

Fyzika pro chemiky II

jarní semestr 2019

Elektromagnetické vlny a optika Fyzika mikrosvěta Fyzika pevných látek

Petr Mikulík

*Ústav fyziky kondenzovaných látek
Přírodovědecká fakulta
Masarykova univerzita, Brno*

1

Obsah předmětu

I. Elektromagnetické vlny a optika

- I.1. Elektromagnetické vlny
- I.2. Polarizace vlnění
- I.3. Odraz a lom světla
- I.4. Optické zobrazení – zrcadla
- I.5. Optické zobrazení – čočky
- I.6. Soustavy dvou čoček a optické přístroje
- I.7. Základy fyzikální optiky – interference vlnění
- I.8. Interference vln na tenké vrstvě
- I.9. Difrakce na otvoru
- I.10. Difrakce na mřížce

II. Úvod do fyziky mikrosvěta – Elementy kvantové fyziky

- II.1. Kvantový popis světla
- II.2. Bohrov model atomu
- II.3. De Broglieho vlny
- II.4. Základy kvantové mechaniky v 1 dimenzi
- II.5. Základy kvantové mechaniky ve 3 dimenzích
- II.6. Základy formální kvantové teorie
- II.7. Atomy

2

3

III. Základy fyziky pevných (tuhých, kondenzovaných) látek

- III. Úvod – krystalografie, rentgenová transmise, odrazivost, difrakce
- III.1. Vazby v pevných látkách
- III.2. Elektrony v kovu
- III.3. Pásová teorie
- III.4. Polovodičové prvky, výroba polovodičových součástek
- III.5. Magnetické vlastnosti pevných látek
- III.6. Supravodivost

Hlavní motivace: elektrony

Literatura

D. Halliday, R. Resnik, J. Walker, Fyzika, VUTIUM Brno 2000 a 2014

Na základě přednášek Fyzika pro chemiky II – Václav Holý

Požadavky

- k zápočtu: docházka, dvě zápočtové písemky
- ke zkoušce: test a písemka

4

Motivace pro pochopení principů a podstaty jevů

5

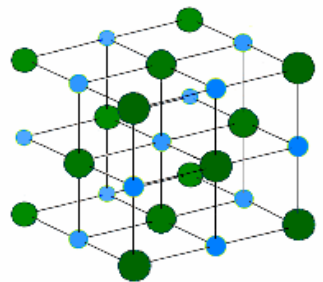
Tradiční chemik

Tradiční pokusy
Pochopení základních principů
Moderní vybavení

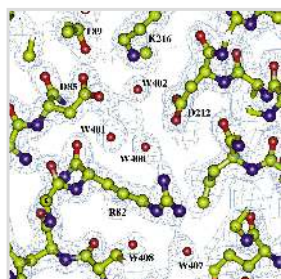
vs.

Kvantový chemik

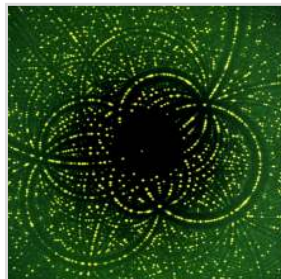
Nákladné pokusy
Drahé chemikálie
Kvantové výpočty
Dlouhé simulace



Krystalová struktura (NaCl)



