Jednoduchá lineární regrese – vzorový příklad

U 51 mladých zdravých žen (převážně studentek z Brna) byla – mimo jiné – zjištěna tělesná hmotnost (proměnná body.W, v kg) a tloušťka kožní řasy na boku (proměnná hip.F, v mm). Data jsou uložena v souboru fat.txt. Úkolem bude modelování závislosti tělesné hmotnosti na tloušťce kožní řasy na boku.

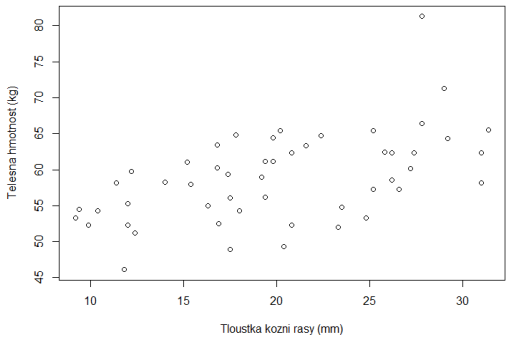
Načtení dat a výpočet číselných charakteristik:

```
fat <- read.table("DATA/fat.txt",header=T)
summary(fat)
```

```
     body.W          hip.F      
 Min.   :46.10   Min.   : 9.20  
 1st Qu.:54.40   1st Qu.:15.85  
 Median :58.60   Median :19.80  
 Mean   :58.90   Mean   :20.05  
 3rd Qu.:62.35   3rd Qu.:25.50  
 Max.   :81.30   Max.   :31.40  
```

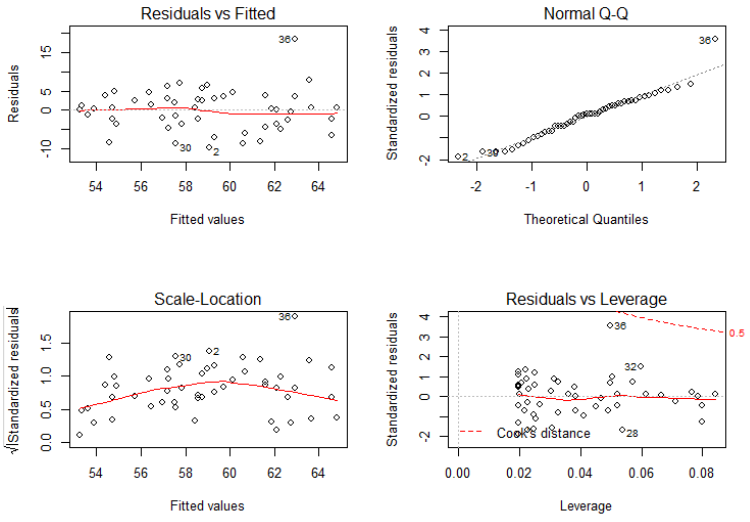
Dvourozměrný tečkový diagram závislosti hmotnosti na tloušťce kožní řasy na boku:

```
plot(fat$hip.F, fat$body.W, xlab='Tloustka kozni rasy (mm)',
ylab='Telesna hmotnost (kg)')
```



Sestavíme model regresní přímky a pomocí analýzy reziduí ověříme předpoklady modelu:

```
m.weight <- lm(body.W ~ hip.F, data=fat)
par(mfrow=c(2,2))
plot(m.weight)
```



První graf ukazuje střední hodnotu reziduí - pokud je náš model pro data vhodný, bude na prvním grafu červená čára (přibližně) vodorovná kolem 0. Druhý graf je kvantil-kvantilový graf reziduí, pomocí nějž zhodnotíme předpoklad normality. Třetím grafem hodnotíme rozptyl reziduí, pokud je křivka přibližně horizontální a rezidua jsou kolem rozmístěna rovnoměrně, považujeme předpoklad za splněný. Čtvrtý graf slouží k detekci vlivných pozorování.
Předpoklad normality reziduí můžeme dále posoudit Shapirovým-Wilkovým testem, nulovost střední hodnoty pomocí t-testu a nezávislost reziduí pomocí Durbinova-Watsonova testu (v R je třeba načíst knihovnu car).

```
shapiro.test(m.weight$residuals)
```
Shapiro-Wilk normality test
data: m.weight$residuals
W = 0.95788, p-value = 0.06777

