Státnicové otázky – Finanční matematika

1. ***Základy matematiky***

a. Teorie pravděpodobnosti: *Diskrétní náhodné veličiny a jejich charakteristiky, generující funkce a jejich aplikace, spojité náhodné veličiny, sdružené a marginální pravděpodobnostní hustoty, normální rozdělení a jeho vlastnosti, charakteristická funkce a její použití.*

b. Diferenciální rovnice: *Metody řešení obyčejných diferenciálních rovnic, počáteční a okrajové úlohy, parciální diferenciální rovnice 1.řádu, parciální diferenciální rovnice druhého řádu a jejich klasifikace, rovnice difúze, Fourierova metoda řešení.*

c. Spektrální analýza: *L2 teorie, obecná Fourierova řada a podmínky pro její konvergenci, úplné ortonormální systémy a příklady takových systémů, Parsevalova rovnost, Fourierova transformace a její základní vlastnosti, věta o inverzní transformaci.*

d. Funkcionální analýza: *Metrický prostor, definice a příklady, podmnožiny metrického prostoru a klasifikace bodů, konvergence, úplnost a kompaktnost, lineární prostory, normované prostory, Hilbertovy prostor a jejich příklady, Besselova nerovnost, Rieszova-Fischerova věta.*

2. ***Stochastické metody***

a. Diskrétní stochastické procesy: *Náhodná procházka, základní techniky počítání s náhodnou procházkou, princip reflexe, Markovova vlastnost, Pólyova věta, zákony arcsinu, diskrétní martingaly a filtrace, martingalová transformace.*

b. Wienerův proces a stochastický integrál: *Charakteristická funkce náhodné veličiny, Cieselskiho konstrukce Wienerova procesu, Brownův pohyb s driftem, Lineární a kvadratická variace, Stochastický integrál, Itoova a Stratonovičova definice, spojité martingaly a filtrace, Itoovy procesy, Itoovo lemma, řešení jednoduchých stochastických integrálních rovnic.*

c. Stochastická analýza: *Věta o martingalové reprezentaci, Radon-Nikodýmova věta a věrohodnostní poměr, ekvivalentní martingalové míry, Cameron-Martinova věta, Girsanovova věta, souvistost řešení parabolických parciálních diferenciálních rovnic a očekávané hodnoty Itoova procesu, Feynman-Kacova věta, Fokker-Planckův vzorec.*

d. Analýza časových řad: *Stacionární procesy, autokovarianční funkce a její vlastnosti, derivace a integrál náhodného procesu, spektrální rozklad autokovariančních funkcí stacionárních procesů, odhady středních hodnot a autokovariancí stacionárních náhodných procesů, regresní modely globálního a lokálního trendu, spektrální analýza jednorozměrných stacionárních náhodných procesů.*

3. ***Matematické modely ve financích***

a. Analýza portfolia: *Metody analýzy portfolia, Markowitzův model, Arbitrážní oceňovací teorie, model CAPM, metody technické a fundamentální analýzy.*

b. Diskrétní modely: *Arbitráž, evropské a americké opce, jednokrokové a vícekrokové diskrétní modely, binomický model, limitní přechod ke spojitému modelu, základní věta arbitrážní teorie, úplnost trhu a jeho charakterizace, neúplné trhy.*

c. Spojité modely: *Odvození Blackovy-Scholesovy parciální diferenciální rovnice a její řešení, odvození Blackova-Scholesova vzorce pomocí základní věty arbitrážní teorie, jištění, delta hedging, analýza citlivosti Black-Scholesova modelu (greeks).*

d. Finanční deriváty: *Základní vlastnosti a použití opcí, pákový efekt, put-call parita, typy opčních strategií a jejich použití, odhady volatility a implikovaná volatilita, forwardy, futures a swapy, jejich vlastnosti a použití, opce závislé na cestě, oceňování exotických derivátů*

e. Teorie her: *Statické hry, normální tvar, dominované strategie, Nashova rovnováha, pravděpodobnostní rozšíření a Nashova věta, dynamické hry, zpětná indukce, opakované hry, příklady aplikací v ekonomii, modely duopolu.*

f. Úrokové míry: *Okamžitá a forwardová úroková míra, odhad forwardové úrokové míry z cen dluhopisů, modely struktury úrokových měr, analýza dluhopisů, deriváty úrokových měr a modely pro jejich oceňování, Vašíčkův model, CIR model.*