

Bi7491 Regresní modelování

Případová studie
Vitamin D
(lineární regrese)

Převzato z knihy:

Andersen, P. K., Skovgaard, L. T. (2010) Regression with Linear Predictors, Springer.

Úvod

- Nedostatek vitamínu D přispívá k úbytku kostní hmoty – elevace parathormonu, zvyšování resorpce kostní hmoty
- fraktury u starších, poruchy růstu u adolescentů

- Vitamin D
 - tvoří se v kůži působením UV záření
 - přítomen v potravinách: rybí tuk, játra, vejce (D3), houby (D2), ...

Úvod

- Vyhodnocení dostatku vitamínu D se provádí laboratorním testem sérové koncentrace 25-hydroxyvitamínu D (25OHD)
- Byla provedena mezinárodní studie (Irsko, Polsko, Finsko, Dánsko) u dívek a starších žen
- Data obsahují věk, BMI a stav vitamínu D u 420 dívek a žen

Cíl

- Popsat dostupnost vitamínu D v různých evropských státech
- Identifikovat faktory, které by mohly vysvětlit rozdíly
 - věk
 - BMI
 - zvyklosti při slunění
 - příjem vitamínu D v potravě

Příprava dat

- Logaritmická transformace výsledku

Kauzalita

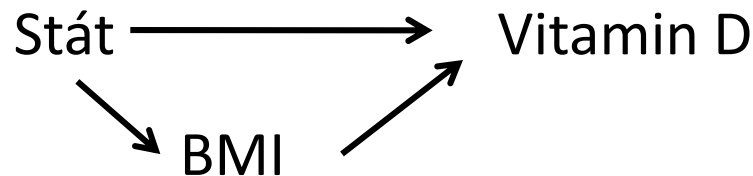
- Zadání úlohy:



- Což platí...
- Čím to lze vysvětlit (co je **mediátor**)?



Pouze vliv BMI?



Něco dalšího?

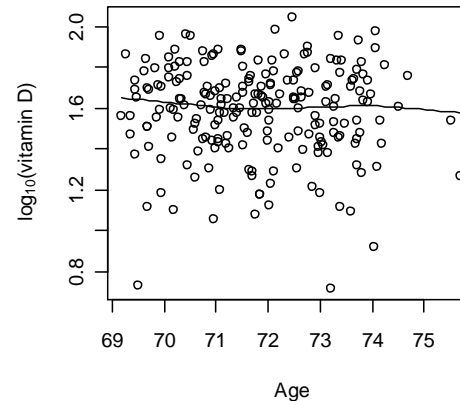
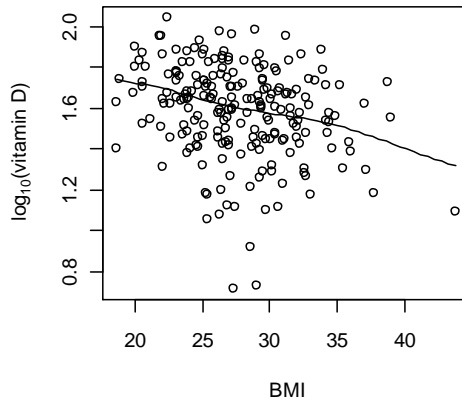
Kauzalita

- Přetrvává hodně variability vysvětlené státem (stát zůstává velmi významným prediktorem)
- Musíme vytvořit bohatší model
- věk, zvyky při slunění, příjem vitamínu D – všechny mohou působit jako intermediáta mezi státem a výsledkem
- jak by mohl vypadat modelový diagram?