Shapirův-Wilkuv test nabývá hodnoty ..... s p-hodnotou ....., v kvantil-kvantilovém grafu jsou rezidua ....., předpoklad normality tedy považujeme za .....

```
t.test(m.weight$residuals)
```
One Sample t-test
data: m.weight$residuals
t = 2.672e-16, df = 50, p-value = 1
alternative hypothesis: true mean is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -1.472026 1.472026
sample estimates:
mean of x
1.958239e-16

Hypotézu o nulové střední hodnotě reziduí ....., protože t-test nabývá hodnoty ..... s p-hodnotou ....., z grafického posouzení také nevidíme problém.

```
library(car)
durbinWatsonTest(m.weight)
```
 lag Autocorrelation D-W Statistic p-value
   1   0.09560068   1.75842   0.388
 Alternative hypothesis: rho != 0

Durbin-Watsonuv test nabývá hodnoty ..... s p-hodnotou ....., tedy ..... nezávislost reziduí.

Předpoklad rovnosti rozptylů se na základe grafického posouzení (viz 3. graf) zdá mírně porušen, nicméně porušení není závažné. Sestavený model tedy budeme považovat za vhodný.
Podívejme se na podrobné informace o modelu.

`summary(m.weight)`

```
Call:
lm(formula = body.W ~ hip.F, data = fat)
Residuals:
   Min     1Q Median     3Q    Max
-9.781 -3.518  0.502  3.278 18.359

Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  48.4393     2.4867  19.479  < 2e-16 ***
hip.F         0.5217     0.1184   4.406 5.72e-05 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 5.287 on 49 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.2838, Adjusted R-squared:  0.2692
F-statistic: 19.42 on 1 and 49 DF,  p-value: 5.717e-05
```

MNČ odhady koeficientu a jejich interpretace:
β_0 = ...
β_1 = ...
Odhad rozptylu:
s^2 = ...

Index determinace (někdy nazýván koeficient determinace a značen R^2 místo ID^2) a jeho interpretace:
ID^2 = ...
Celkový F-test na hladině významnosti 0:05:
F = ...
p-hodnota = ...
závěr .....
Dílčí t-testy
β_0
• hodnota testovací statistiky .....
• p-hodnota .....
• závěr .....
β_1
• hodnota testovací statistiky .....
• p-hodnota .....
• závěr .....

Intervaly spolehlivosti pro regresní koeficienty:

`confint(m.weight)`

```
                2.5 %     97.5 %
(Intercept) 43.4420015 53.4365956
hip.F        0.2837486  0.7595599
```

Interval spolehlivosti pro β_0: .....
Interval spolehlivosti pro β_1: .....

Výpočet střední absolutní procentuální chyby predikce:

```
100 * mean(abs(m.weight$residuals/fat$body.W))
```

[1] 6.851992

MAPE = …….

Vypočtěte odhad tělesné hmotnosti jedince, pokud jste mu naměřili kožní rasu tloušťky 20mm.

```
predict(m.weight, newdata=data.frame(hip.F=20))
```

58.87238

Odhadnutá hodnota ……..

Na závěr vykreslíme regresní přímku společně s pásem spolehlivosti a predikčním pásem.

```
xx <- seq(min(fat$hip.F), max(fat$hip.F), length=300)
interval.spol <-
predict(m.weight,newdata=data.frame(hip.F=xx),interval='confidence')
pred.interval <-
predict(m.weight,newdata=data.frame(hip.F=xx),interval='predict')
plot(fat$hip.F, fat$body.W, xlab='Tloustka kozni rasy (mm)', ylab='Telesna
hmotnost (kg)')
lines(xx,interval.spol[,1],col='red')
lines(xx,interval.spol[,2], col='red', lty=2)
lines(xx,interval.spol[,3], col='red', lty=2)
lines(xx,pred.interval[,2], col='blue', lty=2)
lines(xx,pred.interval[,3], col='blue', lty=2)
legend("topleft",c('model','IS','pred. int.'), lty=c(1,2,2),
col=c('red', 'red', 'blue'))
```