Věta A - ryze řádk. diagon. dominantní => A je regulární.

Dk: A - není regul. => ex. nenulové řešení $\tilde{x}$ systému $Ax=0$.

$$\tilde{x} = \begin{pmatrix} \tilde{x}_1 \\ \vdots \\ \tilde{x}_n \end{pmatrix} \qquad \tilde{x}_k \text{ - max. složka v } |\cdot|, \quad \tilde{x}_k \neq 0$$

k-tá rovnice: $a_{k1}\tilde{x}_1 + a_{k2}\tilde{x}_2 + \dots a_{kk}\tilde{x}_k + \dots + a_{kn}\tilde{x}_n = 0$

$$a_{kk}\tilde{x}_k = -a_{k1}\tilde{x}_1 - \dots \cancel{} - \dots - a_{kn}\tilde{x}_n$$

$$|a_{kk}|\cdot|\tilde{x}_k| \leq |a_{k1}||\tilde{x}_1| + |a_{k2}||\tilde{x}_2| + \dots + \cancel{} + \dots + |a_{kn}||\tilde{x}_n| \leq |\tilde{x}_k| \cdot \sum_{i \neq k} |a_{ki}|$$

$$|a_{kk}| \leq \sum_{i \neq k} |a_{ki}| \text{ - spor s diag. dominancí.}$$

dub 26-10:01

$$Ay = b$$

$$\underbrace{L \cdot R \cdot x}_{y} = b$$

$$Ly = b$$

$$l_{11}\, y_1 \qquad = b_1 \Rightarrow y_1 = \frac{b_1}{l_{11}}$$

$$l_{21}\, y_1 + l_{22} y_2 = b_2 \Rightarrow y_2 = \dots$$

$$\vdots$$

$$y_n = \dots$$

$$Rx = y$$

poslední rovnice:

$$r_{nn} x_n = y_n \Rightarrow x_n = \frac{y_n}{r_{nn}}$$

$$r_{n-1,n-1} x_{n-1} + r_{n-1,n} x_n = y_{n-1} \Rightarrow x_{n-1} = \dots$$

dub 26-10:38

Př: $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot(-\tfrac{1}{2}) \sim \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -\frac{5}{2} \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot(-2) \sim \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -\frac{5}{2} \\ 0 & -7 & 4 \end{bmatrix} \cdot(-7) \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{43}{2} \end{bmatrix} = R$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 2 & 7 & 1 \end{bmatrix}$$

$$L \cdot R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ 2 & 7 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & -\frac{5}{2} \\ 0 & 0 & \frac{43}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} = A$$

$$b = \begin{bmatrix} -5 \\ -9 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$Ly = b \Rightarrow$ $y_1 = -5$

$\frac{1}{2} y_1 + y_2 = -9$

$y_2 = -9 + \frac{5}{2} = -\frac{13}{2}$

$2y_1 + 7y_2 + y_3 = 9, \quad y_3 = 9 + 10 + \frac{91}{2} = \frac{129}{2}$

$Rx = y$ $\quad \frac{43}{2} x_3 = \frac{129}{2} \Rightarrow x_3 = \underline{3}$

$-x_2 - \frac{5}{2} x_3 = -\frac{13}{2} \Rightarrow x_2 = \frac{13}{2} - \frac{15}{2} = \underline{-1}$

$2x_1 + 4x_2 - x_3 = -5 \Rightarrow x_1 = \frac{1}{2}(-5 + 4 + 3) = \underline{1}$

dub 26-10:41

Př: $A = \begin{bmatrix} 0{,}0001 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ zaokr. na 3 pl. cifry

- bez výběru pivota

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}0001 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot(-10^4) \sim \begin{bmatrix} 0{,}0001 & 1 \\ 0 & -10^4 + 1 \end{bmatrix} \doteq \begin{bmatrix} 0{,}0001 & 1 \\ 0 & -10^4 \end{bmatrix} = R$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 10^4 & 1 \end{bmatrix}, \quad L \cdot R = \begin{bmatrix} 0{,}0001 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- s výběrem pivota

$$A = \begin{bmatrix} 0{,}0001 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0{,}0001 & 1 \end{bmatrix} \cdot(-10^{-4}) \sim \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 - 10^{-4} \end{bmatrix} \doteq \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = R$$

pivot

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 10^{-4} & 1 \end{bmatrix} \qquad L \cdot R = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 10^{-4} & 1 + 10^{-4} \end{bmatrix} \doteq \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 10^{-4} & 1 \end{bmatrix} = P \cdot A \quad P = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

dub 26-11:06

Př: $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & 1 & -3 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & -3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix} \cdot(-\tfrac{1}{4})(-\tfrac{1}{2}) \sim \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & \frac{3}{4} & -\frac{7}{2} \\ 0 & \frac{7}{2} & -2 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & \frac{7}{2} & -2 \\ 0 & \frac{3}{4} & -\frac{7}{2} \end{bmatrix} \cdot(-\tfrac{3}{14})$

pivot pivot

pořadí řádků: $p = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow P = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$\sim \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & \frac{7}{2} & -2 \\ 0 & 0 & -\frac{43}{14} \end{bmatrix} = R$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & & 1 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{14} & 1 \end{bmatrix} = L$$

$$P \cdot A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & -1 \\ 1 & 1 & -3 \end{bmatrix} = L \cdot R$$

dub 26-11:15