Elektronová hustota

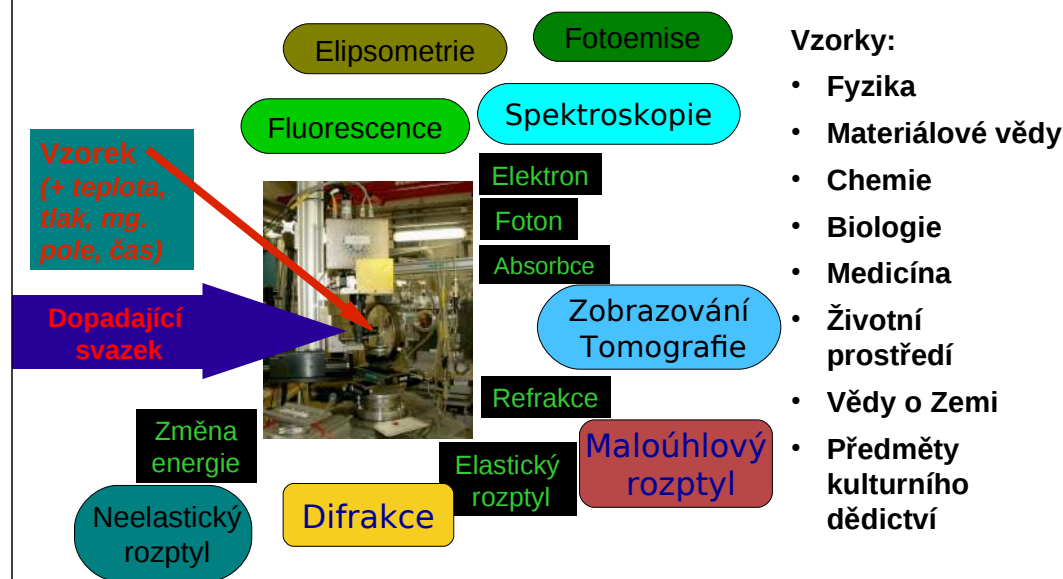


Difrakční obrazec

Ve fyzice: materiálový výzkum, ...

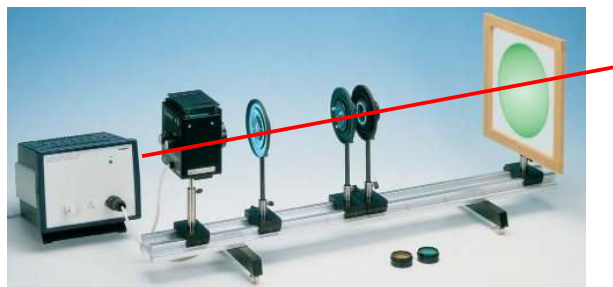
Jak zkoumat chemické látky a materiály: Interakce látky a záření

6



Princip uspořádání optických přístrojů: zdroj, optické prvky, optická lavice / optická osa, vzorek, detektor, ...

7



Světlo



8

Světlo: „viditelné“ a „neviditelné“ (člověk vs přístroje – a naopak).

Poznanky o světle známé z pozorování – Geometrická optika:

- světlo se šíří přímočaře
- paprsky jsou nezávislé a neovlivňují se navzájem
- paprsky se odráží na rozhraní různých prostředí pod stejným úhlem
- při průchodu paprsků do jiného prostředí dochází k lomu
- chod paprsků je možno zaměnit

Vlnová teorie světla – Christiaan Huygens (1690)

Světlo je vlnění a šíří se ve vlnoplochách.

Korpuskulární teorie světla

Vlnově částicový přístup (přelomová období r. 1800 a r. 1900)

Korpuskulární teorie světla – Isaac Newton (1704)

Částice o různých velikostech (barvy) se šíří velkou rychlostí, větší rychlost částic v hustším prostředí – Newtonovo vysvětlení lomu (nesprávné)
Fotoefekt (Heinrich Hertz, Albert Einstein)

I. ELEKTROMAGNETICKÉ VLNY A OPTIKA

$E(r,t)$ a $D(r,t)$: elektrická intenzita, elektrická indukce
 $H(r,t)$ a $B(r,t)$: magnetická intenzita, magnetická indukce

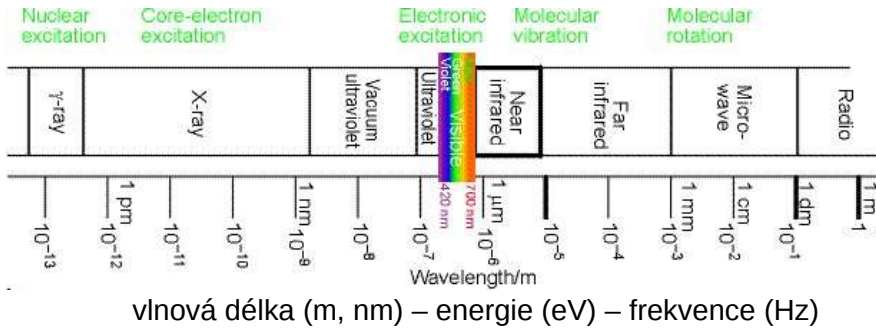
I.1. Elektromagnetické vlny

Historie: Teorie elektromagnetismu (J.C. Maxwell): světlo je elektromagnetické vlnění, elektromagnetické vlnění má vlastnosti analogické světlu – odraz elektromagnetického vlnění, lom na rozhraní atd.

