

Bi7491 Regresní modelování

Lineární regresní model I

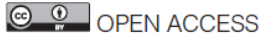
Definice a zadání

Co byste po dnešní hodině měli vědět a umět?

- ➔ Vědět, jak se definuje lineární regresní model
- ➔ Vysvětlit předpoklady regresních modelů
- ➔ Umět použít v lineárním regresním modelu různé typy prediktorů
- ➔ Vědět, co je multikolinearita, jak ji zjistit a jak se s ní vypořádat

Lineární regresní model I

Definice lineárního regresního modelu



OPEN ACCESS

Vitamin D supplementation to prevent acute respiratory tract infections: systematic review and meta-analysis of individual participant data

Adrian R Martineau,^{1,2} David A Jolliffe,¹ Richard L Hooper,¹ Lauren Greenberg,¹ John F Aloia,³ Peter Bergman,⁴ Gal Dubnov-Raz,⁵ Susanna Esposito,⁶ Davaasambu Ganmaa,⁷ Adit A Ginde,⁸ Emma C Goodall,⁹ Cameron C Grant,¹⁰ Christopher J Griffiths,^{1,2,11} Wim Janssens,¹² Ilkka Laaksi,¹³ Semira Manaseki-Holland,¹⁴ David Mauger,¹⁵ David R Murdoch,¹⁶ Rachel Neale,¹⁷ Judy R Rees,¹⁸ Steve Simpson,¹⁹ Iwona Stelmach,²⁰ Geeta Trilok Kumar,²¹ Mitsuyoshi Urashima,²² Carlos A Camargo Jr²³

WHAT IS ALREADY KNOWN ON THIS TOPIC

Randomised controlled trials of vitamin D supplementation for the prevention of acute respiratory tract infection have yielded conflicting results

Individual participant data (IPD) meta-analysis has the potential to identify factors that may explain this heterogeneity, but this has not previously been performed

WHAT THIS STUDY ADDS

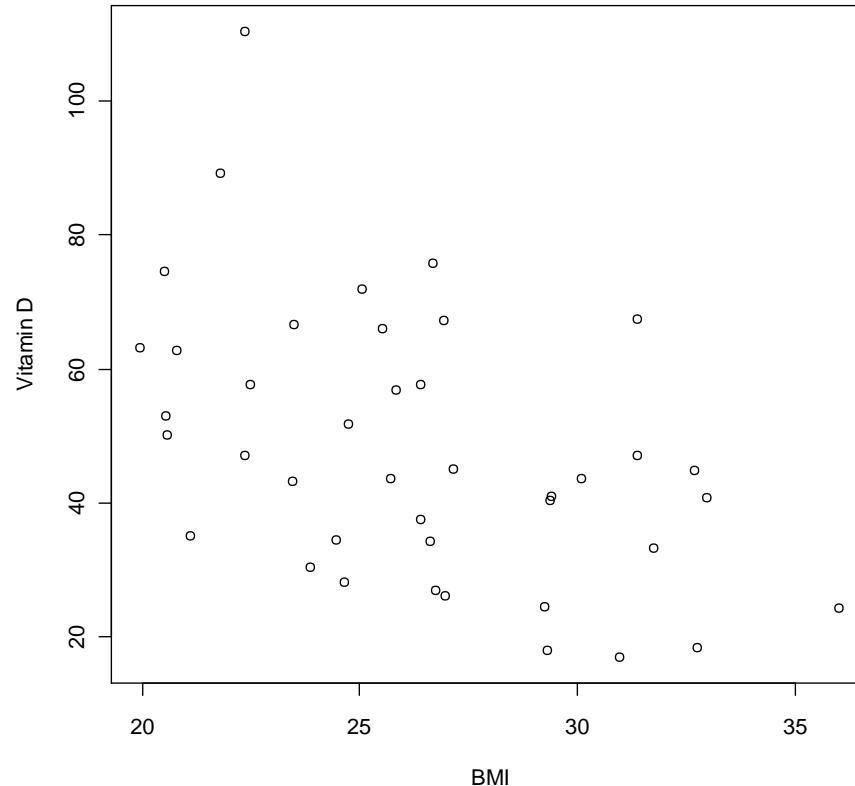
Meta-analysis of IPD from 10 933 participants in 25 randomised controlled trials showed an overall protective effect of vitamin D supplementation against acute respiratory tract infection (number needed to treat (NNT)=33)

Benefit was greater in those receiving daily or weekly vitamin D without additional bolus doses (NNT=20), and the protective effects against acute respiratory tract infection in this group were strongest in those with profound vitamin D deficiency at baseline (NNT=4)

These findings support the introduction of public health measures such as food fortification to improve vitamin D status, particularly in settings where profound vitamin D deficiency is common

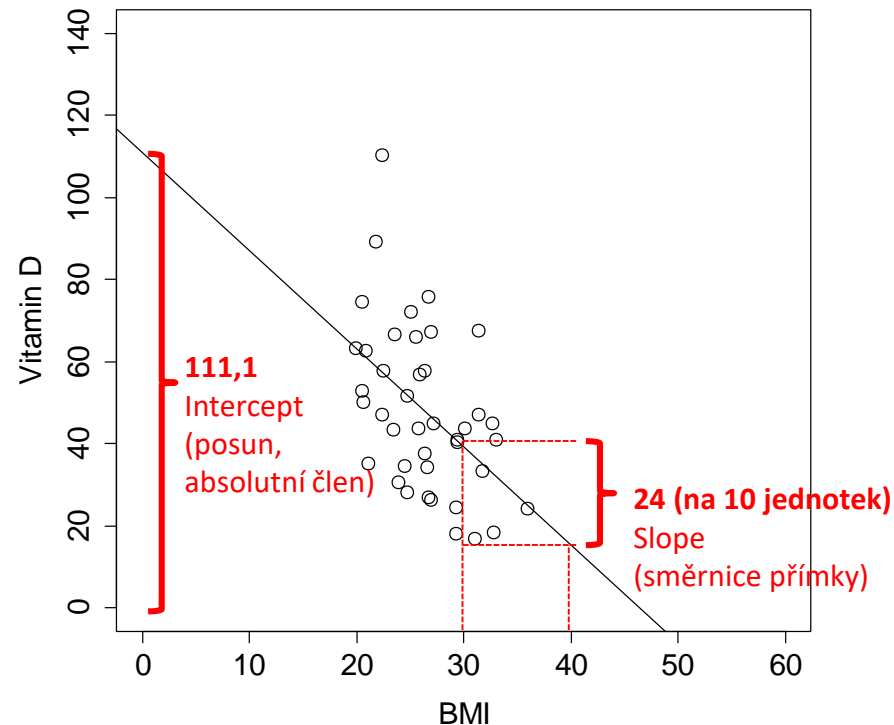
the **bmj** | *BMJ* 2017;356:i6583 | doi: 10.1136/bmj.i6583

Jak popsat vztah mezi dvěma kvantitativními proměnnými?



intuitivně jsme schopni nakreslit přímku vedoucí mezi pozorováními...

