Věta Buď A třídiag. matice.

$|a_{11}| > |a_{12}|$, $a_{k,k-1} \cdot a_{k,k+1} \neq 0$ pro $k = 2, \dots, n-1$

$|a_{nn}| > |a_{n,n-1}|$, $|a_{kk}| \geq |a_{k,k-1}| + |a_{k,k+1}|$ pro $k = 2, \dots, n-1$.

Pak všechny hl. minory A jsou nenulové a matice A se tedy dá rozložit jako součin dolní a horní trojúhel. matice.

Dk: Buď M_k hl. minor tvořený prvními k řádky a sloupci. Dokážeme, že $|M_{k+1}| > |a_{k+1,k+2}| \cdot |M_k| \ \forall k$. Pak zřejmě $\forall M_k \neq 0$, neboť $M_1 = a_{11} \neq 0$ a tedy indukcí dostáváme $|M_{k+1}| > 0 \ \forall k$.

$k=1$: $M_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$

$$|M_2| \geq |a_{11}| \cdot |a_{22}| - |a_{12}| \cdot |a_{21}| \geq |a_{11}| \cdot |a_{22}| - |a_{11}| \cdot |a_{21}| =$$

$$= |a_{11}| (|a_{22}| - |a_{21}|) = |M_1| (|a_{22}| - |a_{21}|) \geq |M_1| \cdot |a_{23}|$$

Nechť tvrzení platí pro $k-1$, tj. $|M_k| > |a_{k,k+1}|\,|M_{k-1}|$.

$$M_{k+1} = \begin{vmatrix} M_k & \begin{matrix} 0 \\ a_{k,k+1} \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & a_{k+1,k} \end{matrix} & a_{k+1,k+1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} M_{k-1} & \begin{matrix} 0 \\ a_{k-1,k} \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 0 & a_{k,k-1} \end{matrix} & a_{k,k} & a_{k,k+1} \\ 0 & a_{k+1,k} & a_{k+1,k+1} \end{vmatrix} = a_{k+1,k+1} M_k - a_{k+1,k} \cdot a_{k,k+1} M_{k-1}$$

$$|M_{k+1}| \geq |a_{k+1,k+1}| \cdot |M_k| - |a_{k+1,k}| \cdot \underbrace{|a_{k,k+1}| \cdot |M_{k-1}|}_{\leq |M_k|} > |M_k| \left(|a_{k+1,k+1}| - |a_{k+1,k}| \right) \geq$$

$$\geq |M_k| \cdot |a_{k+1,k+2}|$$

Pozn.: Tvrzení platí i pro poslední řádek matice A, pokud položím $a_{n,n+1} = 0$.