

## 2. domácí úloha ze semináře z matematiky II, 15. 3. 2018

Odevzdat do 29. 3. 2018

1. Uvažujme reálný vektorový prostor  $U$  dimenze  $n$  a na něm lineární formy  $f_1, f_2, \dots, f_k : U \rightarrow \mathbb{R}$ . Dokažte:

(1)  $\dim(\ker f_1 \cap \ker f_2 \cap \dots \cap \ker f_k) \geq n - k$ .

(2) Lineární formy  $f_1, f_2, \dots, f_k$  jsou lineárně nezávislé, právě když

$$\dim(\ker f_1 \cap \ker f_2 \cap \dots \cap \ker f_k) = n - k.$$

(K důkazu druhé části můžete použít indukci.)

2. Necht'  $x_n, x \in \mathbb{R}$  a necht'  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x$ . Dokažte: Jestliže

$$\{x_n \in R; n \in \mathbb{N}\} \cup \{x\} \subseteq \bigcup_{i=1}^{\infty} (a_i, b_i),$$

pak existuje  $k \in \mathbb{N}$  takové, že

$$\{x_n \in R; n \in \mathbb{N}\} \cup \{x\} \subseteq \bigcup_{i=1}^k (a_i, b_i).$$