Cvičení 6 – příklady u tabule

Přehled vzorců pro náhodný výběr z alternativního rozložení

Nechť $X_1, \ldots, X_n$ je náhodný výběr z rozložení $A(\vartheta)$ a nechť je splněna podmínka $n\vartheta(1-\vartheta) > 9$.
Meze 100(1-α)% asymptotického empirického intervalu spolehlivosti pro parametr ϑ jsou:

$$d = m - \sqrt{\frac{m(1-m)}{n}}u_{1-\alpha/2},\; h = m + \sqrt{\frac{m(1-m)}{n}}u_{1-\alpha/2}.$$

Na asymptotické hladině významnosti α testujeme H_0: $\vartheta = c$ proti H_1: $\vartheta \neq c$ (resp. H_1: $\vartheta < c$ resp. H_1: $\vartheta > c$). Testová statistika $T_0 = \dfrac{M-c}{\sqrt{\dfrac{c(1-c)}{n}}} \approx N(0,1)$, když H_0 platí.

Kritický obor: $W = \left(-\infty, -u_{1-\alpha/2}\right\rangle \cup \left\langle u_{1-\alpha/2}, \infty\right)$ (resp. $W = \left(-\infty, -u_{1-\alpha}\right\rangle$ resp. $W = \left\langle u_{1-\alpha}, \infty\right)$).

Příklad 1.: (viz př. 6.4.5. ze skript) U elektrického spotřebiče jisté značky byl sledován počet reklamací během záruční doby. Z 500 prodaných spotřebičů jich bylo reklamováno 25. Najděte 95% asymptotický interval spolehlivosti pro pravděpodobnost jevu, že zakoupený spotřebič bude v záruční době reklamován.

Příklad 2.: (viz př. 6.4.8. ze skript) Při zavádění kabelové televize na jednom velkém sídlišti se předpokládá zájem 40 % domácností. Ze 70 náhodně vybraných domácností projevilo o kabelovou televizi zájem 25 domácností. Na 5% hladině významnosti ověřte hypotézu, že odchylka zjištěného zájmu od předpokládaného je způsobena jenom náhodnými vlivy.

Příklad 3.: (viz př. 6.4.10. ze skript) 100x nezávisle na sobě hodíme mincí. Jestliže 60x padl líc, můžeme minci považovat za homogenní? Hypotézu testujte na hladině významnosti 0,05.

Přehled vzorců pro dva nezávislé náhodné výběry z alternativních rozložení

Nechť $X_{11},\dots,X_{1n_1}$ je náhodný výběr z alternativního rozložení A(ϑ_1) a $X_{21},\dots,X_{2n_2}$ je na něm nezávislý náhodný výběr alternativního rozložení A(ϑ_2) a nechť jsou splněny podmínky $n_1\vartheta_1$ (1-ϑ_1) > 9 a $n_2\vartheta_2$ (1-ϑ_2) > 9.

Meze 100(1-α)% asymptotického empirického intervalu spolehlivosti pro $\vartheta_1-\vartheta_2$ jsou:

$$d = m_1 - m_2 - \sqrt{\frac{m_1(1-m_1)}{n_1}+\frac{m_2(1-m_2)}{n_2}}\,u_{1-\alpha/2},\ h = m_1 - m_2 + \sqrt{\frac{m_1(1-m_1)}{n_1}+\frac{m_2(1-m_2)}{n_2}}\,u_{1-\alpha/2}.$$

Na asymptotické hladině významnosti α testujeme H_0: $\vartheta_1-\vartheta_2$ = c proti H_1: $\vartheta_1-\vartheta_2 \neq$ c (resp. H_1: $\vartheta_1-\vartheta_2$ < c resp. H_1: $\vartheta_1-\vartheta_2$ > c).

Testová statistika: $T_0 = \dfrac{M_1 - M_2 - c}{\sqrt{\dfrac{M_1(1-M_1)}{n_1}+\dfrac{M_2(1-M_2)}{n_2}}} \approx N(0,1)$, když H_0 platí.

Kritický obor: $W = \left(-\infty, -u_{1-\alpha/2}\right\rangle \cup \left\langle u_{1-\alpha/2}, \infty\right)$ (resp. $W = \left(-\infty, -u_{1-\alpha}\right\rangle$ resp. $W = \left\langle u_{1-\alpha}, \infty\right)$).

Upozornění: Je-li c = 0, pak označme $M_* = \dfrac{n_1M_1 + n_2M_2}{n_1+n_2}$ vážený průměr výběrových průměrů. Jako testová statistika slouží $T_0 = \dfrac{M_1 - M_2}{\sqrt{M_*(1-M_*)\left(\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}\right)}}$.

Příklad 4.: (viz př. 7.3.3. a 7.3.4. ze skript) Při výstupní kontrole bylo náhodně vybráno 150 výrobků vyrobených na ranní směně a rovněž 150 výrobků vyrobených na odpolední směně. U ranní směny bylo zjištěno 16 zmetků a u odpolední 12 zmetků. Na asymptotické hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že pravděpodobnost vyrobení zmetků je v obou směnách stejná. Test proveďte a) pomocí kritického oboru, b) pomocí intervalu spolehlivosti, c) pomocí p-hodnoty.