1887: Experimentální ověření existence elektromagnetických vln šířících se rychlostí světla, jejich odrazu a lomu, tedy první bezdrátový přenos: Heinrich Hertz (1857–1894)

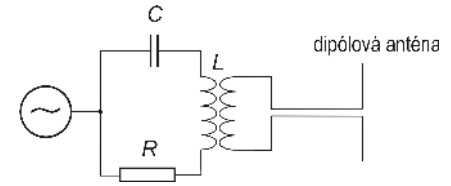


James Clerk Maxwell
1831–1879



Postupná elektromagnetická vlna

Elektromagnetická vlna vzniká nerovnoměrným pohybem nabitých částic, např. elektronů v anténě:



Elektrické a magnetické pole se šíří současně; změna elektrického pole vyvolává pole magnetické a naopak.

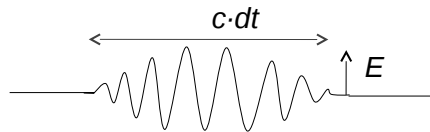
Zdroje:

- svíčka ... k excitaci atomů dochází chemickým procesem při slučování
- žárovka ... excitují se atomy tvořící krystalovou mřížku vlivem tepelného pohybu
- výbojka ... k excitaci dochází srážkami iontů urychlených elektrickým polem
- světelná dioda (LED) ... excitují se příměsí polovodiče průchodem el. proudu přes p-n přechod
- monitor ... excitace se děje dopadem iontů nebo elektronů – luminiscence (různé druhy luminiscence) – CRT cathode ray tube, LCD liquid crystal display a plazmové monitory
- fluorescence ... deexcitace elektronů v atomech, 10⁻⁹ ... 10⁻⁷ s
- fosforescence ... emise světla s menší intenzitou, ale s delší odezvou (patří do I)
- laser ... excitace elektronů v atomech postupující vlnou
- synchrotron ... záření urychlených částic

Elektromagnetické vlnění

Světlo je vlnění elektromagnetického pole, které je charakterizováno elektrickou E a magnetickou B a H složkou elektromagnetické vlny. Tyto složky jsou na sobě závislé (Maxwellovy rovnice) a pro popis optických jevů je podstatná elektrická složka E , která souvisí s většinou optických jevů v látkách (lom, rozptyl, luminescence, ...).

Foton je **vlnové klubko** – **puls** elektromagnetického vlnění, který je omezen v prostoru a čase.



Spektrální čáry rtuti:

Šířka čáry vs doba života ($\delta E \cdot \delta t > \hbar/2$ viz QM), Lorentzova křivka profilu spektrální čáry, ...



Maxwellovy rovnice a materiálové vztahy

Elektrické a magnetické pole se šíří současně; změna elektrického pole vyvolává pole magnetické a naopak.

E, H ... vektory elektrické a magnetické intenzity
 D, B ... vektory elektrické a magnetické indukce

Závislost na poloze v prostoru a čase:

Závislost na poloze v prostoru:

$$E = E(r, t)$$

$$\epsilon = \epsilon(r)$$

Řešení pro izotropní či homogenní prostor, pro šíření v prostředí, ...

Maxwellovy rovnice:

Materiálové vztahy:

$$\text{rot } E = -\frac{\partial B}{\partial t}$$

$$D = \epsilon E$$

$$\text{div } D = \rho$$

$$B = \mu H$$

$$\text{rot } H = j + \frac{\partial D}{\partial t}$$

$$j = \sigma E$$

$$\text{div } B = 0$$

Z Maxwellových rovnic pro **vakuum** ($j=0, \rho=0$) plyne **vlnová rovnice** pro elektromagnetické vlnění:

$$\Delta \mathbf{E} \equiv \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \mathbf{E} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \equiv \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Fázová rychlost elektromagnetického vlnění c ve vakuu je fundamentální fyzikální konstanta:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Stacionární řešení vlnové rovnice: $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{\pm i \omega t}$
(a totéž pro $\mathbf{D}, \mathbf{B}, \mathbf{H}$)

kde **kruhová frekvence** je $\omega = 2\pi \nu = 2\pi f$ [sekunda⁻¹]

Postupná elektromagnetická vlna přenáší **energii**. Hustota toku energie (tj. přenesený výkon jednotkovou plochou kolmo na směr šíření vlnění) je dána **Poyntingovým vektorem**

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

jehož směr určuje směr šíření vlnění.