Jak popsat vztah mezi dvěma kvantitativními proměnnými?



Metoda nejmenších čtverců – minimalizuje vzdálenosti přímky od bodů

$$\text{koncentrace vitamínu D} = 111,1 - 2,4\text{BMI}$$

Model s jednou spojitou proměnnou

absolutní člen, posun

směrnice (sklon) regresní přímky

$$Y_i \approx \beta_0 + \beta_1 x_i$$

$i = 1, \dots, n$

proč tady není \equiv ??

počet pozorování

Lineární regresní model

Stochastická složka

Rezidua

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$
$$i = 1, \dots, n$$

Pro rezidua musí platit:

1. jsou **nesystematické** $E\varepsilon_i = 0$
2. jsou **homogenní v rozptylu** $D\varepsilon_i = \sigma^2 > 0$
3. jsou **nekorelované** $C(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, i \neq j$

Vícenásobná (víceprediktorová) regrese

Ize zapojit více vysvětlujících proměnných

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i$$

$$i = 1, \dots, n$$

Ize zapsat jako vztah pro střední hodnotu (a vynechat rezidua)

$$EY_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip}$$

$$i = 1, \dots, n$$

kde β_j jsou neznámé **parametry** ($j = 0, \dots, p$)

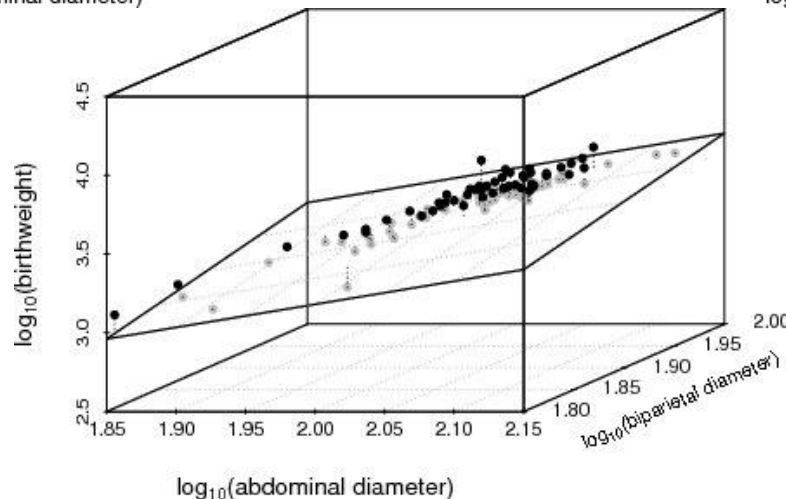
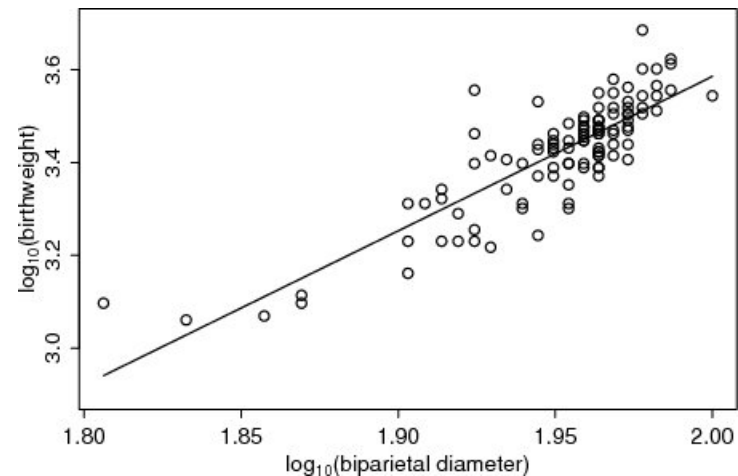
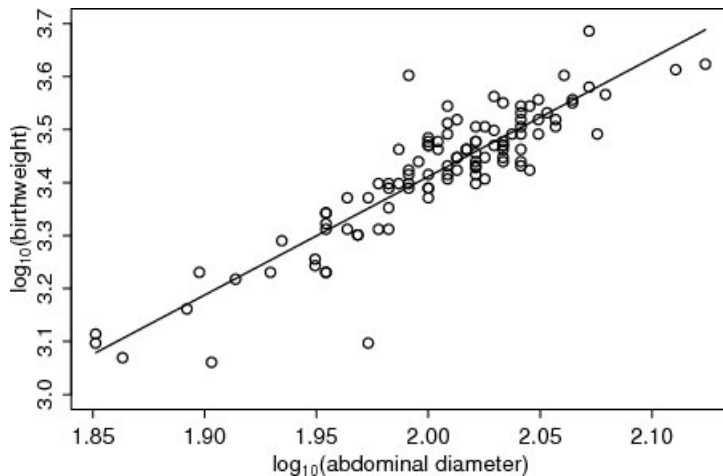
počet **prediktorů** je p

počet **parametrů** je $p+1=k$

počet **pozorování** je n .

Víceprediktorová regrese

Model pro predikci porodní hmotnosti dle UZ markerů



Rozepsané...

jednotlivá
pozorování

$$EY_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{11} + \dots + \beta_p x_{1p}$$

$$EY_2 = \beta_0 + \beta_1 x_{21} + \dots + \beta_p x_{2p}$$

⋮

$$EY_n = \beta_0 + \beta_1 x_{n1} + \dots + \beta_p x_{np}$$

Maticový zápis

$$\begin{array}{c} \text{závisle} \\ \text{proměnná} \\ \left(\begin{array}{c} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{array} \right) \\ \text{systematická} \\ \text{složka} \\ \left(\begin{array}{cccc} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{array} \right) \\ \text{matice plánu} \\ \left(\begin{array}{c} \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_p \end{array} \right) \\ \text{regresní} \\ \text{koeficienty} \\ \text{náhodná} \\ \text{složka} \\ + \left(\begin{array}{c} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{array} \right) \end{array}$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

Normální lineární regresní model

- Náhodná složka modelu je reprezentována náhodnými chybami ε_i
Rozdělení těchto náhodných veličin ε_i je **normální**
- Rozptyl je všude stejný, pozorování jsou nezávislá

$$Y_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j X_{ij} + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n$$

