil P. Sloane je *sběratel celočíselných posloupností*

a zakladatel **OEIS** (the On-line Encyclopedia of Integer Sequences).

Kdo je Neil P. Sloane?

Neil P. Sloane je *sběratel celočíselných posloupností*

a zakladatel **OEIS** (the On-line Encyclopedia of Integer Sequences).

- 1960 - počátek sběru

Kdo je Neil P. Sloane?

Neil P. Sloane je *sběratel celočíselných posloupností*

a zakladatel **OEIS** (the On-line Encyclopedia of Integer Sequences).

- 1960 - počátek sběru
- 1973 - 2400 posloupností - kniha

Kdo je Neil P. Sloane?

Neil P. Sloane je *sběratel celočíselných posloupností*

a zakladatel **OEIS** (the On-line Encyclopedia of Integer Sequences).

- 1960 - počátek sběru
- 1973 - 2400 posloupností - kniha
- 1996 - 10000 posloupností - web OEIS

Kdo je Neil P. Sloane?

Neil P. Sloane je *sběratel celočíselných posloupností*

a zakladatel **OEIS** (the On-line Encyclopedia of Integer Sequences).

- 1960 - počátek sběru
- 1973 - 2400 posloupností - kniha
- 1996 - 10000 posloupností - web OEIS
- 2018 - přes čtvrt miliónu posloupností

Kdo je Neil P. Sloane?

Neil P. Sloane je *sběratel celočíselných posloupností*

a zakladatel **OEIS** (the On-line Encyclopedia of Integer Sequences).

- 1960 - počátek sběru
- 1973 - 2400 posloupností - kniha
- 1996 - 10000 posloupností - web OEIS
- 2018 - přes čtvrt miliónu posloupností
- denní nárůst: 40 posloupností

Kdo je Neil P. Sloane?

Neil P. Sloane je *sběratel celočíselných posloupností*

a zakladatel **OEIS** (the On-line Encyclopedia of Integer Sequences).

- 1960 - počátek sběru
- 1973 - 2400 posloupností - kniha
- 1996 - 10000 posloupností - web OEIS
- 2018 - přes čtvrt miliónu posloupností
- denní nárůst: 40 posloupností
- počet přečtení: 9 miliónů za měsíc

Příklad z králíkárny

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \ldots$$

Příklad z králíkárny

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \ldots$$

Fibonacci špatně spal,
králíky si počítal.

(Katherine O'Brien)

Příklad z králíkárny

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \ldots$$

Fibonacci špatně spal,
králíky si počítal.

(Katherine O'Brien)

Fibonacci, ten si žil,
pět manželek uživil.
Každá těžká, jak dvě před ní,
ten se prohnul pod poslední!

(James Albert Lindon)

Příklad z informatiky

Příklad z informatiky

$$1, 2, 2, 1, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 1, 1, \dots$$

Příklad z informatiky

$$1, 2, 2, 1, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 1, 1, \ldots$$

Jde o tzv. **Kolakoského posloupnost**.

Příklad z informatiky

$$1, 2, 2, 1, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 1, 1, \ldots$$

Jde o tzv. **Kolakoského posloupnost**.

Je téměř jediná svého druhu.

Příklad z informatiky

$$1, 2, 2, 1, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 1, 1, \ldots$$

Jde o tzv. **Kolakoského posloupnost**.

Je téměř jediná svého druhu.

A je to celebrita, neboť v OEIS ná číslo *A00002*.

Nejoblíbenější posloupnost

Nejoblíbenější posloupnost

$$0, 0, 1, 0, 2, 0, 2, 2, 1, 6, 0, 5, 0, 2, 6, 5, 4, 0, 5, 3, 0, 3 \ldots$$

Nejoblíbenější posloupnost

$$0, 0, 1, 0, 2, 0, 2, 2, 1, 6, 0, 5, 0, 2, 6, 5, 4, 0, 5, 3, 0, 3 \dots$$

Jak rychle roste?

Nejoblíbenější posloupnost

$$0, 0, 1, 0, 2, 0, 2, 2, 1, 6, 0, 5, 0, 2, 6, 5, 4, 0, 5, 3, 0, 3 \ldots$$

Jak rychle roste?

Objeví se v ní každé číslo?

Nejoblíbenější posloupnost

$$0, 0, 1, 0, 2, 0, 2, 2, 1, 6, 0, 5, 0, 2, 6, 5, 4, 0, 5, 3, 0, 3 \ldots$$

Jak rychle roste?

Objeví se v ní každé číslo?

Tyto otázky jsou otevřené.

Dotaz na matfyzáka

Dotaz na matfyzáka

$$1, 9, 6, 5, 93, 84626\ldots$$

Dotaz na matfyzáka

$$1, 9, 6, 5, 93, 84626 \ldots$$

Co je to za posloupnost?

Prvočíselné síto čísla π

Prvočíselné síto čísla π

31415926535897932384626433...

314159 65358979323846264 3...

14159 65358979323846264 3...

141 9 65358979323846264 3...

141 9 653589 93238462643...

1 9 6 5 93 84626...

Příklad

Příklad

Na kolik oblastí rozdělí kruh **spojnice n bodů**.?

Obrázek

Obrázek

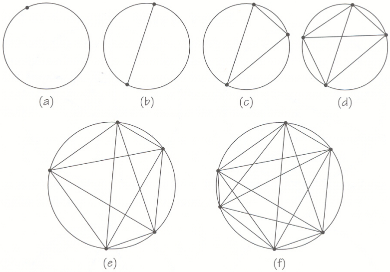
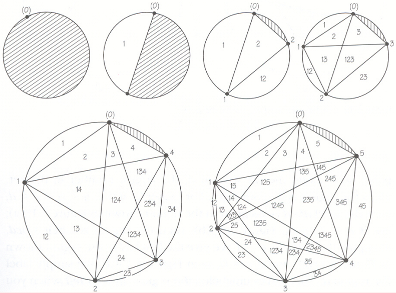


FIGURE 3.11 *A deceptive sequence.*



Prvních pár členů

Prvních pár členů

- Pro $n = 1$ dostaneme 1 oblast.

Prvních pár členů

- Pro $n = 1$ dostaneme 1 oblast.
- Pro $n = 2$ dostaneme 2 oblasti.

Prvních pár členů

- Pro $n = 1$ dostaneme 1 oblast.
- Pro $n = 2$ dostaneme 2 oblasti.
- Pro $n = 3$ dostaneme 4 oblasti.

Prvních pár členů

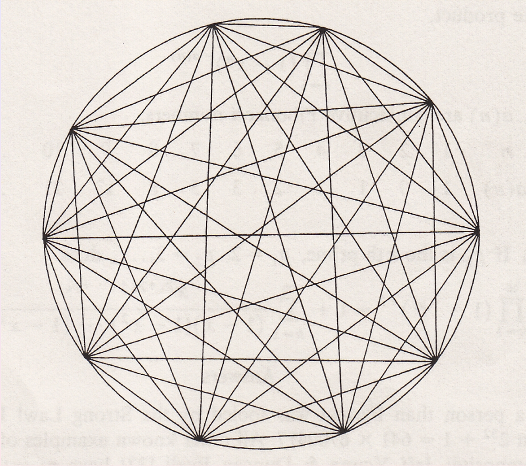
- Pro $n = 1$ dostaneme 1 oblast.
- Pro $n = 2$ dostaneme 2 oblasti.
- Pro $n = 3$ dostaneme 4 oblasti.
- Pro $n = 4$ dostaneme 8 oblastí.

Prvních pár členů

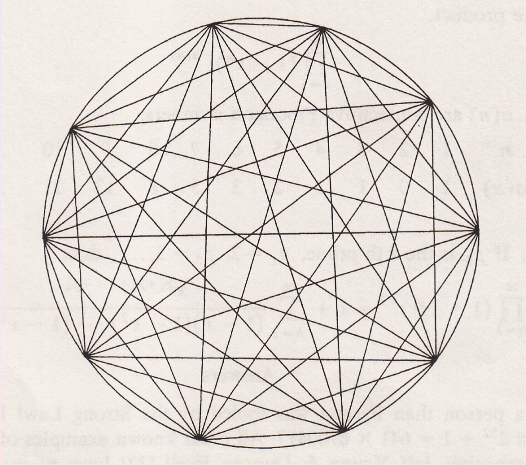
- Pro $n = 1$ dostaneme 1 oblast.
- Pro $n = 2$ dostaneme 2 oblasti.
- Pro $n = 3$ dostaneme 4 oblasti.
- Pro $n = 4$ dostaneme 8 oblastí.
- Pro $n = 5$ dostaneme 16 oblastí.

Nápověda pro fajnšmekry

Nápověda pro fajnšmekry



Nápověda pro fajnšmekry



Pro $n = 10$ dostaneme 256 oblastí.

Záludná otázka

Záludná otázka

Kolik oblastí dostaneme pro $n = 6$?

Záludná otázka

Kolik oblastí dostaneme pro $n = 6$?

Odpověď: 31.

Je na to dokonce vzorec

Je na to dokonce vzorec

Jenomže tento vzorec nezní

$$2^{n-1},$$

Je na to dokonce vzorec

Jenomže tento vzorec nezní

$$2^{n-1},$$

jak si možná někdo myslel,

Je na to dokonce vzorec

Jenomže tento vzorec nezní

$$2^{n-1},$$

jak si možná někdo myslel, nýbrž

$$\frac{1}{24}\left(n^4 - 6n^3 + 23n^2 - 18n + 24\right)$$

Je na to dokonce vzorec

Jenomže tento vzorec nezní

$$2^{n-1},$$

jak si možná někdo myslel, nýbrž

$$\frac{1}{24}\left(n^4 - 6n^3 + 23n^2 - 18n + 24\right)$$

nebo též

$$\binom{n-1}{0} + \binom{n-1}{1} + \binom{n-1}{2} + \binom{n-1}{3} + \binom{n-1}{4}.$$

A jak to bylo s tou nápovědou?

A jak to bylo s tou nápovědou?

Mohli jste to vědět?

A jak to bylo s tou nápovědou?

Mohli jste to vědět?

ANO!

A jak to bylo s tou nápovědou?

Mohli jste to vědět?

ANO!

Je třeba si neplést

$$1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 31,\ 57,\ 99,\ 163,$$
$$\mathbf{256},\ 386,\ 562,\ 794,\ 1093,\ \ldots$$

A jak to bylo s tou nápovědou?