Důležité vlastnosti elektromagnetického pole ve vakuu (platí přibližně i ve většině materiálů)

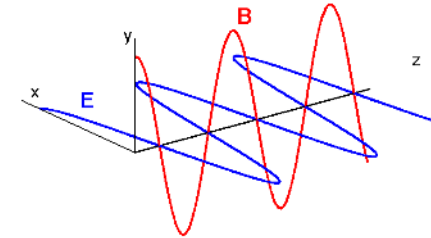
- Elektromagnetické vlnění je příčné, tj. vektory \mathbf{E} a \mathbf{B} jsou kolmé na směr šíření vlny.
- Vektory \mathbf{E} a \mathbf{B} jsou na sebe kolmé.
- V případě monochromatického (harmonického) vlnění mají vlny \mathbf{E} a \mathbf{B} stejnou frekvenci a jsou ve fázi.

Předpokládáme například, že vlnění se šíří podél osy z a vlna \mathbf{E} je polarizována v rovině xz :

$$\mathbf{E} = E_0 \text{Re} \left[e^{-i(\omega t - kz)} \right], \quad E_0 = (E_0, 0, 0)$$

Vlna \mathbf{B} je potom

$$\mathbf{B} = B_0 \text{Re} \left[e^{-i(\omega t - kz)} \right], \quad B_0 = (0, E_0 \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}, 0)$$



Fáze postupného monochromatického vlnění je $\phi = \omega t - kz$

Místo konstantní fáze $\phi = \omega t - kz = \text{konst}$ se pohybuje **fázovou rychlostí**:

$$v = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

Vlnoplocha je geometrické místo konstantní fáze. Vlnoplocha postupné vlny se posouvá fázovou rychlostí v . Rovinná vlna má rovinnou vlnoplochu kolmou na vlnový vektor \mathbf{k} .

Rovnice **rovinné vlny** je $\mathbf{E} = E_0 \text{Re} \left[e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \right]$
skalární součin $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$

Elektromagnetická vlna je **příčná**, proto $\mathbf{E} \cdot \mathbf{k} = 0$

Kulová vlna má kulovou vlnoplochu, jejíž poloměr se zvětšuje rychlostí v . Rovnice kulové vlny šířící se z bodového zdroje v počátku souřadnic je

$$\mathbf{E} = \frac{A}{r} \text{Re} \left[e^{-i(\omega t - kr)} \right]$$

součin velikostí $k \cdot r$

V dalším vynecháme symbol Re .

Intenzita vlnění je pak dána vztahem

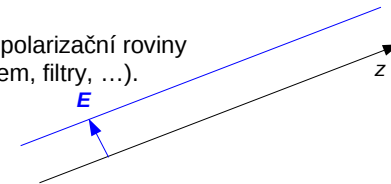
$$I = |\mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^*|$$

I.2. Polarizace vlnění

Orientace \mathbf{E} vzhledem ke směru šíření (dáno zdrojem, procesy, prostředím). **Polarizační rovina** je určena vektory \mathbf{E} a \mathbf{k} .

Lineárně polarizované elektromagnetické vlnění – směr polarizační roviny se nemění v prostoru ani v čase (lasery, polarizace odrazem, filtry, ...).

$$\mathbf{E} = E_0 \text{Re} \left[e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \right]$$

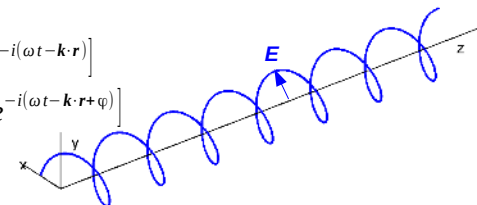


Nepolarizované vlnění (žárovka, Slunce).

$$\mathbf{E} = E_{0x} \hat{x} + E_{0y} \hat{y}$$

$$E_{0x} = \hat{x} E_{0x} \text{Re} \left[e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} \right]$$

