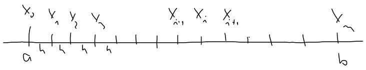
Třidiagonální pozit. def. matice

Dif. rovnice 2. stupně + okrajové podmínky.
– okrajová úloha

Př: $y'' = -y$, $y(0) = 0$, $y(\frac{\pi}{2}) = 1$

Aproximace $y''(x)$: $y''(x) = \frac{y(x-h) + y(x+h) - 2y(x)}{h^2} + O(h^2)$

$y(x_i) \approx y_i$



dub 19-10:02

Výraz $y''(x_i)$ nahradíme přibližným výrazem

$\frac{1}{h^2}(y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1})$

Rovnice $y''(x) - y(x) = f(x)$ okraj. podm.: $y(a) = \alpha$, $y(b) = \beta$

Náhrada příbl. výrazem: $\frac{1}{h^2}(y_{i-1} - 2y_i + y_{i+1}) - y_i = f(x_i)$ $i = 1, \dots, n-1$

$-y_{i-1} + (2+h^2)y_i - y_{i+1} = -h^2 f(x_i)$ — ″ —

$\downarrow$

systém lin. rovnic

Matice soustavy

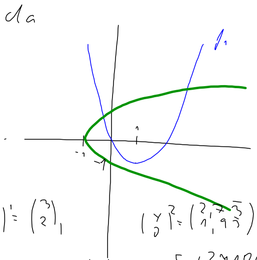
$$\begin{bmatrix} 2+h^2 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & 2+h^2 & -1 & 0 & \cdots & \\ & \ddots & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \ddots & \\ & 0 & & \ddots & \ddots & -1 \\ & & & & -1 & 2+h^2 \end{bmatrix}$$

dub 19-10:34

Př: Newtonova metoda

f_1: $y = (x-1)^2 - 1 = x^2 - 2x$

f_2: $y^2 - 1 = x$



$f_1(x,y) = x^2 - 2x - y = 0$
$f_2(x,y) = x - y^2 + 1 = 0$

$J_F = \begin{pmatrix} 2x-2 & -1 \\ 1 & -2y \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^0 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 2{,}7\bar{3} \\ 1{,}9\bar{3} \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^{k+1} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^k - J_F^{-1}\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^k\right) \cdot \begin{pmatrix} f_1(x^k, y^k) \\ f_2(x^k, y^k) \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}^5 = \begin{pmatrix} 2{,}41064 \\ 1{,}97630 \end{pmatrix}$

dub 19-11:08