Mohli jste to vědět?

ANO!

Je třeba si neplést

$$1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 31,\ 57,\ 99,\ 163,$$
$$\mathbf{256},\ 386,\ 562,\ 794,\ 1093,\ \ldots$$

a

$$1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ 32,\ 64,\ 128,\ \mathbf{256},$$
$$512,\ 1024,\ 2048,\ 4096,\ \ldots$$

Čtenářova posloupnost

Čtenářova posloupnost

Posuďme posloupnost:

Čtenářova posloupnost

Posuďme posloupnost:

$$1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211$$

Čtenářova posloupnost

Posuďme posloupnost:

$$1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211$$

Kolik je a_9?

Čtenářova posloupnost

Posuďme posloupnost:

$$1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211$$

Kolik je a_9?

ODPOVĚĎ: $a_9 = 31131211131221$

Posuďme posloupnost:

$$1, 11, 21, 1211, 111221, 312211, 13112221, 1113213211$$

Kolik je a_9?

ODPOVĚĎ: $a_9 = 31131211131221$

Jde o tzv. **look-and-say sequence**.

Ještě jedna zrádná posloupnost

Ještě jedna zrádná posloupnost

Posuďte následující posloupnost:

Ještě jedna zrádná posloupnost

Posuďte následující posloupnost:

$$1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, \mathbf{60}, 61, \dots$$

Ještě jedna zrádná posloupnost

Posuďte následující posloupnost:

$$1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, \mathbf{60}, 61, \dots$$

Otázka: Co to je?

Ještě jedna zrádná posloupnost

Posuďte následující posloupnost:

$$1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, \mathbf{60}, 61, \ldots$$

Otázka: Co to je?

Odpověď: Jsou to připustné **řády jednoduchých grup**.

Lze napálit nejvlivnějšího matfyzáka?

Když poznáte, co bude následovat, dostanete certifikát na IQ:

Lze napálit nejvlivnějšího matfyzáka?

Když poznáte, co bude následovat, dostanete certifikát na IQ:

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$$

Lze napálit nejvlivnějšího matfyzáka?

Když poznáte, co bude následovat, dostanete certifikát na IQ:

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$$

Otázka: Kolik je a_6?

Lze napálit nejvlivnějšího matfyzáka?

Když poznáte, co bude následovat, dostanete certifikát na IQ:

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$$

Otázka: Kolik je a_6?

Odpověď: $a_6 = 2018$.

Lze napálit nejvlivnějšího matfyzáka?

Když poznáte, co bude následovat, dostanete certifikát na IQ:

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$$

Otázka: Kolik je a_6?

Odpověď: $a_6 = 2018$.

Vzorec:

$$a_n = n + 2012 \cdot \frac{(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)}{5!}.$$

Posloupnost pražského matfyzáka

Posloupnost pražského matfyzáka

102, 152, 177, 183, 200, 202, 236, 505, 551

Využívání slabých míst

Využívání slabých míst

První matfyzákova slabina: matfyzák věří, že každá úloha má řešení.

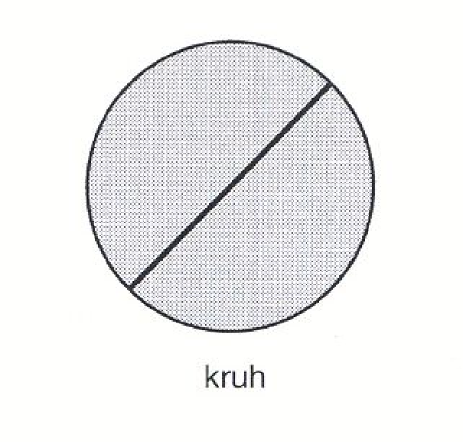
Kakeyův problém (Soichi Kakeya, 1917)

Kakeyův problém (Soichi Kakeya, 1917)

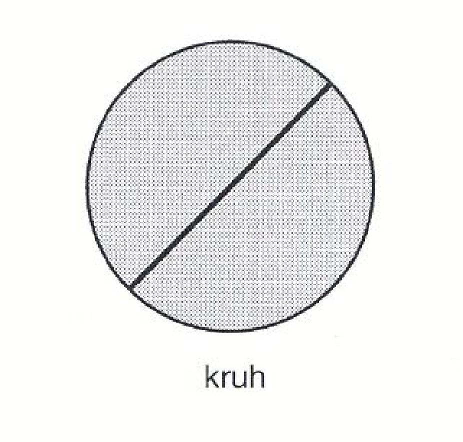
Určete nejmenší plochu potřebnou k otočení jehly délky 1 o 180 stupňů.

První nástřel řešení: kruh o poloměru $\frac{1}{2}$

První nástřel řešení: kruh o poloměru $\frac{1}{2}$



První nástřel řešení: kruh o poloměru $\frac{1}{2}$



plocha: $\frac{\pi}{4} \approx$ **0.78**

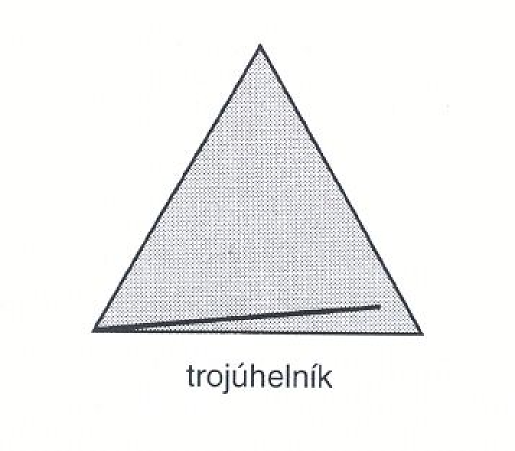
Zhodnocení

Zhodnocení

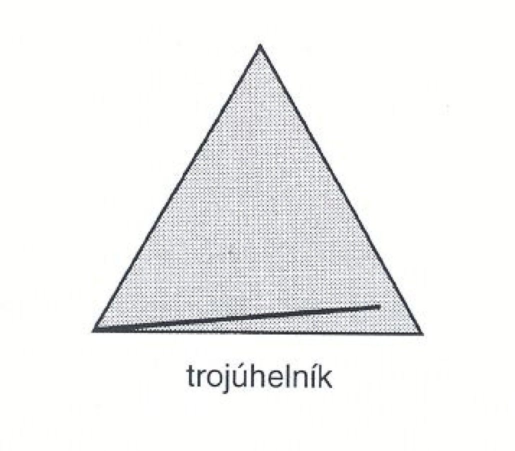
hezký pokus

Významný posun vpřed: rovnostranný trojúhelník

Významný posun vpřed: rovnostranný trojúhelník



Významný posun vpřed: rovnostranný trojúhelník



plocha: $\frac{1}{\sqrt{3}} \approx \mathbf{0.58}$

Zhodnocení

Zhodnocení

dobré!

dobré!

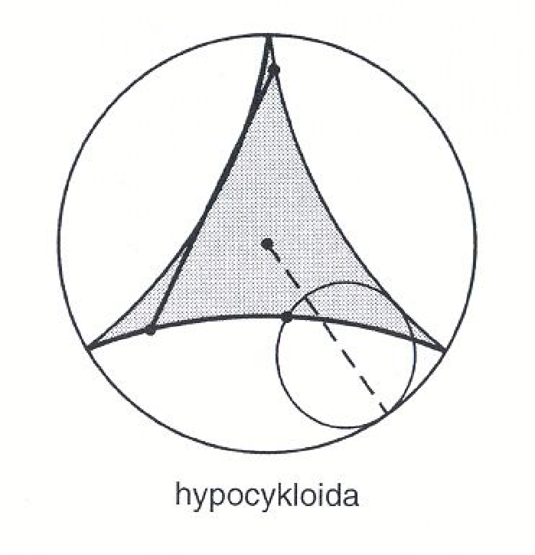
A navíc je to nejmenší taková *konvexní* množina.

Pokrok nelze zastavit

Pokrok nelze zastavit

Ještě lepší řešení: **hypocykloida**

Pokrok nelze zastavit



Jak vzniká hypocykloida?

Jak vzniká hypocykloida?

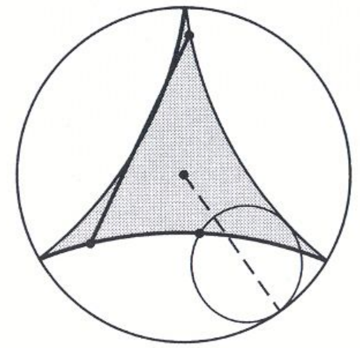
bod na kružnici o poloměru $\frac{1}{4}$ se valí po vnitřní straně kruhu o poloměru $\frac{3}{4}$

bod na kružnici o poloměru $\frac{1}{4}$ se valí po vnitřní straně kruhu o poloměru $\frac{3}{4}$

jehlu obracíme pohybem připomínajícím obrat automobilu na tři kroky.

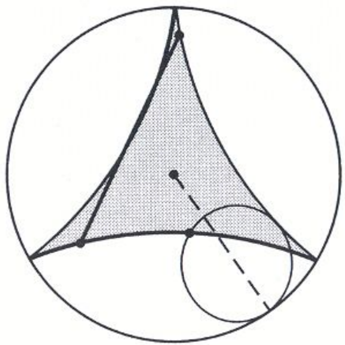
Plocha se zmenšuje

Plocha se zmenšuje



hypocykloida

Plocha se zmenšuje



hypocykloida

Plocha: $\frac{\pi}{8} \approx 0.39$

Zhodnocení

Zhodnocení

vypadá to dobře - už jsme na polovině prvotního odhadu

Kakeyův problém – rozuzlení

A.S. Besicovitch (1927):

Kakeyův problém – rozuzlení

A.S. Besicovitch (1927):

Kakeyův problém vůbec žádné řešení NEMÁ!