Spojité prediktory (margin. průzkum)

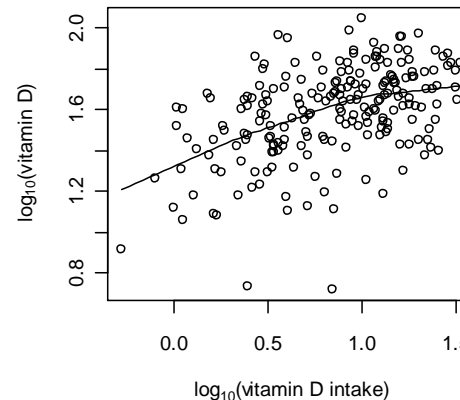
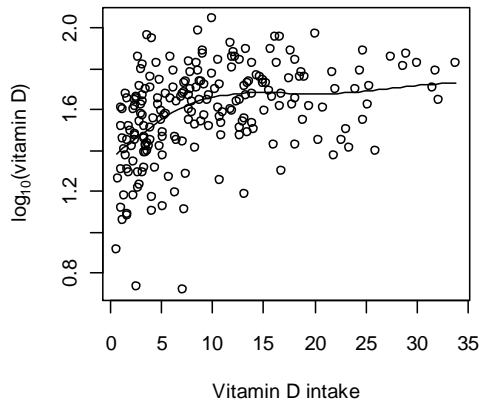
- je třeba rozhodnout o jejich formě v lineárním prediktoru

Linearita



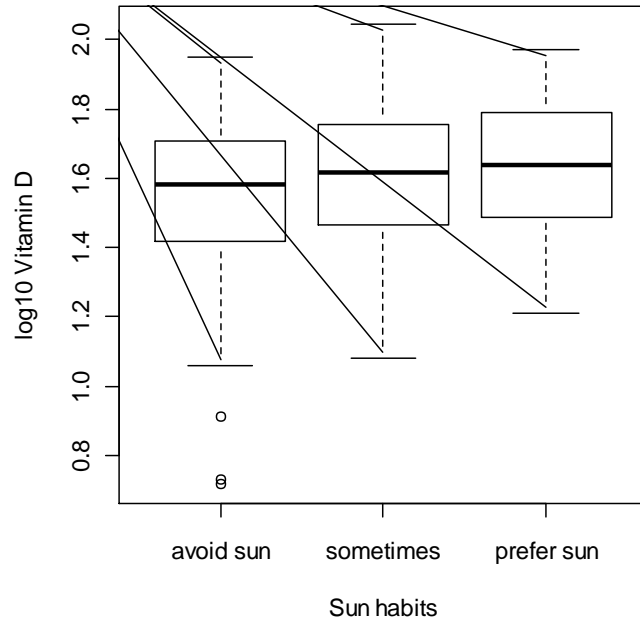
Není efekt
(malý rozsah)

„Hokejka“

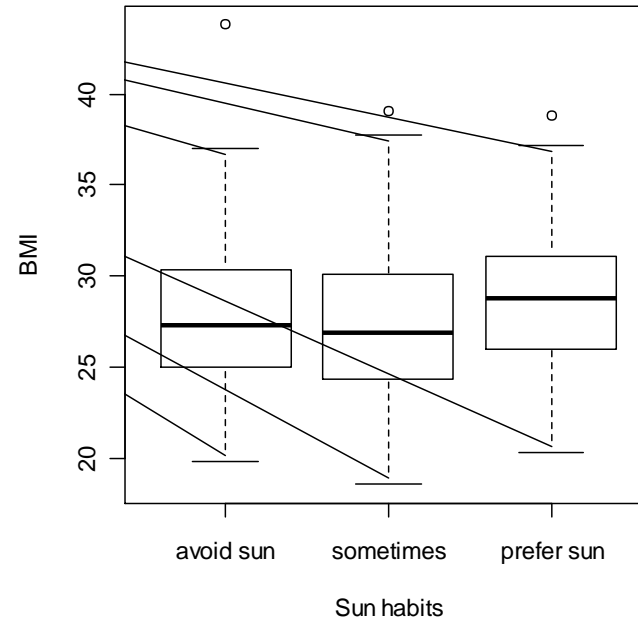


po transformaci
lineární
(rozumné i vzhledem
k jednotce)