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

- předpokladem sestavení statistik pro testy v tomto modelu

Odhad neznámých parametrů

Parametry β

- Odhad metodou nejmenších čtverců

$$\hat{\beta}_{\text{OLS}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

- nejlepší, nestranný, lineární odhad β (BLUE)
- lze ukázat, že rozptyl tohoto odhadu je

$$D\hat{\beta}_{\text{OLS}} = \sigma^2 (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$$

Odhad neznámých parametrů

Reziduální součet čtverců

$$\begin{aligned} S_e &= (\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS})'(\mathbf{Y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS}) \\ &= (\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}})'(\mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}}) \\ &= (Y_1 - \hat{Y}_1)^2 + \dots + (Y_n - \hat{Y}_n)^2 \end{aligned}$$



Ize ukázat

$$S_e = \mathbf{Y}'\mathbf{Y} - \boldsymbol{\beta}'_{OLS}\mathbf{X}'\mathbf{Y}$$

Odhad neznámých parametrů

Rozptyl σ^2

$$s^2 = \frac{S_e}{n - k}$$

reziduální součet čtverců

stupně volnosti modelu

Statistické testy v lineárním regresním modelu

- **Testování lineární kombinace parametrů**

- Hypotéza: $H_0: \mathbf{c}'\boldsymbol{\beta} = x$ $x \dots$ konstanta
 $H_1: \mathbf{c}'\boldsymbol{\beta} \neq x$

- Testová statistika:

$$T = \frac{\mathbf{c}'\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\text{OLS}} - \mathbf{c}'\boldsymbol{\beta}}{s\sqrt{\mathbf{c}'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{c}}} \sim t(n - k)$$

- Důkaz viz předmět Lineární statistické modely
- Speciálním případem je klasický t-test

Statistické testy v lineárním regresním modelu

- Testování více parametrů zároveň
- Předpokládá blokové označení parametrů:

$$\boldsymbol{\beta} = (\underbrace{\beta_1, \dots, \beta_m}_{\boldsymbol{\beta}'_1}, \underbrace{\beta_{m+1}, \dots, \beta_k}_{\boldsymbol{\beta}'_2})'$$

- Obdobně i pro odhad

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\beta}_1 \\ \boldsymbol{\beta}_2 \end{pmatrix} \quad \hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS} = \begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS,1} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS,2} \end{pmatrix} \quad (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{pmatrix}$$

Statistické testy v lineárním regresním modelu

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\beta}_1 \\ \boldsymbol{\beta}_2 \end{pmatrix} \quad \hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS} = \begin{pmatrix} \hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS,1} \\ \hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS,2} \end{pmatrix} \quad (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{pmatrix}$$

- Hypotéza $H_0: \boldsymbol{\beta}_2 = \mathbf{x}$ \mathbf{x} ... konstantní vektor
 $H_1: \boldsymbol{\beta}_2 \neq \mathbf{x}$
- Statistikou je

$$F = \frac{1}{s^2(k-m)} (\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS,2} - \boldsymbol{\beta}_2)' \mathbf{V}_{22}^{-1} (\hat{\boldsymbol{\beta}}_{OLS,2} - \boldsymbol{\beta}_2) \sim F(k-m, n-k)$$

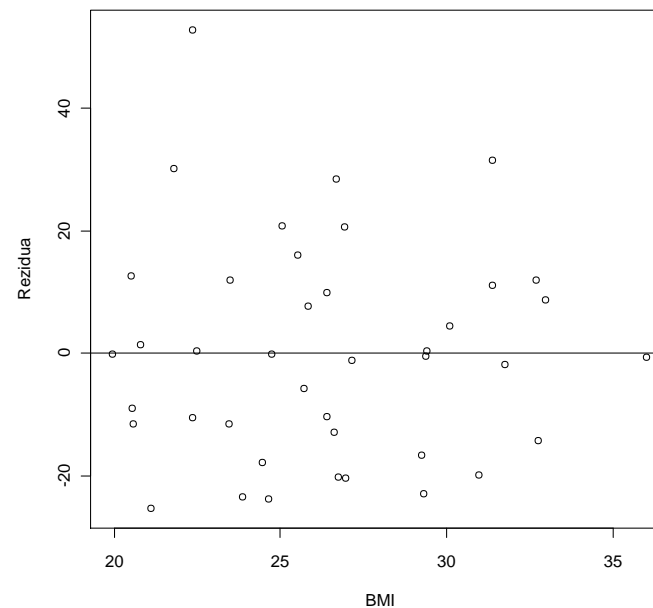
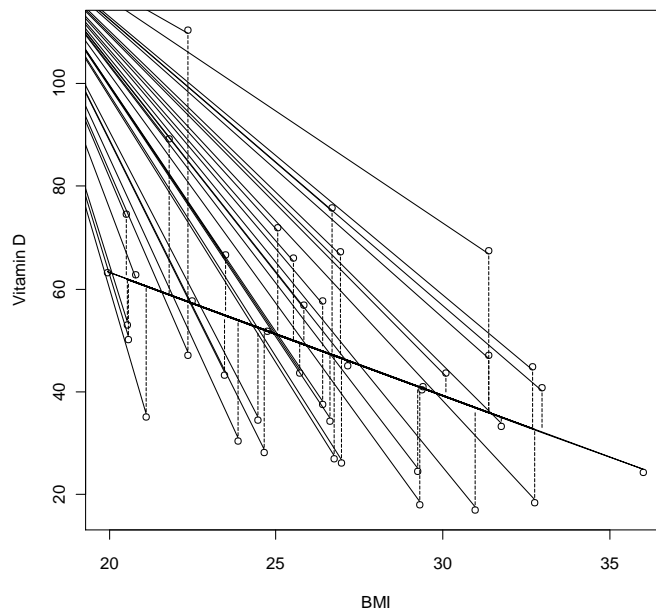
- Důkaz viz předmět Lineární statistické modely
- Speciálním případem je klasická analýza rozptylu

Analýza reziduí

- V lineárním modelu jsou rezidua rozdíly mezi pozorovanými a odhadnutými (očekávanými) hodnotami závisle proměnné:

$$\mathbf{r} = \hat{\boldsymbol{\varepsilon}} = \mathbf{Y} - \hat{\mathbf{Y}}$$

- Hodnocení reziduí je nesmírně důležité pro posouzení splnění předpokladů modelu