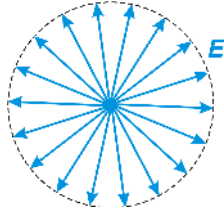
$$E_{0y} = \hat{y} E_{0y} \text{Re} \left[e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi)} \right]$$



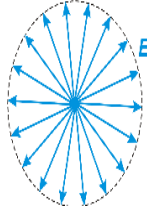
Kruhově polarizované vlnění – polarizační rovina se stáčí v prostoru i v čase.

$$E_{0y} = \hat{y} E_{0y} \text{Re} \left[e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \pi/4)} \right]$$

Nepolarizované vlnění – orientace polarizační roviny je náhodná a všechny orientace jsou stejně pravděpodobné (většina zdrojů světla – žárovka, Slunce) – nezaměňovat s kruhově polarizovaným vlněním!



Částečně polarizované vlnění – některý směr polarizační roviny je pravděpodobnější než ostatní (nezaměňovat s elipticky polarizovaným vlněním!). Stupeň polarizace.



Polarizační filtry – látky s dlouhými lineárními molekulami – v ideálním případě propouštějí jen jeden směr polarizace dopadajícího světla.

Malusův zákon

Propustnost polarizačního filtru pro lineárně polarizované světlo je funkcí úhlu Θ mezi polarizační rovinou a směrem propouštěné polarizace

$$I = I_0 \cos^2(\Theta)$$

Polarizátor a analyzátor ... viz demonstrační pokus.

Stáčení polarizace: cukr ... sacharóza (pravotočivá) vs fruktóza (levotočivá) → přístroj na měření cukernatosti: sacharimetr.

V anizotropním prostředí je fázová rychlost světla závislá na polarizaci – **dvojlom světla**. Dvojlom se pozoruje ve všech monokrystalech (propustných pro světlo) kromě kubických

$$\epsilon = \epsilon(\mathbf{r})$$

Šíření vlny v prostředí: index lomu, vlnová délka v prostředí, ...

ϵ a μ jsou permitivita a permeabilita prostředí

ϵ_r a μ_r jsou relativní permitivita a relativní permeabilita prostředí, $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ $\mu = \mu_r \mu_0$

$$\epsilon \mu = \frac{1}{v^2} \quad \text{a} \quad \epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2} \quad \longrightarrow \quad n = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \approx \sqrt{\epsilon_r}$$

Definice indexu lomu n : podíl rychlostí světla ve vakuu a v daném prostředí.

Velikost vlnového vektoru (vlnové číslo)

Frekvence

Index lomu

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi\nu}{v} = \frac{2\pi\nu n}{c} = \frac{2\pi n}{\lambda_0} = n k_0$$

Vlnová délka

Fázová rychlost světla v prostředí

Rychlost světla ve vakuu

Vlnová délka ve vakuu

Vlnové číslo ve vakuu

$$\Rightarrow k = n k_0 \quad \lambda = \lambda_0 / n \quad v = c / n \quad v = \text{konst}$$

Index lomu je funkcí λ ... interakce látky a záření

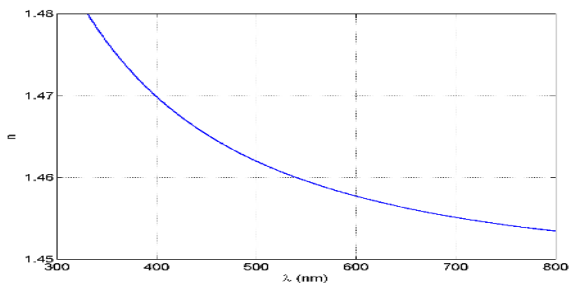
Typické hodnoty indexu lomu pro $\lambda = 589 \text{ nm}$:

	vakuum	vzduch	voda	etanol	roztok cukru 30 %	roztok cukru 80 %	glycerol	řepkový olej	benzen	nitrobenzen	sklo	diamant
n	1	1,00029	1,33	1,36	1,38	1,49	1,473	1,476	1,50	1,554	1,46–1,89	2,42
											obvykle pro výpočty: 1,5	

Ale: závislost indexu lomu světla na vlnové délce $n(\lambda)$ – **chromatická disperze**