Kategoriální prediktory

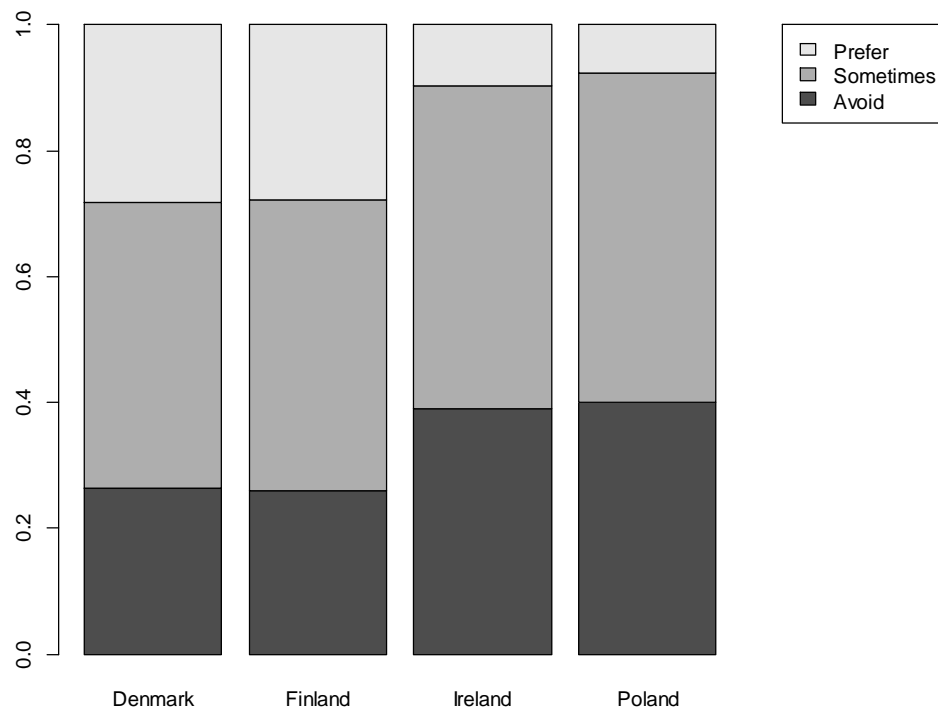


zvyklosti zřejmě
ovlivňují vitamin D



zvyklosti zřejmě
nesouvisí s BMI

Kategoriální prediktory



stát zřejmě
ovlivňuje
zvyklosti...

hypotéza může být:

Problém v Polsku je kombinací málo slunění a vysokého BMI?

(protože v Irsku problém s vitamínem D není)

Model 1

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	1.849653	0.682145	2.712	0.007269	**
bmi	-0.009777	0.003165	-3.089	0.002289	**
age	-0.003937	0.009481	-0.415	0.678356	nemá účinek
log10(vitdintake)	0.254517	0.035814	7.107	1.95e-11	***
sunexpavoid sun	-0.019531	0.030104	-0.649	0.517204	
sunexpprefer sun	0.042952	0.036842	1.166	0.245039	
countryDenmark	0.096405	0.036678	2.628	0.009230	**
countryFinland	0.076404	0.037275	2.050	0.041670	*
countryIreland	0.140771	0.038994	3.610	0.000385	***

(a jeho odstraněním nedojde k výrazné změně ostatních koeficientů)

Model 2

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	1.569491	0.101014	15.537	< 2e-16	***
bmi	-0.009831	0.003156	-3.115	0.002103	**
log10(vitdintake)	0.255116	0.035712	7.144	1.56e-11	***
sunexpavoid sun	-0.021542	0.029653	-0.726	0.468382	
sunexpprefer sun	0.043472	0.036746	1.183	0.238174	
countryDenmark	0.095892	0.036583	2.621	0.009418	**
countryFinland	0.074683	0.036969	2.020	0.044670	*
countryIreland	0.138215	0.038427	3.597	0.000404	***

nemá účinek

Model 3

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
(Intercept)	1.546103	0.099677	15.511	< 2e-16	***
bmi	-0.009272	0.003134	-2.958	0.003455	**
log10(vitdintake)	0.257662	0.035175	7.325	5.23e-12	***
countryDenmark	0.109021	0.035695	3.054	0.002553	**
countryFinland	0.086036	0.036235	2.374	0.018491	*
countryIreland	0.140712	0.038454	3.659	0.000321	***

