Domácí úkol z 22. února 2018
(odevzdává se 1. března 2018)

1. Nechť K je těleso a R jeho podokruh takový, že pro každé $\alpha \in K$, $\alpha \neq 0$ platí $\{\alpha, \alpha^{-1}\} \cap R \neq \emptyset$. Dokažte, že okruh R je celouzavřený v K.

2. Nechť K je těleso a I neprázdná množina indexů taková, že pro každé $i \in I$ je dán podokruh R_i tělesa K, který je v tělese K celouzavřený. Dokažte, že průnik $\bigcap_{i \in I} R_i$ je celouzavřený v K.

3. Nalezněte celý uzávěr okruhu $\mathbb{Z}$ v tělese $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$.

Poznámka. Promyslete si, jak pomocí výše uvedených tvrzení 1 a 2 snadno dokážete, že okruh $\mathbb{Z}$ je celouzavřený: stačí v $\mathbb{Q}$ pro každé prvočíslo p uvážit podokruh R_p všech těch racionálních čísel, jejichž jmenovatel v nezkratitelném tvaru není dělitelný p.