Koeficient determinace

Celková variabilita výsledku:

$$S_T = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$$

Reziduální součet čtverců:

$$S_e = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

Nevyčerpaná variabilita

Koeficient determinace = vyčerpaná variabilita výsledku modelem

$$R^2 = 1 - \frac{S_e}{S_T}$$

Lineární regresní model I

Prediktory různých datových typů

Matice plánu

- představuje matici nezávislých proměnných - prediktorů

$$\begin{array}{ccc} \text{závisle} & \text{systematická} & \text{náhodná} \\ \text{proměnná} & \text{složka} & \text{složka} \\ \left. \begin{array}{c} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{array} \right\} & = & \left(\begin{array}{ccc} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & \cdots & x_{np} \end{array} \right) \begin{array}{c} \beta_0 \\ \vdots \\ \beta_p \end{array} + \begin{array}{c} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{array} \end{array}$$

matice plánu

$$EY_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{11} + \dots + \beta_p x_{1p}$$

$$EY_2 = \beta_0 + \beta_1 x_{21} + \dots + \beta_p x_{2p}$$

⋮

$$EY_n = \beta_0 + \beta_1 x_{n1} + \dots + \beta_p x_{np}$$

Matice plánu

- představuje matici nezávislých proměnných – prediktorů
- promítají se do ní
 - konstanta – absolutní člen
 - spojité proměnné
 - kategoriální proměnné

Konstanta – absolutní člen

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \beta_0 + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

$$EY_1 = \beta_0$$

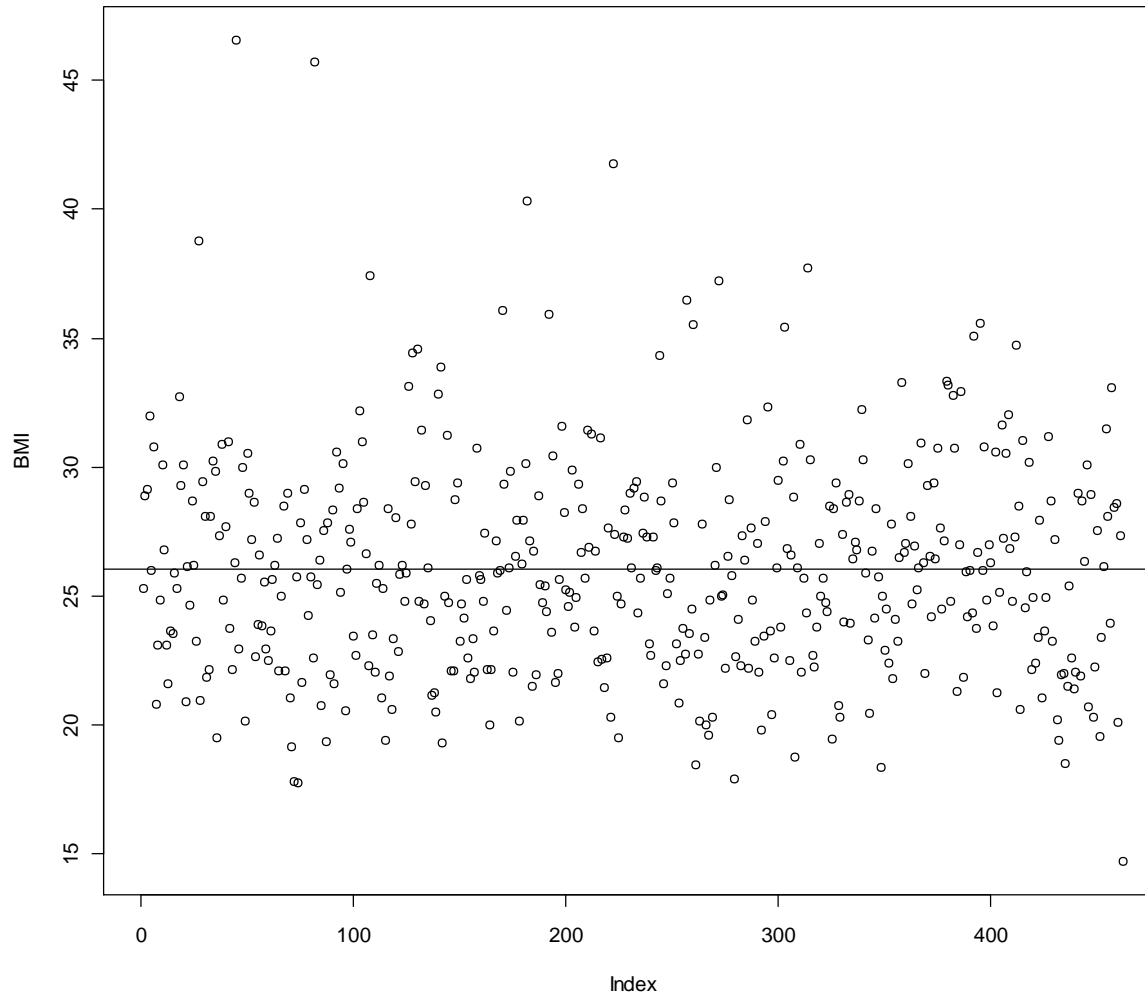
$$EY_2 = \beta_0$$

$$\vdots$$

$$EY_n = \beta_0$$

- Předpokládáme stejnou střední hodnotu pro celý soubor – odhadli jsme výběrový průměr
- Sloupec jedniček budeme v matici plánu uvažovat téměř vždy