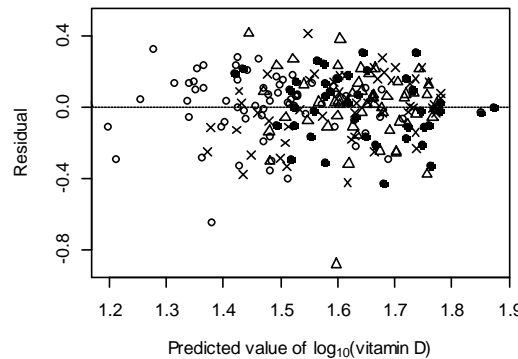
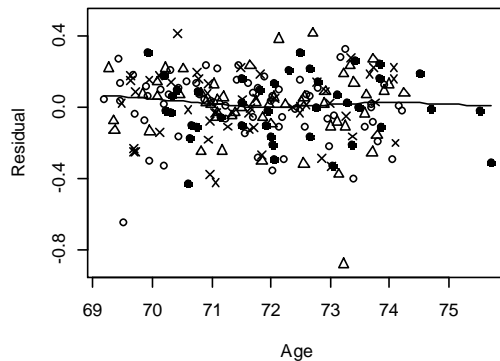
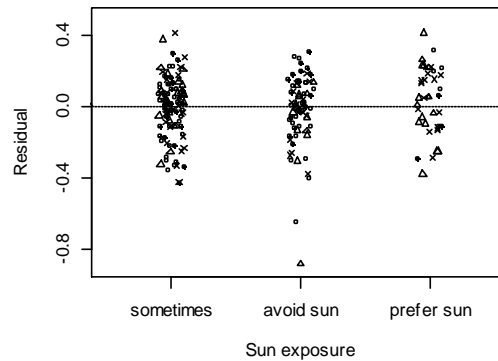
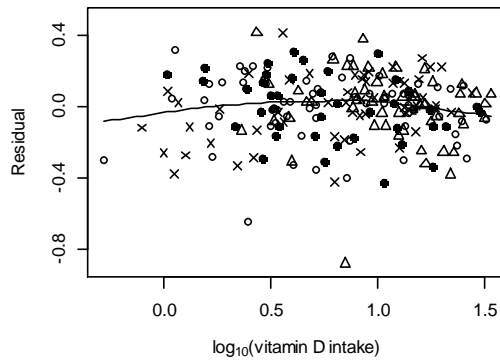
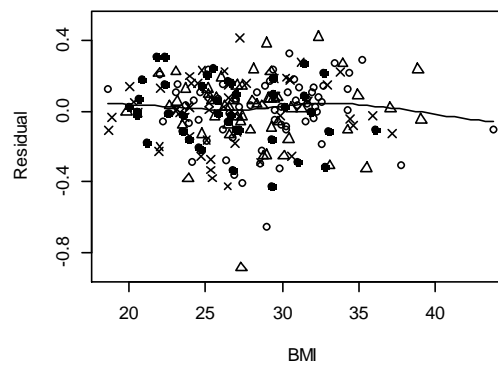
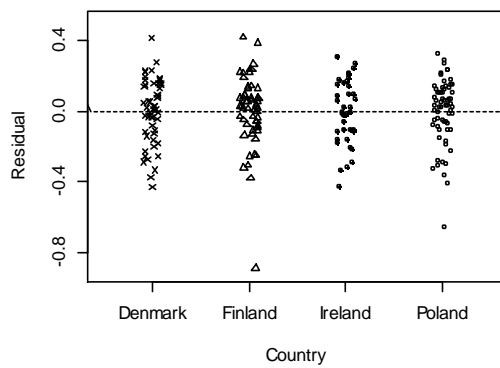
Stát zůstává významným prediktorem

Analýza reziduí

Model3

vs.

