

## 5. domácí úloha ze semináře z matematiky II, 26. 4. 2018

Odevzdat nejpozději do 10. 5. 2018

1. Necht'  $U$  a  $V$  jsou prostory se skalárním součinem, necht'  $\varphi : U \rightarrow V$  je lineární zobrazení a  $\varphi^* : V \rightarrow U$  je zobrazení k němu adjungované. Dokažte, že

$$(1) \operatorname{Im} \varphi^* = (\operatorname{Ker} \varphi)^\perp,$$

$$(2) \operatorname{Ker} \varphi^* = (\operatorname{Im} \varphi)^\perp$$

2. Necht'  $f : U \times U \rightarrow \mathbb{R}$  je symetrická bilineární forma na prostoru  $U$ . Necht'  $V = [v_1, v_2, \dots, v_k]$  je vektorový podprostor v  $U$ . Zúžení  $f$  na  $V \times V$  je opět symetrická bilineární forma. Jakým způsobem zjistíte, že  $f|_{V \times V}$  je pozitivně definitní na  $V \times V$ ? Svůj postup zdůvodněte.