Cvičení 9 – příklady u tabule

I. Test dobré shody

H_0: náhodný výběr $X_1, ..., X_n$ pochází z rozložení s distribuční funkcí $\Phi(x)$.

Testová statistika $K = \sum_{j=1}^{r} \frac{(n_j - np_j)^2}{np_j} \approx \chi^2(r\text{-}p\text{-}1)$, když H_0 platí.

Přitom:

p je počet odhadovaných parametrů daného rozložení,

n_j je absolutní četnost j-tého třídicího intervalu pro veličinu X resp. j-té varianty veličiny X,

np_j je teoretická četnost j-tého třídicího intervalu pro veličinu X resp. j-té varianty veličiny X.

Platí-li nulová hypotéza, pak $p_j = \Phi(u_{j+1}) - \Phi(u_j)$ resp. $p_j = \Phi(x_{[j]}) - \lim_{x \to x_{[j]}-} \Phi(x) = P(X = x_{[j]})$.

Kritický obor: $W = \langle \chi^2_{1-\alpha}(r - p - 1), \infty)$. Jestliže $K \in W$, H_0 zamítáme na asymptotické hladině významnosti α.

Aproximace se považuje za vyhovující, když $np_j \geq 5$, j = 1, ..., r.

Při nesplnění podmínky $np_j \geq 5$, j = 1, ..., r je třeba některé intervaly resp. varianty slučovat.

II. Jednoduchý test exponenciálního rozložení (Darlingův test)

H_0: náhodný výběr $X_1, ..., X_n$ pochází z exponenciálního rozložení.

Testová statistika $K = \frac{(n-1)S^2}{M^2} \approx \chi^2(n\text{-}1)$, když H_0 platí.

Přitom M je výběrový průměr a S^2 je výběrový rozptyl daného náhodného výběru.

Kritický obor: $W = \langle 0, \chi^2_{\alpha/2}(n-1) \rangle \cup \langle \chi^2_{1-\alpha/2}(n-1), \infty)$.

Jestliže $K \in W$, H_0 zamítáme na asymptotické hladině významnosti α.

III. Jednoduchý test Poissonova rozložení

H_0: náhodný výběr $X_1, ..., X_n$ pochází z Poissonova rozložení.

Testová statistika $K = \frac{(n-1)S^2}{M} \approx \chi^2(n\text{-}1)$, když H_0 platí.

Kritický obor: $W = \langle 0, \chi^2_{\alpha/2}(n-1) \rangle \cup \langle \chi^2_{1-\alpha/2}(n-1), \infty)$.

Jestliže $K \in W$, H_0 zamítáme na asymptotické hladině významnosti α.

Příklad 1.: (viz př. 10.5.3. ze skript) Při parlamentních volbách získaly 4 nejsilnější strany 30%, 20%, 15% a 10% hlasů, zbytek hlasů byl rozdělen mezi ostatní strany. Při volbách do obecního zastupitelstva v jedné obci získaly zmíněné strany (ve stejném pořadí) 1400, 900, 900 a 600 hlasů z 5000 odevzdaných hlasů. Na asymptotické hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že rozložení hlasů při parlamentních a místních volbách (v uvedené obci) je stejné.

Příklad 2.: (viz př. 10.5.4. ze skript) Z 300 výrobků je 160 první jakosti, 110 druhé, 20 třetí a 10 čtvrté. Dodavatel se zavázal dodat výrobky v tomto složení: 50 %, 35 %, 12 %, 3 %. Na asymptotické hladině významnosti 0,05 testujte hypotézu, že dodávka odpovídá kontraktu.

Příklad 3.: Za 2. světové války byl Londýn bombardován řízenými střelami. Jeho jižní část byla rozdělena na oblasti o ploše 0,25 km^2 a bylo zkoumáno, kolik řízených střel dopadlo na každou z těchto oblastí.

Počet střel	0	1	2	3	4 a víc
Počet oblastí	229	211	93	35	8

Na asymptotické hladině významnosti testujte hypotézu, že počet řízených střel, které dopadly na jednu oblast, se řídí Poissonovým rozložením. Úkol vyřešte
a) pomocí testu dobré shody,
b) pomocí jednoduchého testu Poissonova rozložení.

Příklad 4.: Bylo zkoumáno 43 automobilů téže značky a měřena vzdálenost (v tisících km), kterou ujely, než se vyskytla první vážná porucha:

5	48	7	30	15	18	7	1	15	90	25	17	32
32	27	19	16	74	9	8	11	12	21	8	9	58
14	24	12	1	5	13	69	23	4	10	3	2	83
6	10	5										

Pro úsporu času máte uveden průměr 20,2558 a rozptyl 506,4806. Na asymptotické hladině významnosti testujte pomocí Darlingova testu hypotézu, že vzdálenost do první vážné poruchy se řídí exponenciálním rozložením.