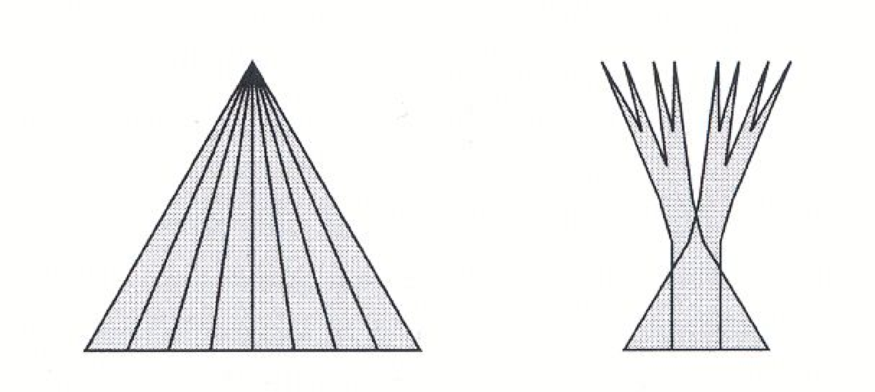
A.S. Besicovitch (1927):

Kakeyův problém vůbec žádné řešení NEMÁ!

Jehlu je totiž možno otočit na ploše libovolně malého obsahu!

Řešení připomíná indiánské tee-pee

Řešení připomíná indiánské tee-pee



Úloha pro důvěřivé matfyzáky

Úloha pro důvěřivé matfyzáky

Zadání:

Úloha pro důvěřivé matfyzáky

Zadání:

Pokud náhodně zvolíte odpověď na tuto otázku, jaká je šance, že bude Vaše odpověď správná?

Úloha pro důvěřivé matfyzáky

Zadání:

Pokud náhodně zvolíte odpověď na tuto otázku, jaká je šance, že bude Vaše odpověď správná?

(a) 0 %

Úloha pro důvěřivé matfyzáky

Zadání:

Pokud náhodně zvolíte odpověď na tuto otázku, jaká je šance, že bude Vaše odpověď správná?

(a) 0 %

(b) 25 %

Úloha pro důvěřivé matfyzáky

Zadání:

Pokud náhodně zvolíte odpověď na tuto otázku, jaká je šance, že bude Vaše odpověď správná?

(a) 0 %
(b) 25 %
(c) 50 %

Úloha pro důvěřivé matfyzáky

Zadání:

Pokud náhodně zvolíte odpověď na tuto otázku, jaká je šance, že bude Vaše odpověď správná?

(a) 0 %
(b) 25 %
(c) 50 %
(d) 25 %

Úloha pro důvěřivé matfyzáky

Zadání:

Pokud náhodně zvolíte odpověď na tuto otázku, jaká je šance, že bude Vaše odpověď správná?

(a) 0 %
(b) 25 %
(c) 50 %
(d) 25 %

Zkuste zadat svým přátelům

Úloha pro důvěřivé matfyzáky

Zadání:

Pokud náhodně zvolíte odpověď na tuto otázku, jaká je šance, že bude Vaše odpověď správná?

(a) 0 %
(b) 25 %
(c) 50 %
(d) 25 %

Zkuste zadat svým přátelům (možná se s vámi budou kamarádit i potom).

Využívání slabých míst

Druhá matfyzákova slabina: matfyzák se domnívá, že umí odhalit chybu ve výpočtu.

Něco je špatně?

Něco je špatně?

Posuďme následující výpočet:

$$-1 = (-1)^3 = (-1)^{\frac{6}{2}} = \sqrt{(-1)^6} = \sqrt{1} = 1$$

Něco je špatně?

Posuďme následující výpočet:

$$-1 = (-1)^3 = (-1)^{\frac{6}{2}} = \sqrt{(-1)^6} = \sqrt{1} = 1$$

Samozřejmě, že je to *špatně*.

Něco je špatně?

Posuďme následující výpočet:

$$-1 = (-1)^3 = (-1)^{\frac{6}{2}} = \sqrt{(-1)^6} = \sqrt{1} = 1$$

Samozřejmě, že je to *špatně*.

Ale **kde** je to špatně?

Něco je špatně?

Posuďme následující výpočet:

$$-1 = (-1)^3 = (-1)^{\frac{6}{2}} = \sqrt{(-1)^6} = \sqrt{1} = 1$$

Samozřejmě, že je to *špatně*.

Ale **kde** je to špatně?

Úloha: rozhodněte, *která* z uvedených pěti rovností je nesprávná.

Využívání slabých míst

Využívání slabých míst

Třetí matfyzákova slabina: matfyzák sleduje seriály.

Platí Fermatova věta?

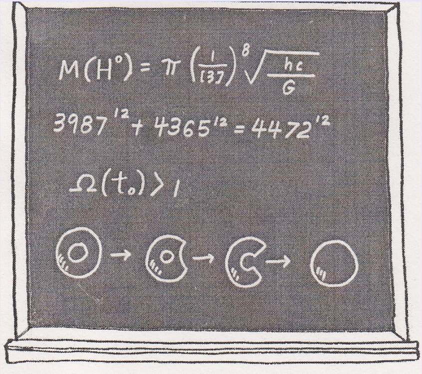
Platí Fermatova věta?

Homer Simpson: Fermatova věta neplatí, neboť

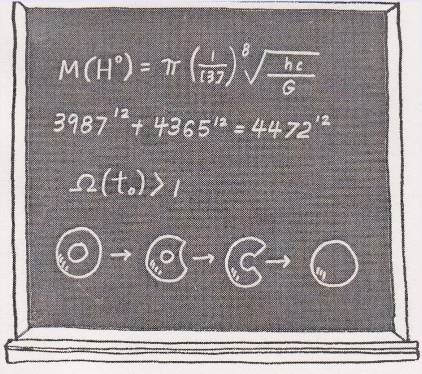
$$3987^{12} + 4365^{12} = 4472^{12}.$$

Velká věta Homerova (1998)

Velká věta Homerova (1998)

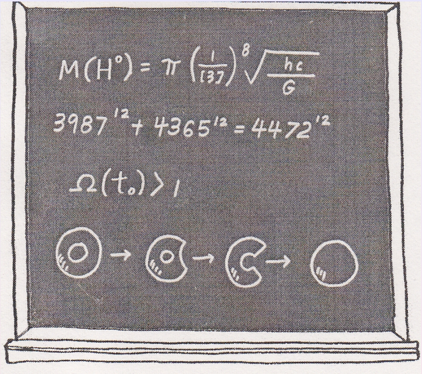


Velká věta Homerova (1998)



A skutečnost?

Velká věta Homerova (1998)



A skutečnost?

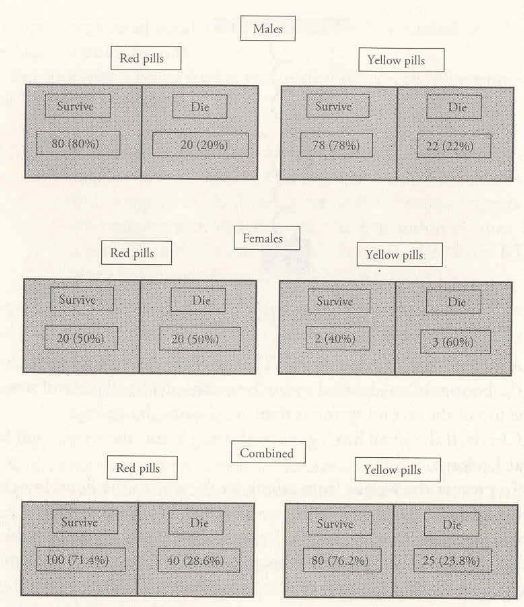
$$3987^{12} + 4365^{12} = 4472{,}0000000070576171875^{12}.$$

Využívání slabých míst

Čtvrtá matfyzákova slabina: matfyzák se domnívá, že mu nikdo nelže.

Simpsonův paradox (Edward H. Simpson, *1922)

Posuzujeme efektivnost dvou druhů léku proti zákeřné chorobě. Máme k dispozici data aplikace léků na **245** pacientů, z toho **200** mužů a **45** žen.


Males
Red pills
Survive
80 (80%)
Die
20 (20%)
Yellow pills
Survive
78 (78%)
Die
22 (22%)
Females
Red pills
Survive
20 (50%)
Die
20 (50%)
Yellow pills
Survive
2 (40%)
Die
3 (60%)
Combined
Red pills
Survive
100 (71.4%)
Die
40 (28.6%)
Yellow pills
Survive
80 (76.2%)
Die
25 (23.8%)

Simpsonův paradox

Simpsonův paradox

Položte si dvě otázky:

Položte si dvě otázky:

1) *jste-li pacient, kterému léku dáte přednost?*

Simpsonův paradox

Položte si dvě otázky:

1) *jste-li pacient, kterému léku dáte přednost?*

2) *jste-li lékař, jaký lék nabídnete pacientovi, jestliže nevíte, zda je to muž nebo žena?*

Simpsonův paradox ve škole

Zadání: Kdo je lepší?

Zadání: Kdo je lepší?

student	Premiant	Zhulenec
1. písemka	30%	25%
2. písemka	100%	75%

Zadání: Kdo je lepší?

student	Premiant	Zhulenec
1. písemka	30%	25%
2. písemka	100%	75%

Jenomže, co když ...

Zadání: Kdo je lepší?

student	Premiant	Zhulenec
1. písemka	30%	25%
2. písemka	100%	75%

Jenomže, co když ...

student	Premiant	Zhulenec
1. písemka	3 správně z 10	1 správně ze 4
2. písemka	2 správně ze 2	6 správně z 8
Celkem	*5 správně ze 12*	*7 správně z 12*

Simpsonův paradox ve škole

Zadání: Kdo je lepší?

student	Premiant	Zhulenec
1. písemka	30%	25%
2. písemka	100%	75%

Jenomže, co když ...

student	Premiant	Zhulenec
1. písemka	3 správně z 10	1 správně ze 4
2. písemka	2 správně ze 2	6 správně z 8
Celkem	*5 správně ze 12*	*7 správně z 12*

Tak, sakra, **kdo je lepší?**

Využívání slabých míst

Využívání slabých míst

Pátá matfyzákova slabina: matfyzák často vyřeší špatně i úlohu, pro jejíž řešení stačí umět počítat na prstech

Využívání slabých míst

Pátá matfyzákova slabina: matfyzák často vyřeší špatně i úlohu, pro jejíž řešení stačí umět počítat na prstech a mít právě tři prsty.

Monty Hall aneb jak přeskočit kozu?

Monty Hall (1921–2017)

Monty Hall aneb Jak přeskočit kozu?

- za jedněmi ze tří dveří je hlavní cena

Monty Hall aneb Jak přeskočit kozu?

- za jedněmi ze tří dveří je hlavní cena
- soutěžící zvolí jedny dveře

Monty Hall aneb Jak přeskočit kozu?