Konstanta – absolutní člen



Spojité prediktory

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

$$EY_1 = \beta_0 + \beta_1 x_1$$

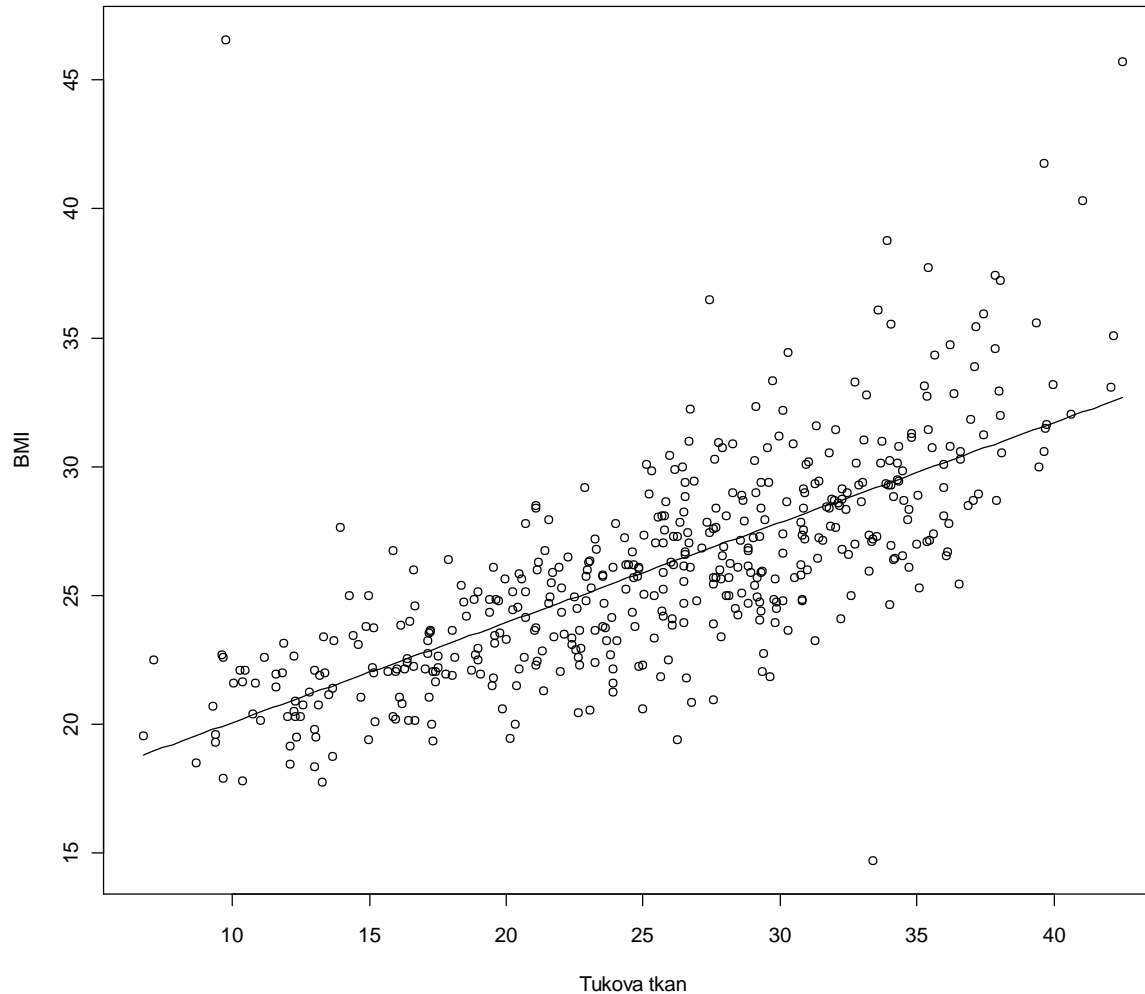
$$EY_2 = \beta_0 + \beta_1 x_2$$

$$\vdots$$

$$EY_n = \beta_0 + \beta_1 x_n$$

- Střední hodnota se lineárně mění v závislosti na prediktoru

Spojité prediktory



Spojité prediktory – jak na polynom?

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

$$EY_1 = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_1^2$$

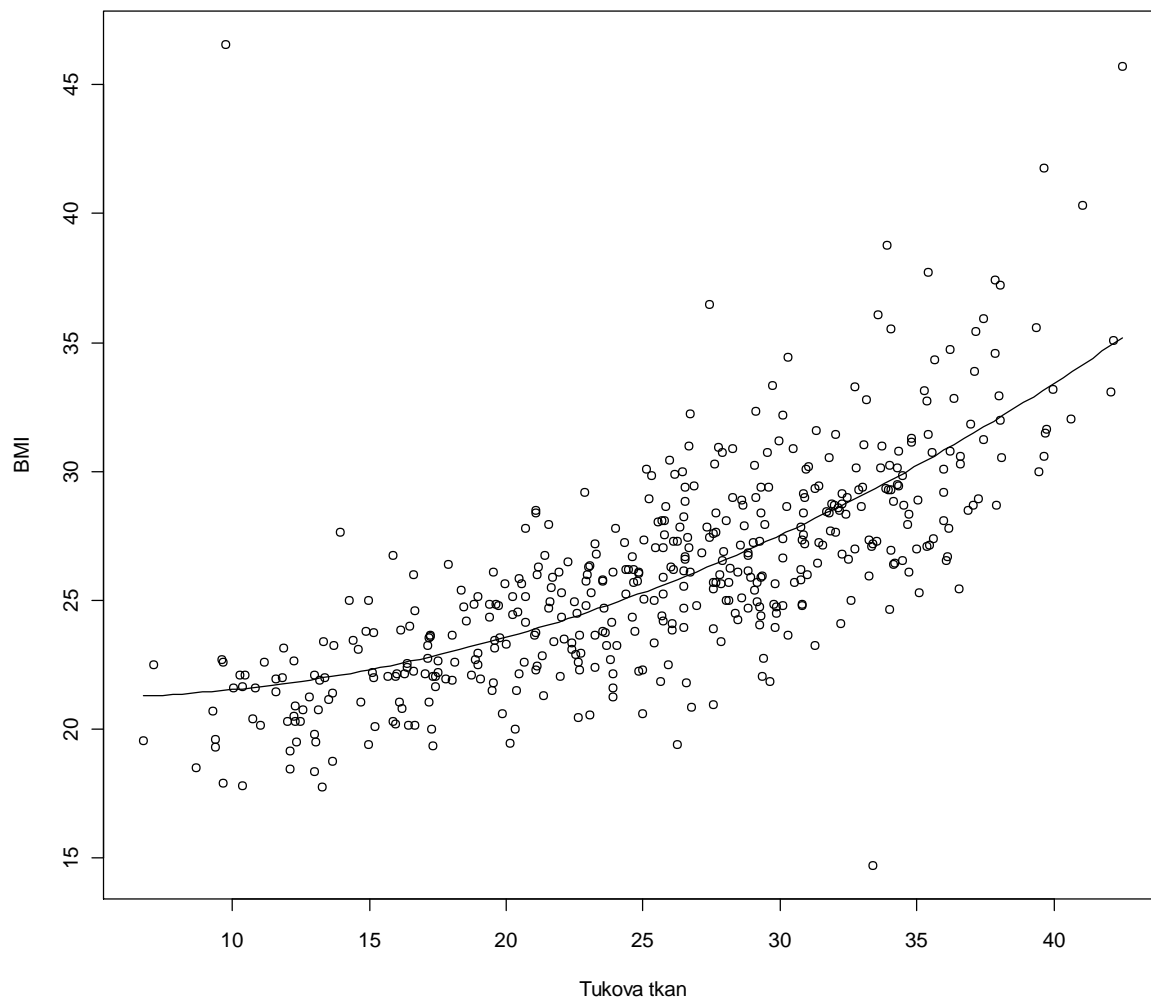
$$EY_2 = \beta_0 + \beta_1 x_2 + \beta_2 x_2^2$$

$$\vdots$$

$$EY_n = \beta_0 + \beta_1 x_n + \beta_2 x_n^2$$

- Předpokládáme, že očekávaná hodnota opisuje parabolu
- Lze přidat flexibilitu přidáním další mocniny
- Pozor na multikolineritu a „znesmyslnění“ koeficientů
- NAJEDNOU UŽ LINEÁRNÍ MODELY NEJSOU TAK DOCELA LINEÁRNÍ
- Stále však musí platit, že lineární prediktor je lineární kombinací parametrů modelu

Spojité prediktory – jak na polynom?



