Cvičení 3

Přehled vzorců pro exponenciální rozložení

Hustota rozložení Ex(λ): $\varphi(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ pro $x > 0, = 0$ jinak

Kvantilová funkce: $\Phi^{-1}(\alpha) = -\frac{1}{\lambda}\ln(1-\alpha), \alpha \in (0,1)$

$\forall x > 0, \forall h > 0 : P(X > t + h / X > t) = P(X > h)$

Hustota rozložení Er(k,λ): $\varphi(x) = \frac{(\lambda x)^{k-1}}{(k-1)!}\lambda e^{-\lambda x}$ pro $x > 0, = 0$ jinak

Meze 100(1-α)% int. sp. pro E(X): $D = \frac{2nM}{\chi^2_{1-\alpha/2}(2n)}$, $H = \frac{2nM}{\chi^2_{\alpha/2}(2n)}$

Meze 100(1-α)% asymptotického int. sp. pro E(X): $D = M - \frac{M}{\sqrt{n}}u_{1-\alpha/2}$, $H = M + \frac{M}{\sqrt{n}}u_{1-\alpha/2}$

Příklad 1.: Doba do ukončení opravy v opravně obuvi je náhodná veličina, která se řídí exponenciálním rozložením se střední hodnotou 3 dny. Jaká je pravděpodobnost, že oprava bude ukončena do dvou dnů?
V MATLABu: p = expcdf(2,3)

Příklad 2.: Životnost žárovky má exponenciální rozložení se střední hodnotou 600 h. Jaká je pravděpodobnost, že žárovka bude svítit dalších aspoň 200 h, jestliže již svítila aspoň 800 h?
V MATLABu: p = 1- expcdf(5,2)

Příklad 3.: Doba (v hodinách), která uplyne mezi dvěma naléhavými příjmy v jisté nemocnici, se řídí exponenciálním rozložením se střední hodnotou 2 h. Jaká je pravděpodobnost, že uplyne více než 5 h bez naléhavého příjmu?

Příklad 4.: Zkoumá se funkce dvou nezávisle na sobě pracujících přístrojů. Doba bezporuchové funkce i-tého přístroje je náhodná veličina $X_i \sim Ex(\lambda_i)$, i = 1, 2. Jaká je pravděpodobnost, že za dobu $t_0 > 0$ a) ani jeden přístroj neselže, b) selže aspoň jeden přístroj?

Příklad 5.: Najděte 5. percentil náhodné veličiny X ~ Ex(0,1).
V MATLABu: K = expinv(0.05,10)

Příklad 6.: Jistý přístroj má poruchu v průměru jednou za 2000 hodin. Doba čekání na poruchu se řídí exponenciálním rozložením. Stanovte dobu t tak, aby pravděpodobnost, že přístroj bude pracovat po dobu delší než t, byla 0,99.
V MATLABu: t=expinv(0.01,2000)

Příklad 7.: Zákazník prochází třemi nezávislými stanicemi obsluhy, přičemž v každé z nich se doba obsluhy řídí exponenciálním rozložením se střední hodnotou 1 minuta. Jaká je pravděpodobnost, že celková doba obsluhy nepřesáhne 2 minuty?

Příklad 8.: V jisté prodejně potravin bylo na základě náhodného výběru 50 zákazníků zjištěno, že průměrná doba obsluhy u pokladny je 30 s. Předpokládejme, že doba obsluhy je náhodná veličina s exponenciálním rozložením. Najděte 95% empirický interval spolehlivosti pro střední hodnotu doby obsluhy.

Příklad 9.: Pro údaje z příkladu 8 spočtěte meze 95% asymptotického empirického intervalu spolehlivosti pro střední hodnotu doby obsluhy.

Cvičení 3

Přehled vzorců pro exponenciální rozložení

Hustota rozložení Ex(λ): $\varphi(x) = \lambda e^{-\lambda x}$ pro $x > 0, = 0$ jinak

Kvantilová funkce: $\Phi^{-1}(\alpha) = -\frac{1}{\lambda}\ln(1-\alpha), \alpha \in (0,1)$

$\forall x > 0, \forall h > 0 : P(X > t + h / X > t) = P(X > h)$

Hustota rozložení Er(k,λ): $\varphi(x) = \frac{(\lambda x)^{k-1}}{(k-1)!}\lambda e^{-\lambda x}$ pro $x > 0, = 0$ jinak

Meze 100(1-α)% int. sp. pro E(X): $D = \frac{2nM}{\chi^2_{1-\alpha/2}(2n)}$, $H = \frac{2nM}{\chi^2_{\alpha/2}(2n)}$

Meze 100(1-α)% asymptotického int. sp. pro E(X): $D = M - \frac{M}{\sqrt{n}}u_{1-\alpha/2}$, $H = M + \frac{M}{\sqrt{n}}u_{1-\alpha/2}$

Příklad 1.: Doba do ukončení opravy v opravně obuvi je náhodná veličina, která se řídí exponenciálním rozložením se střední hodnotou 3 dny. Jaká je pravděpodobnost, že oprava bude ukončena do dvou dnů?
V MATLABu: p = expcdf(2,3)

Příklad 2.: Životnost žárovky má exponenciální rozložení se střední hodnotou 600 h. Jaká je pravděpodobnost, že žárovka bude svítit dalších aspoň 200 h, jestliže již svítila aspoň 800 h?
V MATLABu: p = 1- expcdf(5,2)

Příklad 3.: Doba (v hodinách), která uplyne mezi dvěma naléhavými příjmy v jisté nemocnici, se řídí exponenciálním rozložením se střední hodnotou 2 h. Jaká je pravděpodobnost, že uplyne více než 5 h bez naléhavého příjmu?

Příklad 4.: Zkoumá se funkce dvou nezávisle na sobě pracujících přístrojů. Doba bezporuchové funkce i-tého přístroje je náhodná veličina $X_i \sim Ex(\lambda_i)$, i = 1, 2. Jaká je pravděpodobnost, že za dobu $t_0 > 0$ a) ani jeden přístroj neselže, b) selže aspoň jeden přístroj?

Příklad 5.: Najděte 5. percentil náhodné veličiny X ~ Ex(0,1).
V MATLABu: K = expinv(0.05,10)

Příklad 6.: Jistý přístroj má poruchu v průměru jednou za 2000 hodin. Doba čekání na poruchu se řídí exponenciálním rozložením. Stanovte dobu t tak, aby pravděpodobnost, že přístroj bude pracovat po dobu delší než t, byla 0,99.
V MATLABu: t=expinv(0.01,2000)

Příklad 7.: Zákazník prochází třemi nezávislými stanicemi obsluhy, přičemž v každé z nich se doba obsluhy řídí exponenciálním rozložením se střední hodnotou 1 minuta. Jaká je pravděpodobnost, že celková doba obsluhy nepřesáhne 2 minuty?

Příklad 8.: V jisté prodejně potravin bylo na základě náhodného výběru 50 zákazníků zjištěno, že průměrná doba obsluhy u pokladny je 30 s. Předpokládejme, že doba obsluhy je náhodná veličina s exponenciálním rozložením. Najděte 95% empirický interval spolehlivosti pro střední hodnotu doby obsluhy.

Příklad 9.: Pro údaje z příkladu 8 spočtěte meze 95% asymptotického empirického intervalu spolehlivosti pro střední hodnotu doby obsluhy.