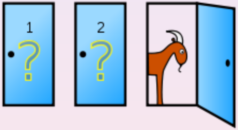
- za jedněmi ze tří dveří je hlavní cena
- soutěžící zvolí jedny dveře
- moderátor otevře jiné dveře, za nimiž je cena útěchy

Monty Hall aneb Jak přeskočit kozu?

- za jedněmi ze tří dveří je hlavní cena
- soutěžící zvolí jedny dveře
- moderátor otevře jiné dveře, za nimiž je cena útěchy
- soutěžící má možnost svou volbu změnit

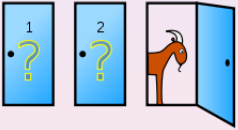
Monty Hall aneb Jak přeskočit kozu?

- za jedněmi ze tří dveří je hlavní cena
- soutěžící zvolí jedny dveře
- moderátor otevře jiné dveře, za nimiž je cena útěchy
- soutěžící má možnost svou volbu změnit



Monty Hall aneb Jak přeskočit kozu?

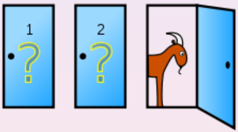
- za jedněmi ze tří dveří je hlavní cena
- soutěžící zvolí jedny dveře
- moderátor otevře jiné dveře, za nimiž je cena útěchy
- soutěžící má možnost svou volbu změnit



Otázka: *Má soutěžící měnit?*

Monty Hall aneb Jak přeskočit kozu?

- za jedněmi ze tří dveří je hlavní cena
- soutěžící zvolí jedny dveře
- moderátor otevře jiné dveře, za nimiž je cena útěchy
- soutěžící má možnost svou volbu změnit

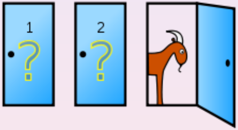


Otázka: *Má soutěžící měnit?*

ODPOVĚĎ: **ANO**

Monty Hall aneb Jak přeskočit kozu?

- za jedněmi ze tří dveří je hlavní cena
- soutěžící zvolí jedny dveře
- moderátor otevře jiné dveře, za nimiž je cena útěchy
- soutěžící má možnost svou volbu změnit



Otázka: *Má soutěžící měnit?*

ODPOVĚĎ: **ANO** (jeho šance na výhru hlavní ceny se tím zdvojnásobí (!))

A co pravděpodobnostní intuice?

A co pravděpodobnostní intuice?

Úloha 1: Rodina má dvě děti, z nichž jedno je dcera. Jaká je pravděpodobnost, že tato rodina má dvě dcery?

A co pravděpodobnostní intuice?

Úloha 1: Rodina má dvě děti, z nichž jedno je dcera. Jaká je pravděpodobnost, že tato rodina má dvě dcery?

Úloha 2: Rodina má dvě děti, z nichž jedno je Anička. Jaká je pravděpodobnost, že tato rodina má dvě dcery?

A co pravděpodobnostní intuice?

Úloha 1: Rodina má dvě děti, z nichž jedno je dcera. Jaká je pravděpodobnost, že tato rodina má dvě dcery?

Úloha 2: Rodina má dvě děti, z nichž jedno je Anička. Jaká je pravděpodobnost, že tato rodina má dvě dcery?

OTÁZKA:

A co pravděpodobnostní intuice?

Úloha 1: Rodina má dvě děti, z nichž jedno je dcera. Jaká je pravděpodobnost, že tato rodina má dvě dcery?

Úloha 2: Rodina má dvě děti, z nichž jedno je Anička. Jaká je pravděpodobnost, že tato rodina má dvě dcery?

OTÁZKA: Jsou řešení úloh 1 a 2 stejná?

A co pravděpodobnostní intuice?

Úloha 1: Rodina má dvě děti, z nichž jedno je dcera. Jaká je pravděpodobnost, že tato rodina má dvě dcery?

Úloha 2: Rodina má dvě děti, z nichž jedno je Anička. Jaká je pravděpodobnost, že tato rodina má dvě dcery?

OTÁZKA: Jsou řešení úloh 1 a 2 stejná?

ODPOVĚĎ: **NE**

A co pravděpodobnostní intuice?

Úloha 1: Rodina má dvě děti, z nichž jedno je dcera. Jaká je pravděpodobnost, že tato rodina má dvě dcery?

Úloha 2: Rodina má dvě děti, z nichž jedno je Anička. Jaká je pravděpodobnost, že tato rodina má dvě dcery?

OTÁZKA: Jsou řešení úloh 1 a 2 stejná?

ODPOVĚĎ: **NE** (!)

Problém kapelníka dechovky

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Kapela je seřazena do obdélníkového tvaru o m řadách a n sloupcích.

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Kapela je seřazena do obdélníkového tvaru o m řadách a n sloupcích.

Na zkoušce si kapelník všimne, že při pohledu zleva (kde je hlavní tribuna) jsou někteří menší hudebníci zakryti svými vyššími kolegy.

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Kapela je seřazena do obdélníkového tvaru o m řadách a n sloupcích.

Na zkoušce si kapelník všimne, že při pohledu zleva (kde je hlavní tribuna) jsou někteří menší hudebníci zakryti svými vyššími kolegy.

Provede tedy v každé řadě takzvané *nerostoucí přerovnání*.

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Kapela je seřazena do obdélníkového tvaru o m řadách a n sloupcích.

Na zkoušce si kapelník všimne, že při pohledu zleva (kde je hlavní tribuna) jsou někteří menší hudebníci zakryti svými vyššími kolegy.

Provede tedy v každé řadě takzvané *nerostoucí přerovnání*.

Když se však potom postaví před kapelu, vidí, že z čelního pohledu opět někteří menší hudebníci nejsou vidět.

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Kapela je seřazena do obdélníkového tvaru o m řadách a n sloupcích.

Na zkoušce si kapelník všimne, že při pohledu zleva (kde je hlavní tribuna) jsou někteří menší hudebníci zakryti svými vyššími kolegy.

Provede tedy v každé řadě takzvané *nerostoucí přerovnání*.

Když se však potom postaví před kapelu, vidí, že z čelního pohledu opět někteří menší hudebníci nejsou vidět.

Provede tedy nerostoucí přerovnání ještě také v každém sloupci.

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Kapela je seřazena do obdélníkového tvaru o m řadách a n sloupcích.

Na zkoušce si kapelník všimne, že při pohledu zleva (kde je hlavní tribuna) jsou někteří menší hudebníci zakryti svými vyššími kolegy.

Provede tedy v každé řadě takzvané *nerostoucí přerovnání*.

Když se však potom postaví před kapelu, vidí, že z čelního pohledu opět někteří menší hudebníci nejsou vidět.

Provede tedy nerostoucí přerovnání ještě také v každém sloupci.

Kapelník se nyní bojí jít se podívat doleva, jestli nové uspořádání ve sloupcích nezničilo jeho předchozí pečlivé uspořádání v řadách.

Problém kapelníka dechovky

Kapelník připravuje dechovku na pochod po promenádě.

Kapela je seřazena do obdélníkového tvaru o m řadách a n sloupcích.

Na zkoušce si kapelník všimne, že při pohledu zleva (kde je hlavní tribuna) jsou někteří menší hudebníci zakryti svými vyššími kolegy.

Provede tedy v každé řadě takzvané *nerostoucí přerovnání*.

Když se však potom postaví před kapelu, vidí, že z čelního pohledu opět někteří menší hudebníci nejsou vidět.

Provede tedy nerostoucí přerovnání ještě také v každém sloupci.

Kapelník se nyní bojí jít se podívat doleva, jestli nové uspořádání ve sloupcích nezničilo jeho předchozí pečlivé uspořádání v řadách.

Otázka: *Bojí se kapelník oprávněně?*

Malfattiho problém

Malfattiho problém

Malfattiho problém

Gian Francesco Malfatti (1731-1807)

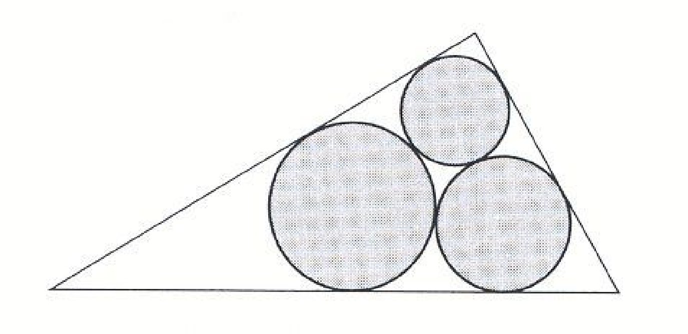
Malfattiho problém - vývoj událostí

ÚLOHA: vepište do daného trojúhelníku tři nepřekrývající se kruhy tak, aby jejich celkový obsah byl co největší.

ÚLOHA: vepište do daného trojúhelníku tři nepřekrývající se kruhy tak, aby jejich celkový obsah byl co největší.

Malfatti (1803) zformuloval problém a publikoval své řešení:

kruhy zvolíme tak, aby se každý dotýkal dvou stran trojúhelníku a obou zbývajících kruhů



Malfattiho problém - vývoj událostí

Přes sto dvacet let se problém zdál být vyřešen.

Přes sto dvacet let se problém zdál být vyřešen.

1930: pro *rovnostranný* trojúhelník je Malfattiho řešení **špatně** (!)

Přes sto dvacet let se problém zdál být vyřešen.

1930: pro *rovnostranný* trojúhelník je Malfattiho řešení **špatně** (!)

Malfattiho konstrukce zabírá

$$\frac{\pi\sqrt{3}}{(1+\sqrt{3})^2} \approx \mathbf{0{,}729}$$

Přes sto dvacet let se problém zdál být vyřešen.

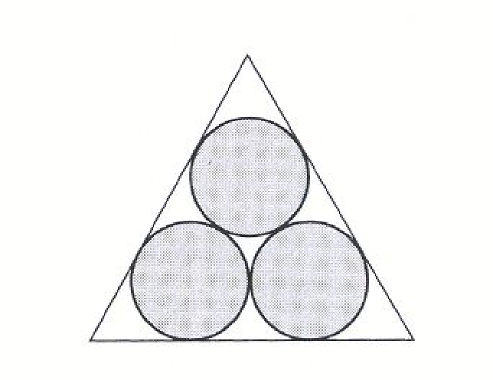
1930: pro *rovnostranný* trojúhelník je Malfattiho řešení **špatně** (!)