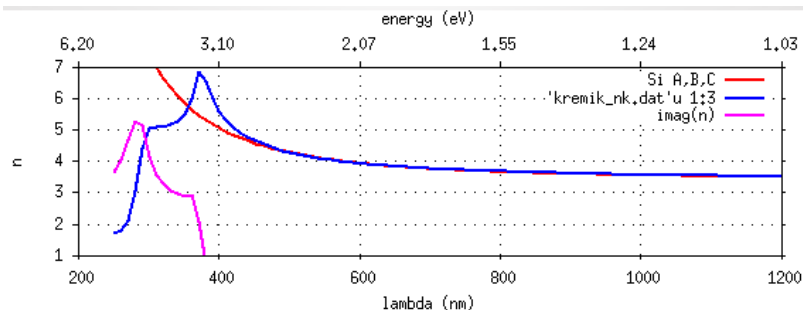
Chromatická disperze $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots$

Závislost indexu lomu taveného křemene na vlnové délce světla:



Křemík:

$$n(\lambda) = 3,397 + 1,40513 \cdot 10^5 \text{ nm}^2 / \lambda^2 + 1,992 \cdot 10^{10} \text{ nm}^4 / \lambda^4$$



Imaginární část indexu lomu ... absorpce

Imaginární část indexu lomu a koeficient absorpce:

$$n' = n + ik$$

$$E(z) = E e^{ink_0 z}$$

Absorpce světla při průchodu látkou: Lambertův–Beerův zákon

$$I(z) = I_0 e^{-\mu z} \quad \mu \dots \text{index absorpce}$$

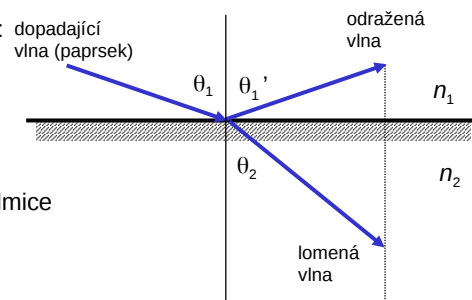
Aplikace:

- Absorpce viditelného světla
- Infračervená absorpční spektroskopie
- Rentgenová radiografie a tomografie (různé $\mu(\lambda)$ pro různé materiály)

I.3. Odraz a lom světla

V této a následujících kapitolách použijeme **aproximaci geometrické optiky**. V této aproximaci se světlo v homogenním prostředí šíří po přímkách – zanedbáme ohyb světla.

Průchod světla **rozhraním dvou prostředí**:



Úhly dopadu, odrazu a lomu: měříme od kolmice k rozhraní.

Při průchodu rozhraním se zachovává frekvence vlnění a tečná složka vlnového vektoru. Odtud lze odvodit:

Zákon odrazu

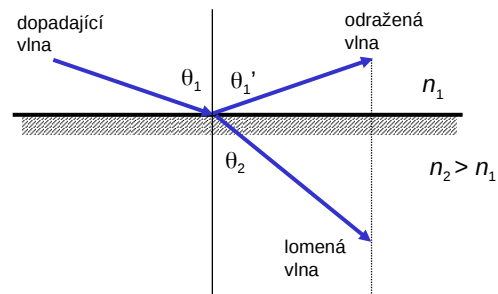
$$\theta_1 = \theta_1'$$

Zákon lomu – Snellův zákon

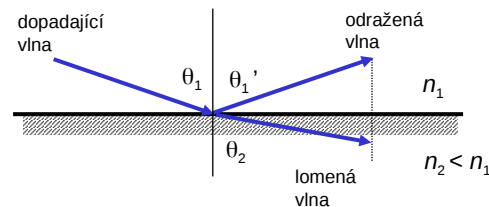
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Odvození: čistě geometricky, ze symetrie nebo z Fermatova principu.