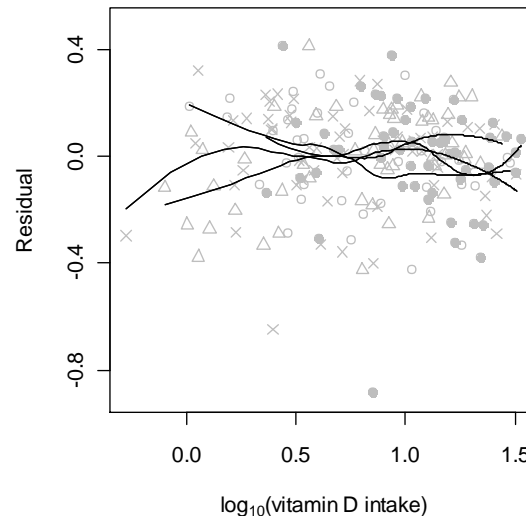
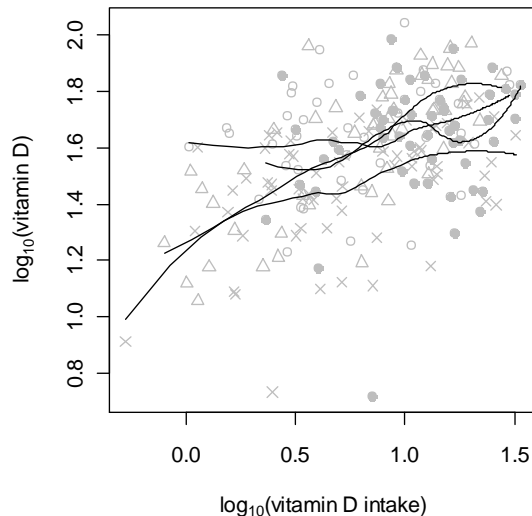
Všechny
uvažované
prediktory +
predikce



žádné zřejmé
problémy...

Interakce

- mnoho možných
- jen některé předpokládané
 - stát X slunění – v každé zemi je slunce jinak silné
 - stát X příjem vitamínu D – obsah vitamínu u stejných potravin se může lišit



interakce není
zřejmá,
vyzkoušíme
i výpočetně

Interakce

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
I(bmi - median.bmi)	-0.009006	0.003070	-2.934	0.00375	**
countryDenmark	1.631813	0.036893	44.231	< 2e-16	***
countryFinland	1.672426	0.039968	41.844	< 2e-16	***
countryIreland	1.620712	0.039459	41.073	< 2e-16	***
countryPoland	1.526577	0.031207	48.918	< 2e-16	***
countryDenmark:I(log10(vitdintake) - median.logintake)	0.436478	0.061658	7.079	2.53e-11	***
countryFinland:I(log10(vitdintake) - median.logintake)	0.132080	0.086855	1.521	0.12995	
countryIreland:I(log10(vitdintake) - median.logintake)	0.114902	0.081007	1.418	0.15766	
countryPoland:I(log10(vitdintake) - median.logintake)	0.245292	0.057448	4.270	3.05e-05	***
countryDenmark:sunexpavoid sun	0.004212	0.061569	0.068	0.94553	
countryFinland:sunexpavoid sun	-0.142507	0.061207	-2.328	0.02092	*
countryIreland:sunexpavoid sun	0.096052	0.061288	1.567	0.11867	
countryPoland:sunexpavoid sun	-0.042359	0.047476	-0.892	0.37337	
countryDenmark:sunexpprefer sun	0.069935	0.059355	1.178	0.24013	
countryFinland:sunexpprefer sun	-0.019098	0.058774	-0.325	0.74557	
countryIreland:sunexpprefer sun	-0.093419	0.099831	-0.936	0.35054	
countryPoland:sunexpprefer sun	0.173724	0.088568	1.961	0.05124	.