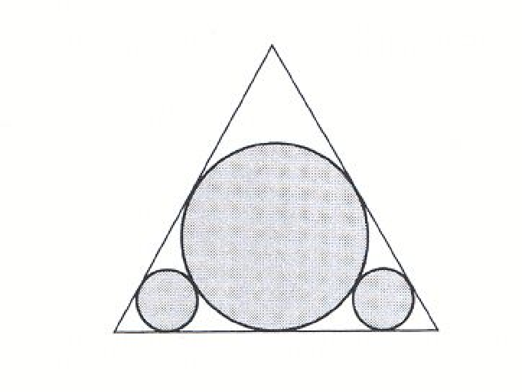
Malfattiho konstrukce zabírá

$$\frac{\pi\sqrt{3}}{(1+\sqrt{3})^2} \approx \mathbf{0{,}729}$$

existuje ale konstrukce, zabírající

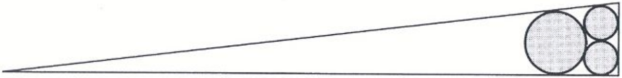
$$\frac{11\pi}{27\sqrt{3}} \approx \mathbf{0{,}739}.$$



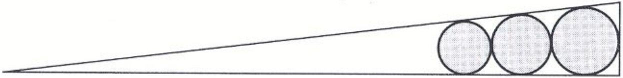


Malfattiho problém - vývoj událostí

Howard Eves (1965): Také pro *dlouhé a úzké* trojúhelníky je Malfattiho řešení špatně.

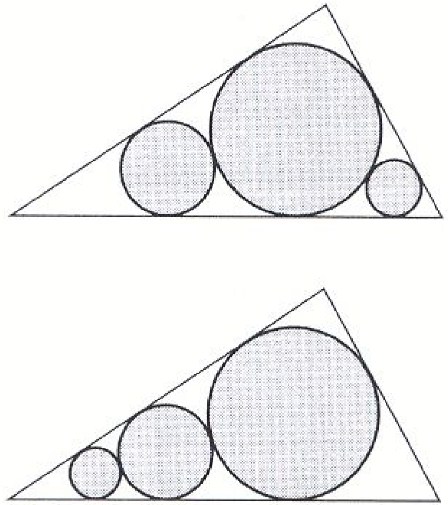


Zdá se být jasné i bez počítání, že mnohem větší plochu pokryjeme následujícím způsobem:



Malfattiho problém - rozuzlení

Michael Goldberg (1967): Malfattiho řešení je špatně **VŽDY** (!).



Mýtus o neomylnosti intuice

Mýtus o neomylnosti intuice

Velmi rozšířený nebezpečný mýtus praví, že naše **matematická** (nebo jiná - dosaďte si libovolnou vědeckou či uměleckou disciplínu) **intuice je neomylná**.

Velmi rozšířený nebezpečný mýtus praví, že naše **matematická** (nebo jiná - dosaďte si libovolnou vědeckou či uměleckou disciplínu) **intuice je neomylná**.

Správně má být:

Mýtus o neomylnosti intuice

Velmi rozšířený nebezpečný mýtus praví, že naše **matematická** (nebo jiná - dosaďte si libovolnou vědeckou či uměleckou disciplínu) **intuice je neomylná**.

Správně má být:

Naše intuice často vede na scestí!

Provázek kolem Země

Provázek kolem Země

OTÁZKA: Kolem (ideálně kulaté) zeměkoule (poloměr 6378 km) je těsně omotán provázek. O kolik je nutné provázek prodloužit, aby se vznášel metr nad povrchem?

Provázek kolem Země

OTÁZKA: Kolem (ideálně kulaté) zeměkoule (poloměr 6378 km) je těsně omotán provázek. O kolik je nutné provázek prodloužit, aby se vznášel metr nad povrchem?

ODPOVĚĎ: 2π metrů

OTÁZKA: Kolem (ideálně kulaté) zeměkoule (poloměr 6378 km) je těsně omotán provázek. O kolik je nutné provázek prodloužit, aby se vznášel metr nad povrchem?

ODPOVĚĎ: 2π metrů (nezáleží na poloměru (!))

"Já jsem na roztažnost chyběl" (student Zhulenec, film Gympl)

"Já jsem na roztažnost chyběl" (student Zhulenec, film Gympl)

Máme dvě koleje, každá má délku 1 km, položené těsně za sebou a dotýkající se. Na volných koncích jsou ukotveny pevně a při eventuálním prodloužení je jim dovolen pohyb *pouze nahoru* (nikoli do stran).

"Já jsem na roztažnost chyběl" (student Zhulenec, film Gympl)

Máme dvě koleje, každá má délku 1 km, položené těsně za sebou a dotýkající se. Na volných koncích jsou ukotveny pevně a při eventuálním prodloužení je jim dovolen pohyb *pouze nahoru* (nikoli do stran).

OTÁZKA: Každá z kolejí se teplem roztáhne o 1 mm. O kolik se koleje zvednou v místě dotyku?

“Já jsem na roztažnost chyběl” (student Zhulenec, film Gympl)

Máme dvě koleje, každá má délku 1 km, položené těsně za sebou a dotýkající se. Na volných koncích jsou ukotveny pevně a při eventuálním prodloužení je jim dovolen pohyb *pouze nahoru* (nikoli do stran).

OTÁZKA: Každá z kolejí se teplem roztáhne o 1 mm. O kolik se koleje zvednou v místě dotyku?

ODPOVĚĎ: O $1,41$ **metru** (!)

"Já jsem na roztažnost chyběl" (student Zhulenec, film Gympl)

Máme dvě koleje, každá má délku 1 km, položené těsně za sebou a dotýkající se. Na volných koncích jsou ukotveny pevně a při eventuálním prodloužení je jim dovolen pohyb *pouze nahoru* (nikoli do stran).

OTÁZKA: Každá z kolejí se teplem roztáhne o 1 mm. O kolik se koleje zvednou v místě dotyku?

ODPOVĚĎ: O $1,41$ **metru** (!) (Pythagorova věta).

Odhad pravděpodobnosti

Odhad pravděpodobnosti

Odhadněte, jaká je pravděpodobnost, že *na fotbalovém hřišti mají alespoň dvě osoby narozeniny ve stejný den*!

Odhad pravděpodobnosti

Odhadněte, jaká je pravděpodobnost, že *na fotbalovém hřišti mají alespoň dvě osoby narozeniny ve stejný den*!

Výsledek: **51%**

Odhad pravděpodobnosti

Odhadněte, jaká je pravděpodobnost, že *na fotbalovém hřišti mají alespoň dvě osoby narozeniny ve stejný den*!

Výsledek: **51%**

(samozřejmě za předpokladu, že zatím nebyla vytažena červená karta)

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %?

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %?

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %? **35**

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %? **35**
- 90 %?

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %? **35**
- 90 %? **41**

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %? **35**
- 90 %? **41**
- 100 %?

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %? **35**
- 90 %? **41**
- 100 %? **367**

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %? **35**
- 90 %? **41**
- 100 %? **367**

Jde to strašně rychle!

Odhad pravděpodobnosti - tipujeme

Kolik přátel musíme pozvat na mejdan, aby pravděpodobnost, že *alespoň dvě osoby budou mít narozeniny ve stejný den*, činila

- 50 %? **23**
- 80 %? **35**
- 90 %? **41**
- 100 %? **367**

Jde to strašně rychle!

Při kolika lidech na to vsadíte hypotéku?

Tipovací soutěž

Tipovací soutěž

Kolika různými způsoby je možné zapsat číslo 500 ve tvaru **součtu šesti prvočísel**?

Kolika různými způsoby je možné zapsat číslo 500 ve tvaru **součtu šesti prvočísel**?

(a) 0

Kolika různými způsoby je možné zapsat číslo 500 ve tvaru **součtu šesti prvočísel**?

(a) 0
(b) 1

Tipovací soutěž

Kolika různými způsoby je možné zapsat číslo 500 ve tvaru **součtu šesti prvočísel**?

(a) 0
(b) 1
(c) více něž 10

Kolika různými způsoby je možné zapsat číslo 500 ve tvaru **součtu šesti prvočísel**?

(a) 0
(b) 1
(c) více něž 10
(d) více něž 50000

Umíte správně podvádět?

Umíte správně podvádět?

OTÁZKA: Jaká je pravděpodobnost, že ve velkém souboru náhodných dat **bude určité číslo začínat jedničkou**?

Umíte správně podvádět?

OTÁZKA: Jaká je pravděpodobnost, že ve velkém souboru náhodných dat **bude určité číslo začínat jedničkou**?

Příklady takových souborů dat:

Umíte správně podvádět?

OTÁZKA: Jaká je pravděpodobnost, že ve velkém souboru náhodných dat **bude určité číslo začínat jedničkou**?

Příklady takových souborů dat:

- fyzikální konstanty

Umíte správně podvádět?

OTÁZKA: Jaká je pravděpodobnost, že ve velkém souboru náhodných dat **bude určité číslo začínat jedničkou**?

Příklady takových souborů dat:

- fyzikální konstanty
- plocha jednotlivých ostrůvků v rozsáhlém souostroví

Umíte správně podvádět?

OTÁZKA: Jaká je pravděpodobnost, že ve velkém souboru náhodných dat **bude určité číslo začínat jedničkou**?

Příklady takových souborů dat:

- fyzikální konstanty
- plocha jednotlivých ostrůvků v rozsáhlém souostroví
- ceny zboží v supermarketu

Umíte správně podvádět?

OTÁZKA: Jaká je pravděpodobnost, že ve velkém souboru náhodných dat **bude určité číslo začínat jedničkou**?

Příklady takových souborů dat:

- fyzikální konstanty
- plocha jednotlivých ostrůvků v rozsáhlém souostroví
- ceny zboží v supermarketu

Je zřejmé, že **odpověď je $\frac{1}{9}$**?

Benfordův zákon

ŘEŠENÍ: Odpověď ale **není** $\frac{1}{9}$.

ŘEŠENÍ: Odpověď ale **není** $\frac{1}{9}$.

Benfordův zákon (Newcombe 1881, Benford 1934):

ŘEŠENÍ: Odpověď ale **není** $\frac{1}{9}$.