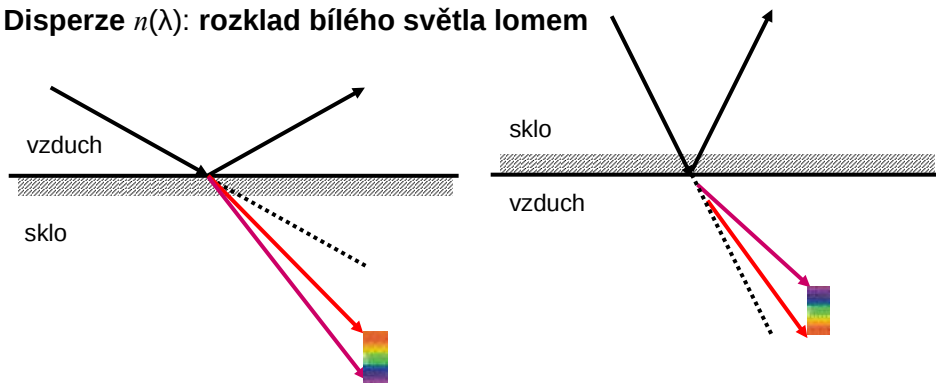
Světlo prochází z prostředí opticky řidšího do prostředí opticky hustšího → **lom ke kolmici**:



Světlo prochází z prostředí opticky hustšího do prostředí opticky řidšího → **lom od kolmice**:



Disperze $n(\lambda)$: rozklad bílého světla lomem



$n_{\text{fialová}} > n_{\text{červená}} \rightarrow$ fialová barva se lomí méně a tudíž je blíže kolmici

25

Úplný (totální) odraz světla na rozhraní

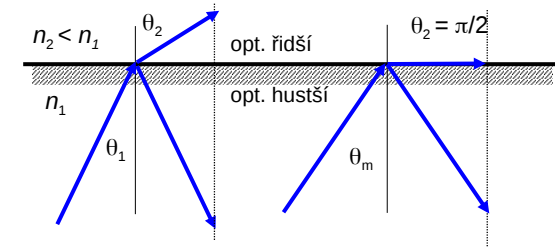
Ze Snellova zákona

$$n_1 \sin \theta_m = n_2 \sin 90^\circ$$

plyne **kritický úhel (odrazu)**:

$$\theta_m = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

$$n = \frac{n_2}{n_1} \text{ je poměr indexů lomu } \mathbf{rozhraní}$$



K totálnímu odrazu světla dochází při průchodu rozhraním **z prostředí opticky hustšího do opticky řidšího** pro úhel dopadu větší než θ_m . Vlna v opticky řidším prostředí se exponenciálně tlumí (evanescentní vlna).

	voda	etanol	sklo	diamant
n (589 nm)	1,33	1,36	1,5	2,42
kritický úhel, rozhraní látka \rightarrow vzduch	48,7°	47,3°	41,8°	24,4°

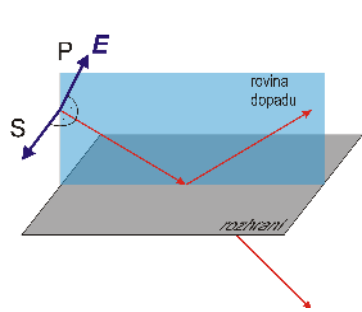
26

Odrazivost rozhraní

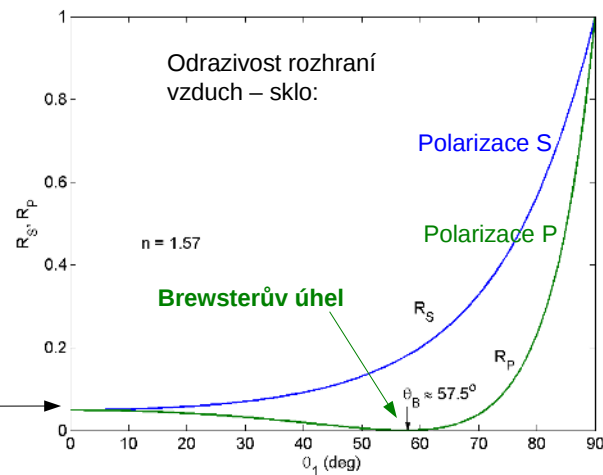
Poměr intenzit odraženého a dopadajícího světla v závislosti na úhlu dopadu

$$R(\theta_1) = \frac{I_{\text{refl}}(\theta_1)}{I_{\text{inc}}} = \frac{|E_{\text{refl}}(\theta_1)|^2}{|E_{\text{inc}}|^2} = |r_{s,p}(\theta_1, \lambda)|^2$$

