Věta o konv. matici

④

$H^k \to O_{m\times m} \overset{①\Leftarrow②}{\Leftrightarrow} \|H^k\| \to 0 \Rightarrow H^k x \to 0 \quad \forall x$

④ ⇒ ③ Nechť vl. vektory tvoří bázi.. $v_1, \dots, v_m$

vl. čísla $\lambda_1, \dots, \lambda_m$

$x = a_1 v_1 + \dots + a_m v_m$

$Hx = H(a_1 v_1 + \dots + a_m v_m) = a_1 \lambda_1 v_1 + \dots + a_m \lambda_m v_m$

$H^2 x = \dots = a_1 \lambda_1^2 v_1 + \dots + a_m \lambda_m^2 v_m$

$H^k x = a_1 \lambda_1^k v_1 + \dots + a_m \lambda_m^k v_m \to 0 \qquad \lambda_1^k \to 0, \dots, \lambda_m^k \to 0$

③ ⇒ ① $\lambda \dots$ vl. č. H $\quad \lambda^k \dots$ vl. č. H^k $\quad |\lambda_i| < 1 \ \forall i$

$\lambda^k \to 0$, $H^k \to O_m$

dub 12-10:00

Dk lemmatu:

$\varrho(T) < 1 \Rightarrow$ vl. č. $E-T$ jsou $1-\lambda$, λ - vl. č. T

$1-\lambda \neq 0 \Rightarrow E-T$ je regul.

$S_m = E + T + T^2 + \dots + T^m$

$S_m \cdot (E-T) = E + T + T^2 + \dots + T^m - T - T^2 - T^3 - \dots - T^{m+1} = E - T^{m+1}$

$\lim_{m\to\infty} S_m (E-T) = E$, neboť $T^{m+1} \to O_{m\times m}$

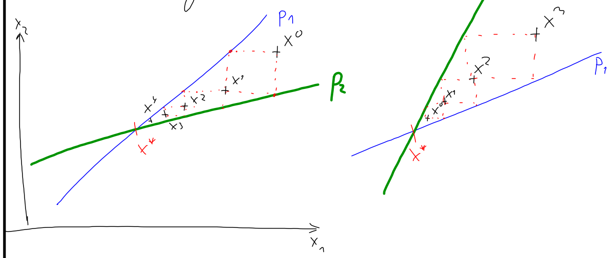
$\lim_{m\to\infty} S_m = (E-T)^{-1}$

Řešení $x^* = (E-T)^{-1} g$ $\qquad \|(E-T)^{-1}\| \leq \frac{\|E\|}{1-\|T\|}$

$\|x^*\| \leq \frac{\|E\|}{1-\|T\|} \cdot \|g\|$

dub 12-10:30

Geom. význam Jac. m.:



dub 12-11:00

Maticový zápis G.-S. m.:

$a_{11} x_1 = -a_{12} x_2 - a_{13} x_3 - \dots - a_{1m} x_m + b_1$

$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 = -a_{23} x_3 - \dots - a_{2m} x_m + b_2$

$a_{31} x_1 + a_{32} x_2 + a_{33} x_3 = -a_{34} x_4 - \dots - a_{3m} x_m + b_3$

$\vdots$

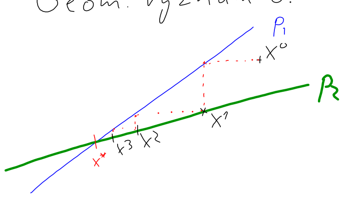
$(D+L)x = -Ux + b$

$(D+L)x^{k+1} = -Ux^k + b$

$x^{k+1} = -(D+L)^{-1} U x^k + (D+L)^{-1} b$

dub 12-11:15

Geom. význam G.-S. m.:



dub 12-11:24