Benfordův zákon (Newcombe 1881, Benford 1934):

Pravděpodobnost, že určité číslo bude začínat číslicí n, kde $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, *je dána vzorcem*

ŘEŠENÍ: Odpověď ale **není** $\frac{1}{9}$.

Benfordův zákon (Newcombe 1881, Benford 1934):

Pravděpodobnost, že určité číslo bude začínat číslicí n, kde $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, *je dána vzorcem*

$$log(n+1) - \log n.$$

ŘEŠENÍ: Odpověď ale **není** $\frac{1}{9}$.

Benfordův zákon (Newcombe 1881, Benford 1934):

Pravděpodobnost, že určité číslo bude začínat číslicí n, kde $n = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$, *je dána vzorcem*

$$log(n + 1) - \log n.$$

Tedy například:

pravděpodobnost, že číslo začne *jedničkou* $= 30,1\%$

pravděpodobnost, že číslo začne *dvojkou* $= 17,6\%$

pravděpodobnost, že číslo začne *trojkou* $= 12,5\%$

pravděpodobnost, že číslo začne *devítkou* $= 4,6\%$

Benfordův zákon - ilustrace

Příklad (demonstrační): Představme si, že vybíráme ze souboru dat

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19.$$

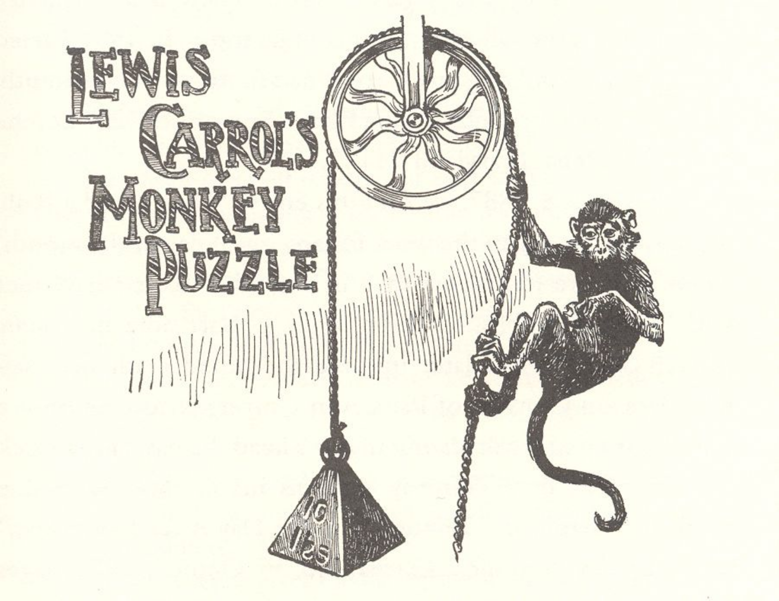
Příklad (demonstrační): Představme si, že vybíráme ze souboru dat

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19.$$

Vidíme, že jedničky vskutku převládají.

Carrollova opice

ÚLOHA: Opice šplhá po laně přidělaném ke kladce, na druhé straně kladky je na laně zavěšeno závaží, vážící stejně jako opice. Kam se bude závaží posunovat, dolů nebo nahoru?


LEWIS CARROL'S MONKEY PUZZLE
10 lbs

Carrollova opice - učená debata z roku 1893

Price: závaží směřuje *nahoru* s rostoucí rychlostí

Price: závaží směřuje *nahoru* s rostoucí rychlostí

Clifton, Harcour: závaží směřuje *nahoru* se stejnou rychlostí, jakou šplhá opice

Carrollova opice - učená debata z roku 1893

Price: závaží směřuje *nahoru* s rostoucí rychlostí

Clifton, Harcour: závaží směřuje *nahoru* se stejnou rychlostí, jakou šplhá opice

Sampson: závaží směřuje *dolů*

Price: závaží směřuje *nahoru* s rostoucí rychlostí

Clifton, Harcour: závaží směřuje *nahoru* se stejnou rychlostí, jakou šplhá opice

Sampson: závaží směřuje *dolů*

Řešení: závaží je neustále *ve stejné výšce* jako opice

OTÁZKA: Obejde se fyzika bez berličky matematiky?

OTÁZKA: Obejde se fyzika bez berličky matematiky?

NE

O princezně a housence

O princezně a housence

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V. Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v.*

O princezně a housence

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V. Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v.*

OTÁZKA: *Dožene housenka princeznu nebo ne?*

O princezně a housence

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V. Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v.*

OTÁZKA: *Dožene housenka princeznu nebo ne?*

MOŽNÁ ŘEŠENÍ:

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V. Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v.*

OTÁZKA: *Dožene housenka princeznu nebo ne?*

MOŽNÁ ŘEŠENÍ:

- **ANO**, dožene

O princezně a housence

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V. Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v.*

OTÁZKA: *Dožene housenka princeznu nebo ne?*

MOŽNÁ ŘEŠENÍ:

- **ANO**, dožene
- **NE**, nedožene

O princezně a housence

ÚLOHA: *Princezna proběhne dveřmi, které se zabouchnou a přiskřípnou její závoj. Princezna si toho nevšimne a běží dál rychlostí V. Závoj je nekonečně pružný a při běhu se neustále natahuje. Na závoji sedí housenka a pohybuje se po něm směrem k princezně rychlostí v.*

OTÁZKA: *Dožene housenka princeznu nebo ne?*

MOŽNÁ ŘEŠENÍ:

- **ANO**, dožene
- **NE**, nedožene
- výsledek **závisí na rychlostech** v a V

Poučení

Poučení

Tuto úlohu nelze vyřešit žádnou fyzikální úvahou.

Tuto úlohu nelze vyřešit žádnou fyzikální úvahou. (Nebo ano?)

Poučení

Tuto úlohu nelze vyřešit žádnou fyzikální úvahou. (Nebo ano?)

Bez matematiky to prostě nejde!!

Poučení

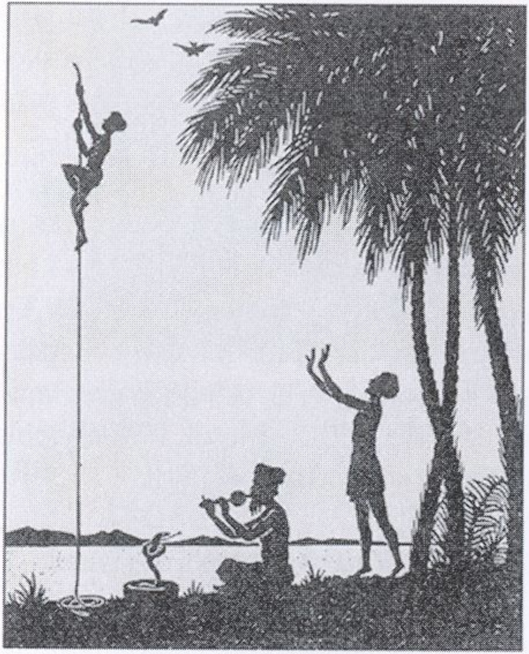
Tuto úlohu nelze vyřešit žádnou fyzikální úvahou. (Nebo ano?)

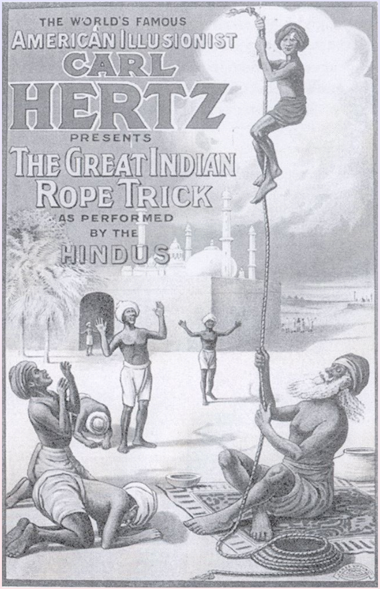
Bez matematiky to prostě nejde!! (Nebo ano?)

Věci k neuvěření

Věci k neuvěření

- Indický trik s lanem

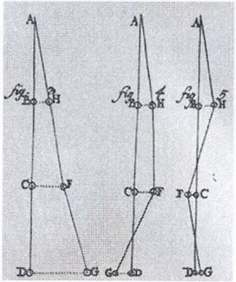



THE WORLD'S FAMOUS
AMERICAN ILLUSIONIST
CARL
HERTZ
PRESENTS
THE GREAT INDIAN
ROPE TRICK
AS PERFORMED
BY THE
HINDUS

Teoretický podklad: sdružená kyvadla

Teoretický podklad: sdružená kyvadla

Daniel Bernoulli (1738) publikoval převratnou práci o pohybu sdružených kyvadel


A
E
H
C
F
D
G
A
E
H
C
F
G
D
A
E
H
F
C
D
G

Teoretický pokus o stabilizaci obráceného kyvadla

David Acheson (1992) dokázal (pomocí diferenciálních rovnic), že systém **obrácených** kyvadel lze stabilizovat, jestliže rozvibrujeme osu nahoru a dolů (!)

Teoretický pokus o stabilizaci obráceného kyvadla

David Acheson (1992) dokázal (pomocí diferenciálních rovnic), že systém **obrácených** kyvadel lze stabilizovat, jestliže rozvibrujeme osu nahoru a dolů (!)