Kategoriální prediktory

- Většinou nelze uvažovat jako kvantitativní
 - to by předpokládalo linearitu a stejné rozdíly mezi následujícími skupinami
- Je potřeba vytvořit tzv. dummy proměnné
- Vždy vytváříme o jednu proměnnou méně, než je hodnot kategoriálního prediktoru

Kategoriální prediktory

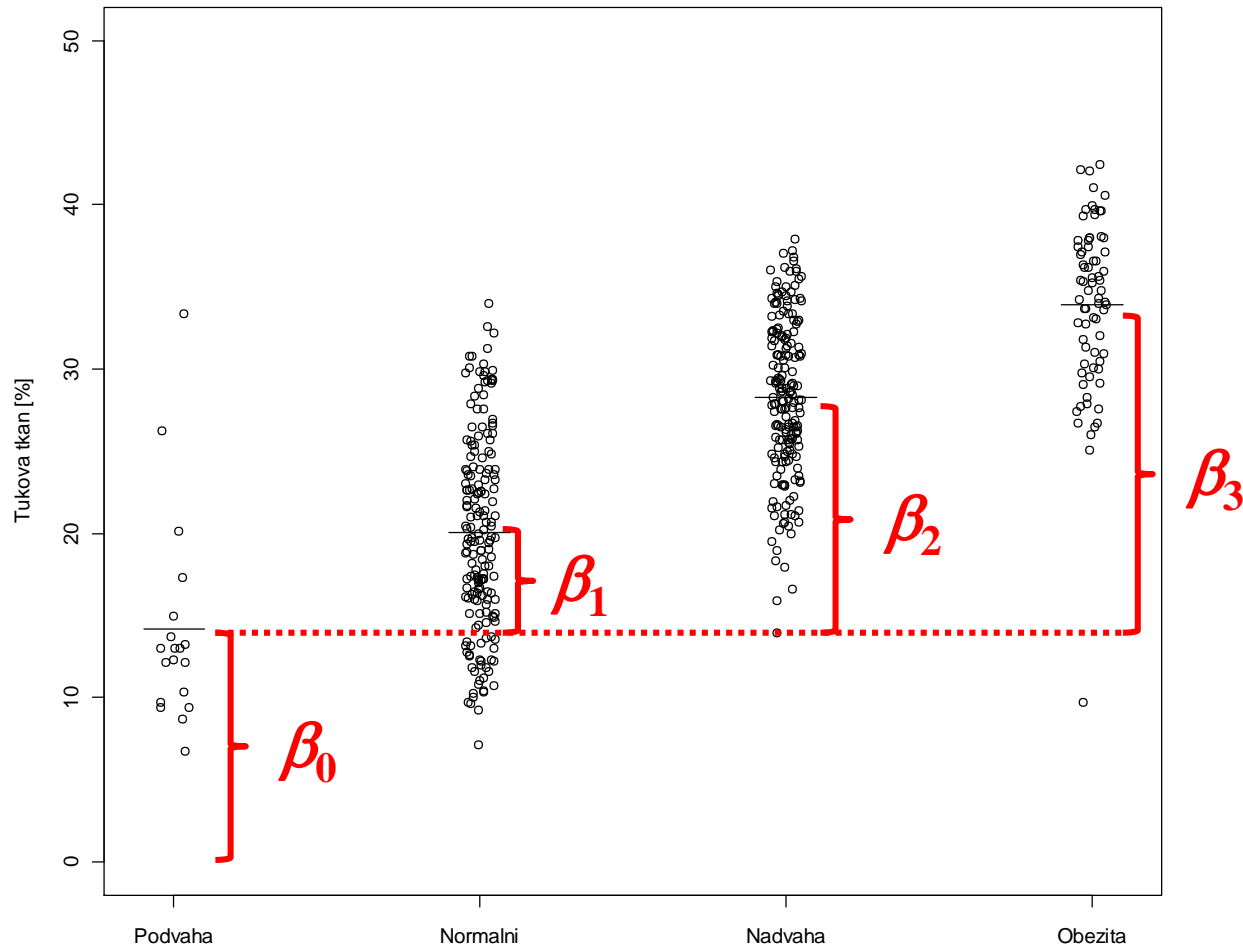
Nominální kódování

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

Původní	Nové proměnné			
BMI kateg.	Normální váha	Nadváha	Obezita	
Podváha	0	0	0	$EY_i = \beta_0$
Normální váha	1	0	0	$EY_i = \beta_0 + \beta_1$
Nadváha	0	1	0	$EY_i = \beta_0 + \beta_2$
Obezita	0	0	1	$EY_i = \beta_0 + \beta_3$

Kategoriální prediktory

Nominální kódování



Kategoriální prediktory

Ordinální kódování

$$\begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & x_{n3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}$$

Původní	Nové proměnné		
BMI kateg.	Normální váha	Nadváha	Obezita
Podváha	0	0	0
Normální váha	1	0	0
Nadváha	1	1	0
Obezita	1	1	1