sometimes

sklon
dle
státu

avoid
vs.
sometimes

prefer
vs.
sometimes

Interakce

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
I(bmi - median.bmi)	-0.009006	0.003070	-2.934	0.00375	**
countryDenmark	1.631813	0.036893	44.231	< 2e-16	***
countryFinland	1.672426	0.039968	41.844	< 2e-16	***
countryIreland	1.620712	0.039459	41.073	< 2e-16	***
countryPoland	1.526577	0.031207	48.918	< 2e-16	***
countryDenmark:I(log10(vitdintake) - median.logintake)	0.436478	0.061658	7.079	2.53e-11	***
countryFinland:I(log10(vitdintake) - median.logintake)	0.132080	0.086855	1.521	0.12995	
countryIreland:I(log10(vitdintake) - median.logintake)	0.114902	0.081007	1.418	0.15766	
countryPoland:I(log10(vitdintake) - median.logintake)	0.245292	0.057448	4.270	3.05e-05	***
countryDenmark:sunexpavoid sun	0.004212	0.061569	0.068	0.94553	
countryFinland:sunexpavoid sun	-0.142507	0.061207	-2.328	0.02092	*
countryIreland:sunexpavoid sun	0.096052	0.061288	1.567	0.11867	
countryPoland:sunexpavoid sun	-0.042359	0.047476	-0.892	0.37337	
countryDenmark:sunexpprefer sun	0.069935	0.059355	1.178	0.24013	
countryFinland:sunexpprefer sun	-0.019098	0.058774	-0.325	0.74557	
countryIreland:sunexpprefer sun	-0.093419	0.099831	-0.936	0.35054	
countryPoland:sunexpprefer sun	0.173724	0.088568	1.961	0.05124	.