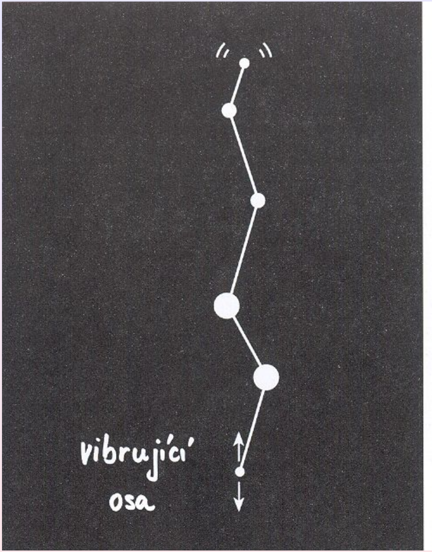
kyvadel může být libovolně mnoho a různých velikostí

Teoretický pokus o stabilizaci obráceného kyvadla

David Acheson (1992) dokázal (pomocí diferenciálních rovnic), že systém **obrácených** kyvadel lze stabilizovat, jestliže rozvibrujeme osu nahoru a dolů (!)

kyvadel může být libovolně mnoho a různých velikostí

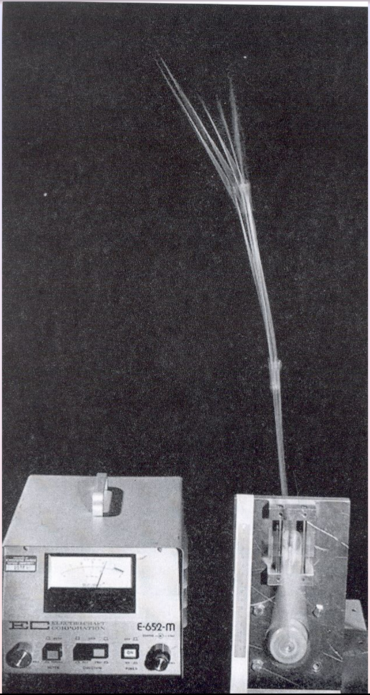
To není balancování tyče na dlani!


vibrující
osa

Ověření teorie v praxi

Ověření teorie v praxi

David Acheson a Tom Mullin (1993) zkonstruovali příslušné zařízení a teorii ověřili pokusem


E-652-m

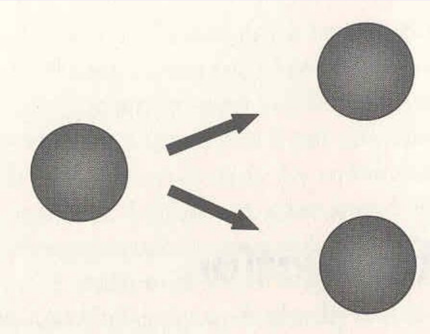
Vrchol kontraintuitivního myšlení: Banachova–Tarského věta:

Vrchol kontraintuitivního myšlení: Banachova–Tarského věta:

Jednotkovou kouli v 3D lze rozložit na sjednocení pěti podmnožin a z nich potom složit dvě koule, obě identické s původní koulí.

Vrchol kontraintuitivního myšlení: Banachova–Tarského věta:

Jednotkovou kouli v 3D lze rozložit na sjednocení pěti podmnožin a z nich potom složit dvě koule, obě identické s původní koulí.



Důsledek B–T věty: hrášek a sluníčko

Důsledek B–T věty: hrášek a sluníčko

Každé dvě množiny v 3D s neprázdnými vnitřky jsou **po částech kongruentní**.

Důsledek B–T věty: hrášek a sluníčko

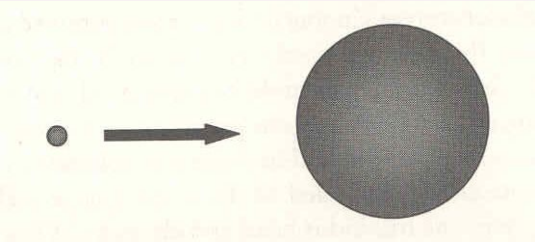
Každé dvě množiny v 3D s neprázdnými vnitřky jsou **po částech kongruentní**.

Tedy jednu lze rozstříhat na konečně mnoho kousků, a z nich potom sestavit druhou.

Důsledek B–T věty: hrášek a sluníčko

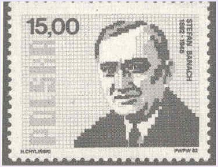
Každé dvě množiny v 3D s neprázdnými vnitřky jsou **po částech kongruentní**.

Tedy jednu lze rozstříhat na konečně mnoho kousků, a z nich potom sestavit druhou.

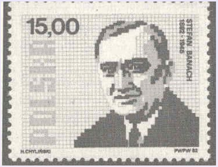


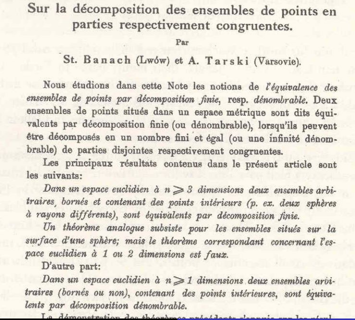
Publikace věty: 1924

Publikace věty: 1924



Publikace věty: 1924





Sur la décomposition des ensembles de points en parties respectivement congruentes.

Par

St. Banach (Lwów) et A. Tarski (Varsovie).

Nous étudions dans cette Note les notions de *l'équivalence des ensembles de points par décomposition finie*, resp. *dénombrable*. Deux ensembles de points situés dans un espace métrique sont dits équivalents par décomposition finie (ou dénombrable), lorsqu'ils peuvent être décomposés en un nombre fini et égal (ou une infinité dénombrable) de parties disjointes respectivement congruentes.

Les principaux résultats contenus dans le présent article sont les suivants:

Dans un espace euclidien à $n \geqslant 3$ dimensions deux ensembles arbitraires, bornés et contenant des points intérieurs (p. ex. deux sphères à rayons différents), sont équivalents par décomposition finie.

Un théorème analogue subsiste pour les ensembles situés sur la surface d'une sphère; mais le théorème correspondant concernant l'espace euclidien à 1 ou 2 dimensions est faux.

D'autre part:

Dans un espace euclidien à $n \geqslant 1$ dimensions deux ensembles arbitraires (bornés ou non), contenant des points intérieures, sont équivalents par décomposition dénombrable.

Ohlasy

Ohlasy

Následovala vlna kontroverze mezi matematiky.

Následovala vlna kontroverze mezi matematiky.

Studenti se chodili ptát: *opravdu matematici umějí zdvojnásobovat objem?*

Ohlasy

Následovala vlna kontroverze mezi matematiky.

Studenti se chodili ptát: *opravdu matematici umějí zdvojnásobovat objem?*

V Illinoisu počestný občan požadoval zákon, který by výuku takových nesmyslů zakazoval.

Kdo za to může?

Kdo za to může?

samozřejmě **matematici**

Kdo za to může?

samozřejmě **matematici**

jejich **teorie míry**,

Kdo za to může?

samozřejmě **matematici**

jejich **teorie míry**,

práce s nekonečnem,

Kdo za to může?

samozřejmě **matematici**

jejich **teorie míry**,

práce s nekonečnem,

existence **neměřitelných množin**,

Kdo za to může?

samozřejmě **matematici**

jejich **teorie míry**,

práce s nekonečnem,

existence **neměřitelných množin**,

a hlavně **axiom výběru**.

Je BT věta "paradox"?

Je BT věta "paradox"?

To jsou paradoxy, co, pane Vaněk!

Existují tři typy paradoxů:

Existují tři typy paradoxů:

paradoxy *typu 1*: tvrzení vypadá absurdně, ale platí;

Existují tři typy paradoxů:

paradoxy *typu 1*: tvrzení vypadá absurdně, ale platí;

paradoxy *typu 2*: tvrzení vypadá věrohodně, ale neplatí;

Matematické paradoxy

Existují tři typy paradoxů:

paradoxy *typu 1*: tvrzení vypadá absurdně, ale platí;

paradoxy *typu 2*: tvrzení vypadá věrohodně, ale neplatí;

(obvykle jde o nějaký švindl)

Existují tři typy paradoxů:

paradoxy *typu 1*: tvrzení vypadá absurdně, ale platí;

paradoxy *typu 2*: tvrzení vypadá věrohodně, ale neplatí;

(obvykle jde o nějaký švindl)

paradoxy *typu 3* (antinomy): výroky vedoucí ke sporným důsledkům.

Richardův paradox (Jules Richard, 1905)

Richardův paradox (Jules Richard, 1905)

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**,

Richardův paradox (Jules Richard, 1905)

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**, zatímco jiné nikoli.

Richardův paradox (Jules Richard, 1905)

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**, zatímco jiné nikoli.

Například výraz *rok nástupu* ***Ferdinanda I. Habsburského*** *na český trůn* definuje číslo

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**, zatímco jiné nikoli.

Například výraz *rok nástupu* ***Ferdinanda I. Habsburského*** *na český trůn* definuje číslo **1526**.

Richardův paradox (Jules Richard, 1905)

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**, zatímco jiné nikoli.

Například výraz *rok nástupu* ***Ferdinanda I. Habsburského*** *na český trůn* definuje číslo **1526**.

Naopak, výraz *historický význam Habsburků na českém trůně*

Některé slovní útvary a věty v češtině **definují nějaké číslo**, zatímco jiné nikoli.

Například výraz *rok nástupu* ***Ferdinanda I. Habsburského*** *na český trůn* definuje číslo **1526**.

Naopak, výraz *historický význam Habsburků na českém trůně* žádné číslo nedefinuje.

Richardův paradox - pokračování

Richardův paradox - pokračování

OTÁZKA:

Richardův paradox - pokračování

OTÁZKA: Které číslo definuje následující slovní spojení?

Richardův paradox - pokračování

OTÁZKA: Které číslo definuje následující slovní spojení?

"Nejmenší číslo, které není možné žádným způsobem definovat pomocí českého slovního útvaru obsahujícího počet slov ostře menší než dvacet."

Richardův paradox - pokračování

OTÁZKA: Které číslo definuje následující slovní spojení?

“Nejmenší číslo, které není možné žádným způsobem definovat pomocí českého slovního útvaru obsahujícího počet slov ostře menší než dvacet.”

ODPOVĚĎ:

Richardův paradox - pokračování

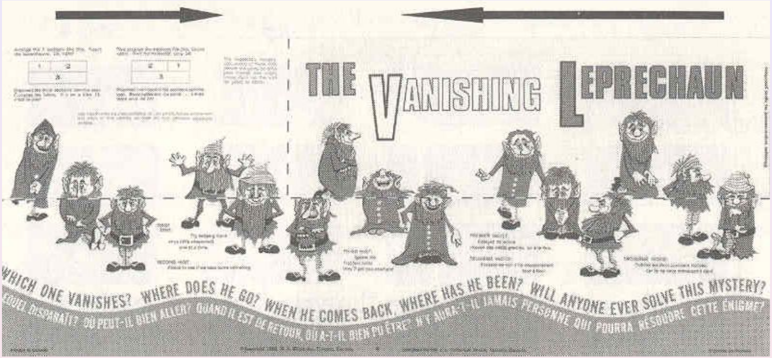
OTÁZKA: Které číslo definuje následující slovní spojení?

"Nejmenší číslo, které není možné žádným způsobem definovat pomocí českého slovního útvaru obsahujícího počet slov ostře menší než dvacet."

