Přednáška 10

Dodatek: Je-li pole extremál globální, tj. $P = [a,b] \times \mathbb{R}$ a platí

$$E(x, v, \psi(x,v), s) \geq 0$$

pro všechna $(x, v, s) \in [a,b] \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, potom je extremála u_0 globálním silným minimizérem v $\mathcal{C}$.

Příklad 1 Geodetiky v rovině. Pro funkcionál

$$\Phi(u) = \int_a^b \sqrt{1+u'^2}\,dx$$

s okrajovou podmínkou $u(a) = A$, $u(b) = B$, je extremála

$$u_0(x) = (B-A)\frac{x-a}{b-a} + A$$

Tu lze zasadit do pole extremál

$$u(x,\alpha) = (B-A)\frac{x-a}{b-a} + A + \alpha .$$

$\frac{\partial u}{\partial \alpha} = 1 > 0$. To je globální pole extremál.

Protože $f_{ss}(x,u,s) > 0$

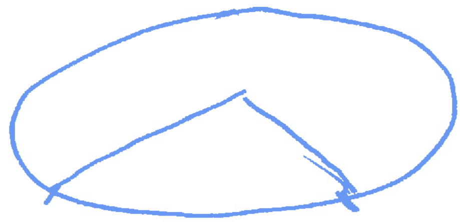
pro všechna x, u, s je extremála u_0 silným globálním ~~ost.~~ minimizérem.

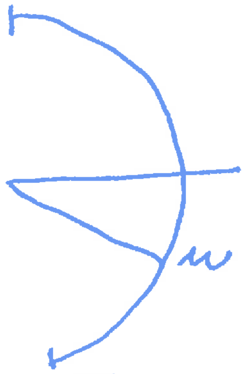
Příklad 2 Geodetiky na sféře

$$\Phi(u) = \int_a^b \sqrt{1 + \cancel{\ } \sin^2 x \; u'^2}\, dx$$

$$u(a) = 0 = u(b)$$

$$0 \le a < b \le \frac{\pi}{2} \qquad -\frac{\pi}{2} \le u \le \frac{\pi}{2}$$





Extremála je $u_0(x) = 0$. Pole extremál je

$$u(x, \alpha) = \alpha \qquad \frac{\partial u}{\partial \alpha} = 1.$$

$P = [a,b] \times [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ je globální.

$$f_{ss}(x, u, s) \ge 0.$$