sometimes

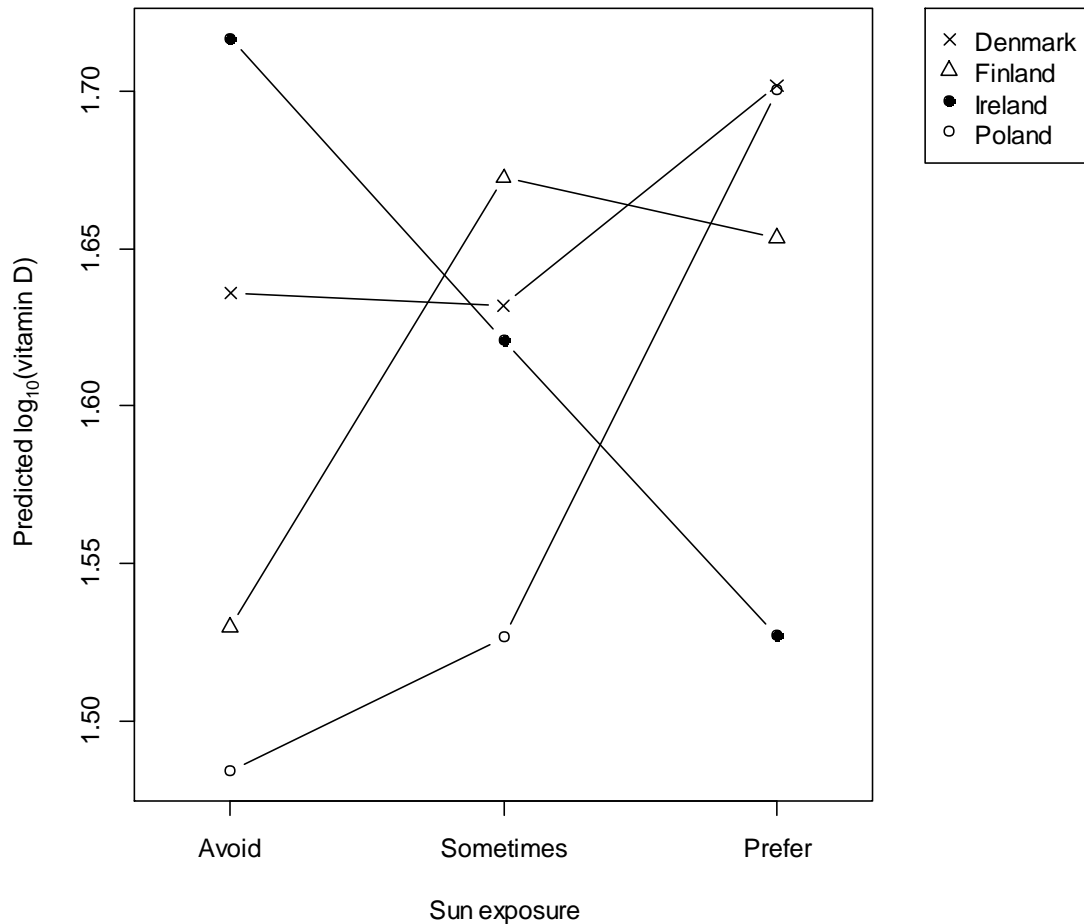
sklon
dle
státu

avoid
vs.
sometimes

prefer
vs.
sometimes

Příjem vitamínu D je silnější prediktor v Dánsku, v Irsku a Finsku vůbec

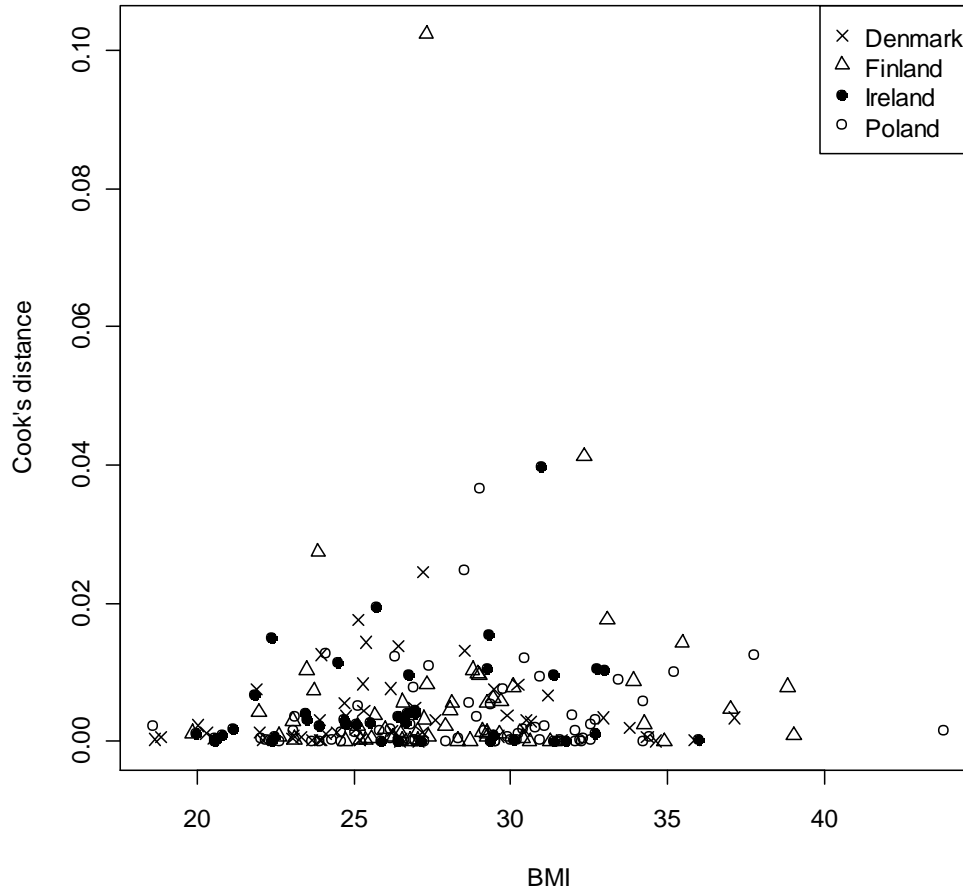
Interakce



předpokladatelně
to funguje jenom ve
Finsku a Polsku

v Irsku úplně naopak,
zřejmě náhoda, málo
preferujících žen

Vlivná pozorování



Finka, která se vyhýbá slunku...