$$EY_i = \beta_0$$

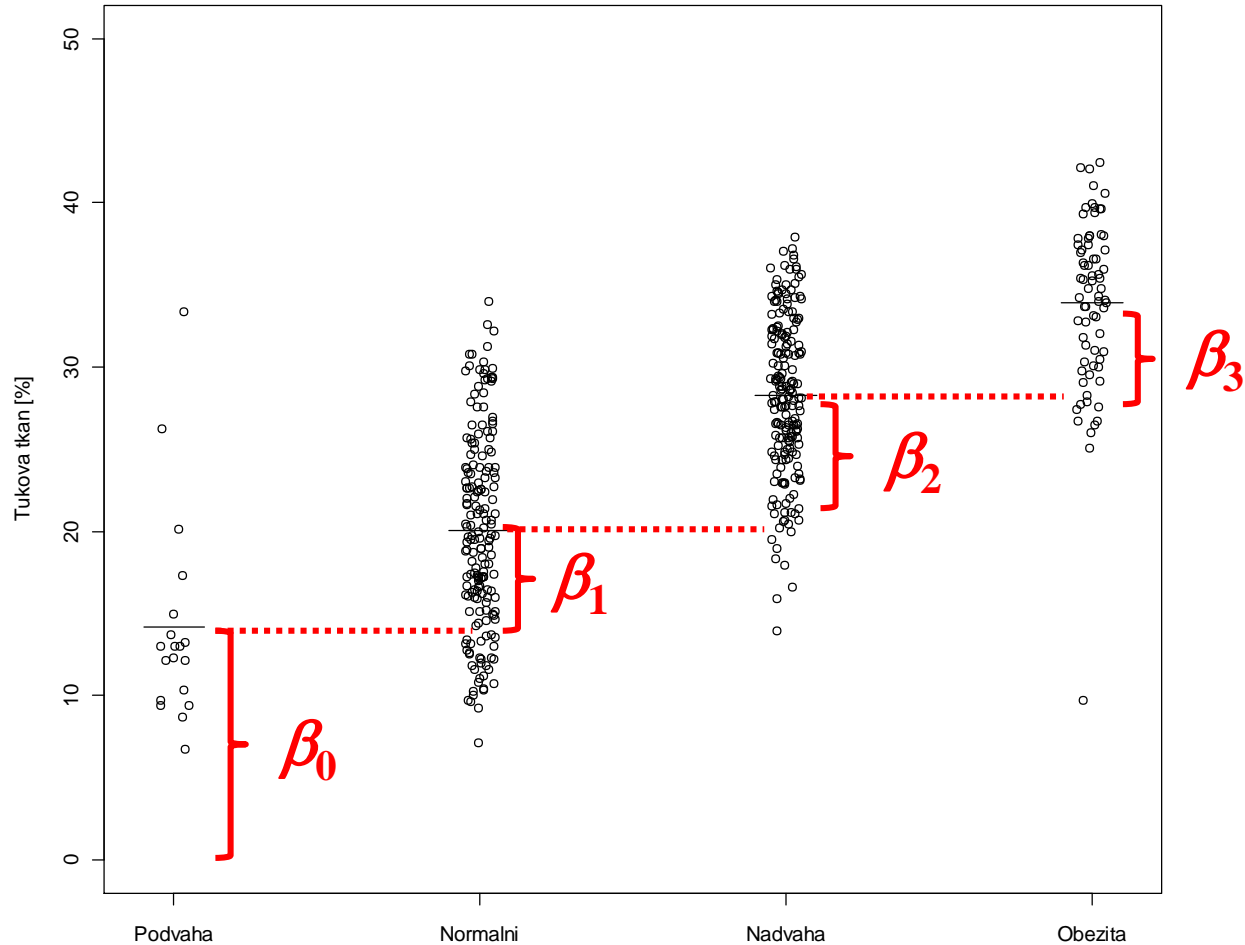
$$EY_i = \beta_0 + \beta_1$$

$$EY_i = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2$$

$$EY_i = \beta_0 + \beta_1 + \beta_2 + \beta_3$$

Kategoriální prediktory

Ordinální kódování



Lineární regresní model I

Klasické modely novým pohledem

Co už známe, ale jinak...

t-test

- jedná se o lineární model s jedním kategoriálním prediktorem se dvěma hodnotami

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 0 \\ \hline 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} EY_i = \mu \\ \\ EY_i = \mu + \alpha \end{array}$$

$$H_0: \alpha = 0$$

$$H_1: \alpha \neq 0$$

Použijeme výše zmíněný t-test pro lineární modely...

Co už známe, ale jinak...

analýza rozptylu

- jedná se o lineární model s jedním kategoriálním prediktorem s m hodnotami

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ \hline 1 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \hline \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \hline 1 & 0 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$$

$$EY_i = \mu$$

$$EY_i = \mu + \alpha_1$$

$$EY_i = \mu + \alpha_{m-1}$$

$$H_0: \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_{m-1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$H_1: \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_{m-1} \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

Použijeme výše zmíněný F-test pro lineární modely...

Lineární regresní model I

Předpoklady lineárního regresního modelu

Předpoklady lineární regrese

LINEARITA

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n$$

ADITIVITA

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

ROZLOŽENÍ REZIDUÍ

$$C(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, i \neq j$$

NEZÁVISLOST POZOROVÁNÍ

Naučíme se s nimi vypořádat...

V prediktorech ... polynomiální zadání

LINEARITA V parametrech ... linkovací funkce

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip} + \varepsilon_i, i = 1, \dots, n$$

ADITIVITA
Interakce

$$\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$$

ROZLOŽENÍ REZIDUÍ
Logistická/Poissonova regrese

$$C(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0, i \neq j$$

NEZÁVISLOST POZOROVÁNÍ
Korelační struktura – smíšený model

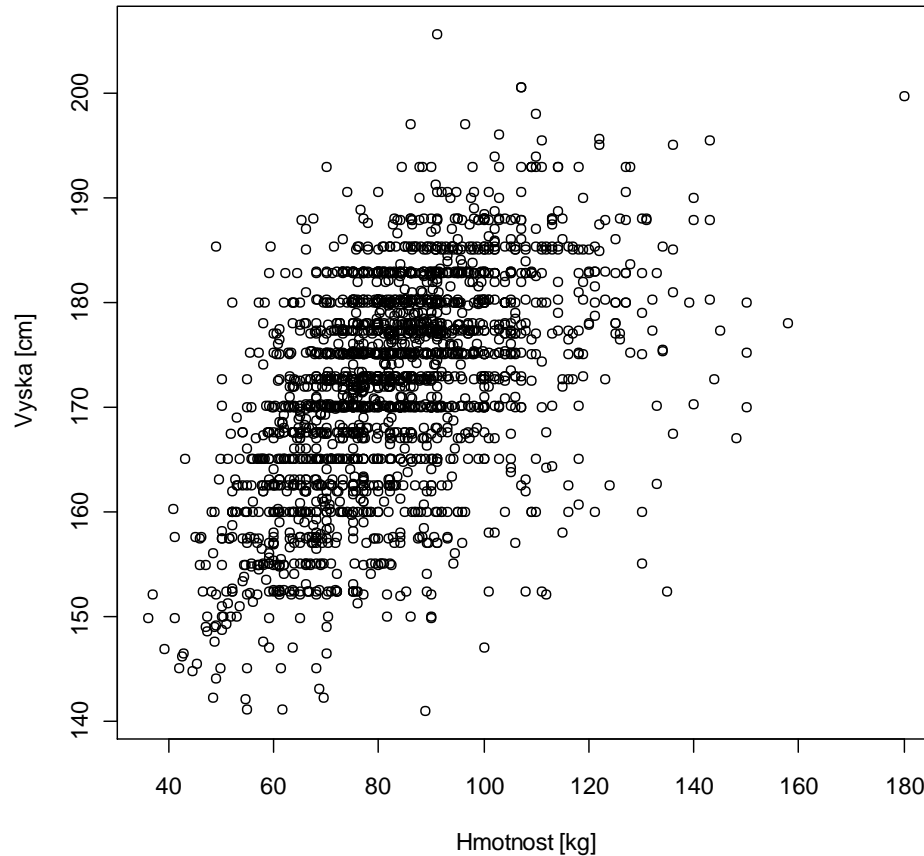
Lineární regresní model I

Multikolinearita

Co je multikolinearita?