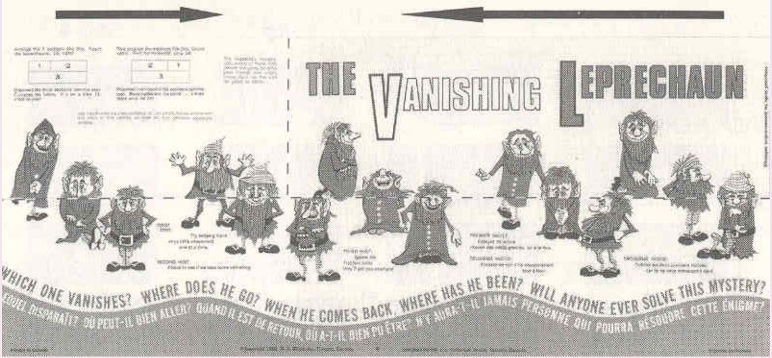
ODPOVĚĎ: Ať je toto číslo jakékoli, právě jsme jej definovali pomocí českého slovního útvaru o pouhých devatenácti slovech.

Zmizelý pidižvík

Zmizelý pidižvík

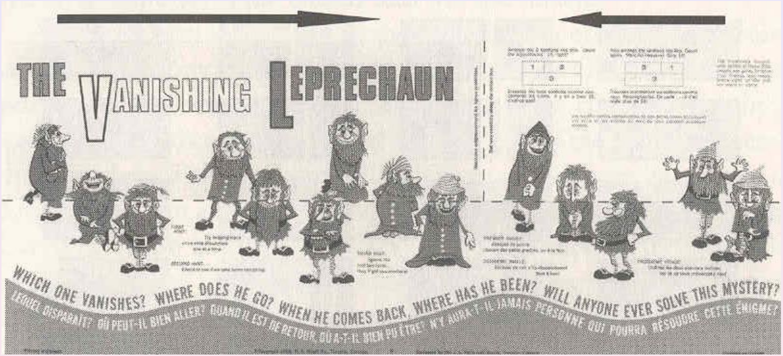


Zmizelý pidižvík



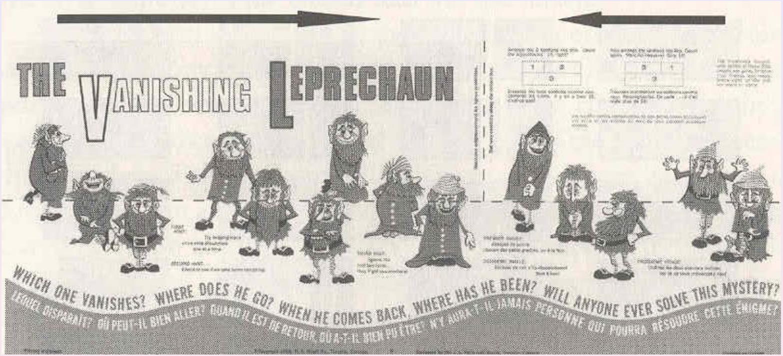
Máme patnáct pidižvíků.

Zmizelý pidižvík



Po záměně horních dílů jich je jen 14.

Zmizelý pidižvík

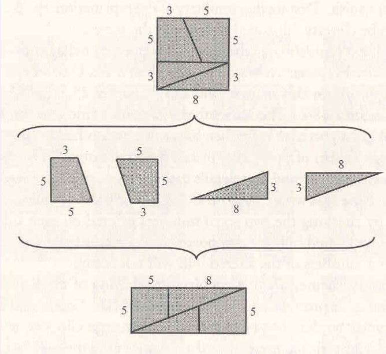


Po záměně horních dílů jich je jen 14.

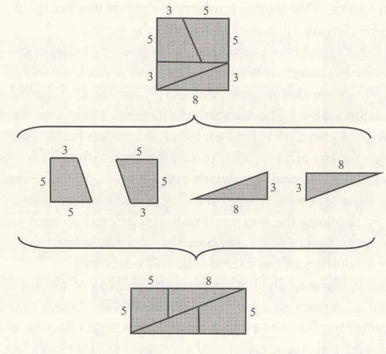
Kam zmizel patnáctý pidižvík?

Fígl se čtvercem

Fígl se čtvercem

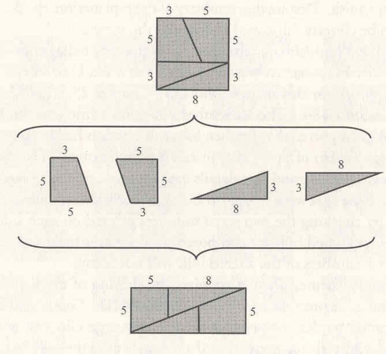


Fígl se čtvercem

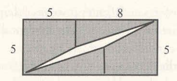


a jeho vysvětlení:

Fígl se čtvercem



a jeho vysvětlení:



Braessův paradox

Braessův paradox

Joel Cohen (1992): fyzikální model **Braessova paradoxu** (každý si může ověřit):

Joel Cohen (1992): fyzikální model **Braessova paradoxu** (každý si může ověřit):

zavěsíme závaží na pružinu přerušenou strunou, obě části pružiny přichytíme dvěma dalšími strunami a původní strunu přestřihneme.

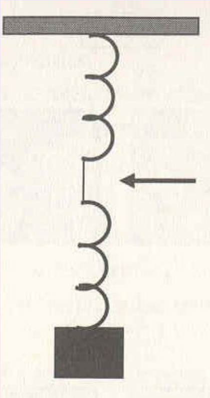
Braessův paradox

Joel Cohen (1992): fyzikální model **Braessova paradoxu** (každý si může ověřit):

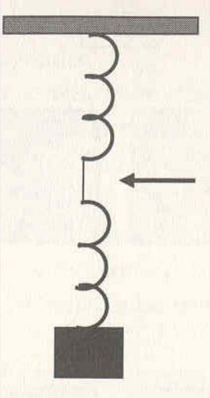
zavěsíme závaží na pružinu přerušenou strunou, obě části pružiny přichytíme dvěma dalšími strunami a původní strunu přestřihneme.

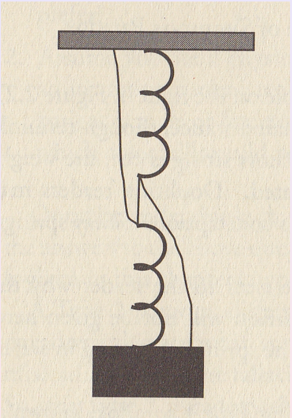
Je zřejmé, že závaží klesne?

Klesne závaží?

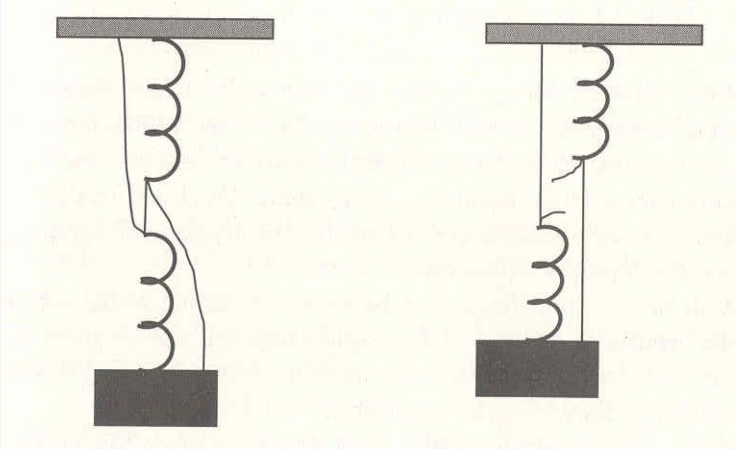


Klesne závaží?





Opak je pravdou!



Využívání slabých míst

Poslední matfyzákova slabina: matfyzák se rád uplatňuje ve světě humanitních věd.

Matfyzák a historie

TVRZENÍ:

TVRZENÍ:

Číslo $\frac{1}{2}$ bylo pochopeno mnohem dříve než ostatní převrácené hodnoty celých čísel. Ty se pravděpodobně vyvinuly až poté, kdy počítání překonalo hranici "tři už jsou dav".

Něco jako důkaz

Něco jako důkaz

Ilustrace: **množné číslo a zlomek** v evropských jazycích

Něco jako důkaz

Ilustrace: **množné číslo a zlomek** v evropských jazycích

tři-třetina	dvě-polovina
three-third	two-half
šaloš-šliš	štajim-hetsi
három-harmad	kettö-fél
trei-treilea	doi-jumate
tair-trydydd	dau-hanner
tri-trian	a dhá-leth

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Psi pokousaly hyeny.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Psi pokousaly hyeny.

Umřeli mi ondatry.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Psi pokousaly hyeny.

Umřeli mi ondatry.

Pošli mi ondatry.

Psi pokousaly hyeny.

Umřeli mi ondatry.

Pošli mi ondatry.

vyděl

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Psi pokousaly hyeny.

Umřeli mi ondatry.

Pošli mi ondatry.

vyděl

Chlapci šly.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Psi štěkaly.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ)

Psi štěkaly.

Vaši odporní šerední chlupatí páchnoucí **psi** včera v noci strašlivě hlasitě **štěkaly** na měsíček.

Psi štěkaly.

Vaši odporní šeredni chlupatí páchnoucí **psi** včera v noci strašlivě hlasitě **štěkaly** na měsíček.

Úplně stejně jako vaši odporní šeredni chlupatí páchnoucí **psi** **štěkaly** včera v noci naše krásné plavé čistotné hyeny na měsíček.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ) - continued

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ) - continued

Obecní úřad každému občanu vyplatí 50 Kč.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ) - continued

Obecní úřad každému občanu vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka udá, vyplatí 50 Kč.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ) - continued

Obecní úřad každému občanu vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka, který tu sochu poškodil, udá, vyplatí 50 Kč.

Z přednášky prof. Karla Olivy (ÚJČ) - continued

Obecní úřad každému občanu vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka, který tu sochu poškodil, udá, vyplatí 50 Kč.

Obecní úřad každému občanu, jenž toho tuláka, který tu sochu, která na sloupu, jenž na mostě, který na cestě, jež Horní a Dolní náměstí spojuje, leží, stojí, stojí, poškodil, udá, vyplatí 50 Kč.

Poslední historka

Poslední historka

Příběh Milana B.

A opravdový vytoužený konec

Mějte se krásně, propagujte matematiku a neberte to všechno moc vážně!