Závěry

- Nedokázali jsme zcela vysvětlit rozdíly mezi státy
- Interakce (státy-slunění), která se špatně interpretuje, takže možná lépe nezahrnovat do výsledku
- výsledné prediktory:
 - BMI
 - příjem vitamínu D (v každém státě jiný efekt)
- pozor na logaritmickou škálu

Finální model

```
lm(formula = log10(vitd) ~ country + bmi + country:log10(vitdintake) -  
1, data = women)
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
countryDenmark	1.523693	0.100271	15.196	< 2e-16	***
countryFinland	1.729285	0.127440	13.569	< 2e-16	***
countryIreland	1.824750	0.111454	16.372	< 2e-16	***
countryPoland	1.579786	0.103125	15.319	< 2e-16	***
bmi	-0.009619	0.003069	-3.134	0.00198	**
countryDenmark:log10(vitdintake)	0.434867	0.061992	7.015	3.32e-11	***
countryFinland:log10(vitdintake)	0.174453	0.087081	2.003	0.04646	*
countryIreland:log10(vitdintake)	0.091818	0.080599	1.139	0.25596	
countryPoland:log10(vitdintake)	0.226312	0.056947	3.974	9.80e-05	***

Interpretace - logaritmy

Logarithmic transformation of outcome:

$$\log f(x) = \alpha + \beta X \quad (A.1)$$

Taking the antilogarithm:

$$f(x) = 10^{\alpha + \beta X} = 10^\alpha 10^{\beta X} = 10^\alpha (10^\beta)^x \quad (A.2)$$

One unit increase in outcome:

$$f(x + 1) = 10^\alpha (10^\beta)^{x+1} = 10^\alpha 10^{\beta x} 10^\beta = f(x) 10^\beta \quad (A.3)$$

Logarithmic transformation of outcome and covariate:

$$\log f(x) = \alpha + \beta \log X \quad (A.4)$$

Taking the antilogarithm:

$$f(x) = 10^{\alpha + \beta \log X} = 10^\alpha 10^{\beta \log X} = 10^\alpha X^\beta \quad (A.5)$$

10-fold increase in outcome:

$$f(10x) = 10^\alpha (10x)^\beta = 10^\alpha 10^\beta x^\beta = f(x) 10^\beta \quad (A.6)$$

50% increase in outcome:

$$f(1.5x) = 10^\alpha (1.5x)^\beta = 10^\alpha 1.5^\beta x^\beta = f(x) 1.5^\beta \quad (A.7)$$

Andersen, 2005

Interpretace - logaritmy

```
lm(formula = log10(vitd) ~ country + bmi + country:log10(vitdintake) -  
1, data = women)
```

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)	
countryDenmark	1.523693	0.100271	15.196	< 2e-16	***
countryFinland	1.729285	0.127440	13.569	< 2e-16	***
countryIreland	1.824750	0.111454	16.372	< 2e-16	***
countryPoland	1.579786	0.103125	15.319	< 2e-16	***
bmi	-0.009619	0.003069	-3.134	0.00198	**
countryDenmark:log10(vitdintake)	0.434867	0.061992	7.015	3.32e-11	***
countryFinland:log10(vitdintake)	0.174453	0.087081	2.003	0.04646	*
countryIreland:log10(vitdintake)	0.091818	0.080599	1.139	0.25596	
countryPoland:log10(vitdintake)	0.226312	0.056947	3.974	9.80e-05	***

Účinek zvýšení o jednotku BMI: vynásobení $10^{-0,0096} = 0,978$... pokles o 2,2%

Účinek zdvojnásobení příjmu v Dánsku: vynásobení $2^{0,4349} = 1,352$... nárůst o 35%