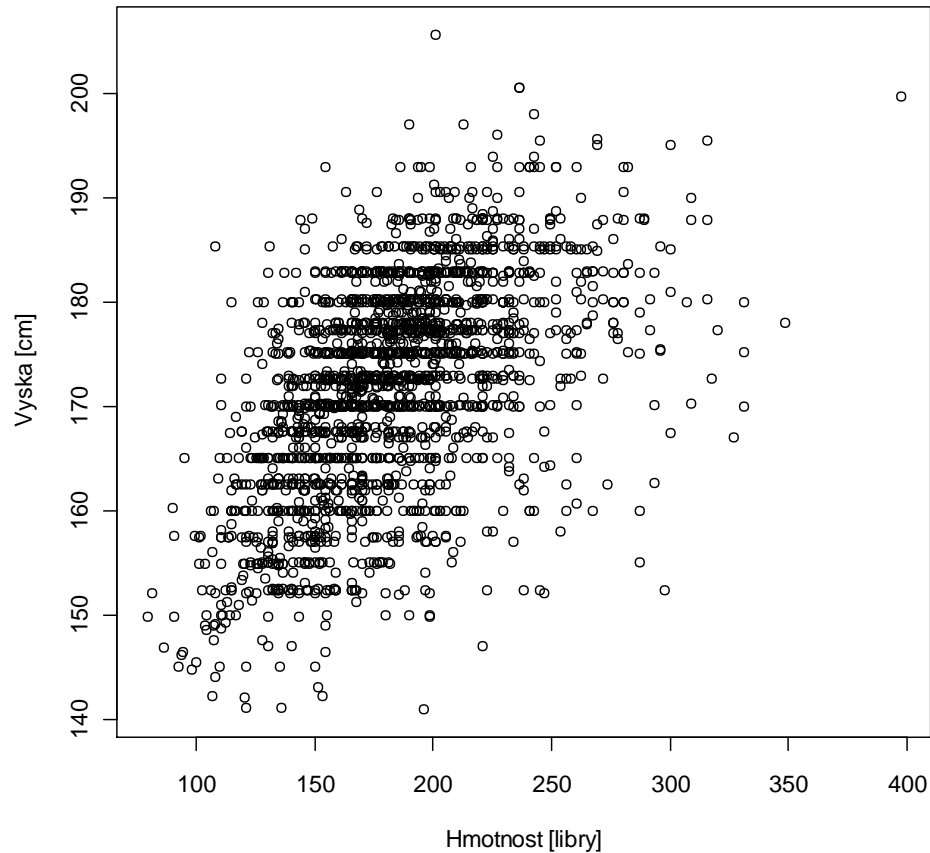
- Kdyby spolu proměnné nesouvisely, tak by víceprediktorová regrese pozbývala smyslu...
- Problém však představuje vysoká korelace mezi prediktory, neboť znemožňuje odhadnutí účinku jednotlivých prediktorů

Příklad



$$\text{Výška} = 147 + \text{HmotnostKg} \times 0,3$$

Příklad



$$\text{Výška} = 147 + \text{HmotnostLb} \times 0,14$$

Příklad

- Co kdybychom dali do modelu obě proměnné?
- $Výška = \beta_0 + HmotnostKg \cdot \beta_1 + HmotnostLb \cdot \beta_2$
- $Výška = 147 + HmotnostKg \cdot 0,3 + HmotnostLb \cdot 0$
- $Výška = 147 + HmotnostKg \cdot 0 + HmotnostLb \cdot 0,14$
- $Výška = \beta_0 + (HmotnostLb \cdot 0,45) \cdot \beta_1 + HmotnostLb \cdot \beta_2$
- $Výška = \beta_0 + HmotnostLb \cdot (0,45 \cdot \beta_1 + \beta_2)$
- tedy kterékoliv koeficienty, které řeší **$0,45 \cdot \beta_1 + \beta_2 = 0,14$**
- **a těch je nekonečně mnoho...**

Problémy s multikolinearitou

- může se objevit divné chování
 - velké změny parametrů při odebrání/přidání prediktoru
 - obrovské směrodatné odchylky
 - extrémní odlehlé hodnoty
- software může upozornit na numerickou nestabilitu
- prediktory v automatických metodách jsou vybírány náhodně
- je obtížné skutečně odhadnout efekt
- může být i dobrý model na predikci, ale nepoužitelný na odhad efektu kovariát

Jak najít dva korelované prediktory?

- Jak najít korelované proměnné?
 - Dvě proměnné – xy-graf, korelační matice
 - Korelační matice odhadnutých koeficientů

Jak najít více korelovaných prediktorů?

- Ze dvou a více prediktorů lze spočítat jiný

Tolerance

Variance inflation factor (nafouknutí rozptylu)

- převrácená hodnota tolerance
- nad 4 znepokojivé, nad 10 závažné
- výpočet pro i-tý parametr

$$VIF_i = \frac{1}{1 - R_i^2}$$

- kde R_i^2 je čtverec vícenásobné korelace mezi i-tým sloupcem matice plánu a ostatními sloupci (koeficient determinace modelu vysvětlující daný prediktor ostatními prediktory)

Řešení

- Vypustit část korelovaných proměnných
 - ty, které obsahují chybějící data, hůře se měří, nebo jsou z jiných důvodů nedůvěryhodné
- Vytvoření a/nebo proměnné
- Zkombinovat prediktory do jednoho skóre
 - např. věk + výška + váha -> věk + BMI

Lineární regresní model I

Závěr

Co byste po dnešní hodině měli vědět a umět?

- ➔ Vědět, jak se definuje lineární regresní model
- ➔ Vysvětlit předpoklady regresních modelů
- ➔ Umět použít v lineárním regresním modelu různé typy prediktorů
- ➔ Vědět, co je multikolinearita, jak ji zjistit a jak se s ní vypořádat