Vzorce pro r_p , r_s , a pro t_p , t_s se nazývají **Fresnelovy koeficienty**



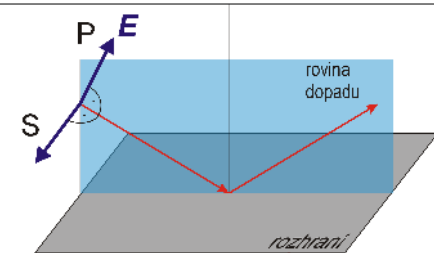
Kolmý dopad („kolmá odrazivost“)



27

Polarizace světla odrazem

S- a P-polarizované světlo:



Je-li úhel dopadu θ_1 roven **Brewsterovu úhlu** θ_B , pak se P-polarizované světlo neodráží (odrazivost je rovna nule).

Z Fresnelova koeficientu r_p plyne, že $\theta_B = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

	voda	etanol	sklo	diamant
n (589 nm)	1,33	1,36	1,5	2,42
Brewsterův úhel, rozhraní vzduch \rightarrow látka	53,1°	53,7°	56,3°	67,5°

Aplikace: Elipsometrie, ...

28

Přesný vzorec:
$$x = \left(1 - \frac{n_0 \cos \alpha_1}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \alpha_1}} \right) t \sin \alpha$$

Odvodit přesný vzorec pro destičku ve vzduchu:

$$x = t \cos \alpha (\tan \alpha_2 - \tan \alpha)$$

Z toho odvodit aproximativní vzorec:

$$x = t \cos \alpha \frac{n-1}{n}$$

Prodiskutovat malé úhly.

Ukázat v gnuplotu oba dva vzorce.

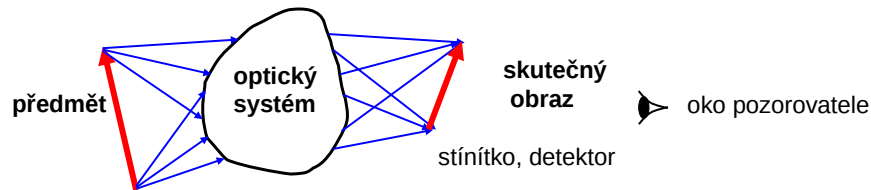
Ukázat na apletu. Pak v něm dát zdroj světla do destičky – šíření totálními odrazy.

Optické zobrazení – principy

Přiblížení **geometrické optiky**:

- šíření světla se modeluje paprsky
- světlo (paprsky) se šíří přímočaře, pokud neprochází rozhraními
- ohyb světla (interferenční jevy) se zanedbá.

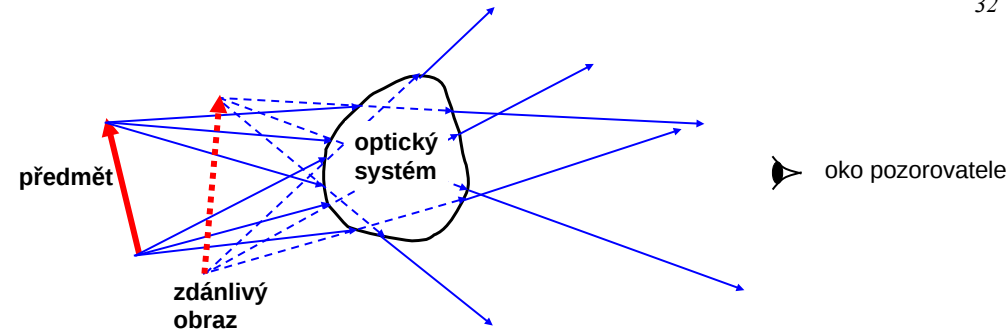
Definice **optického zobrazení** nějakým optickým systémem:



Paprsky vycházející z téhož bodu předmětu se po průchodu optickým systémem protínají v tomtéž bodě **skutečného obrazu**.

Skutečný obraz můžeme pozorovat na stínítku.

Aberace: chyby dokonalého zobrazení, např. neprotínají-li se paprsky, různé obrazy pro různé vlnové délky, ...



Prodloužené paprsky prošlé optickým systémem se protínají v tomtéž bodě **zdánlivého obrazu**.

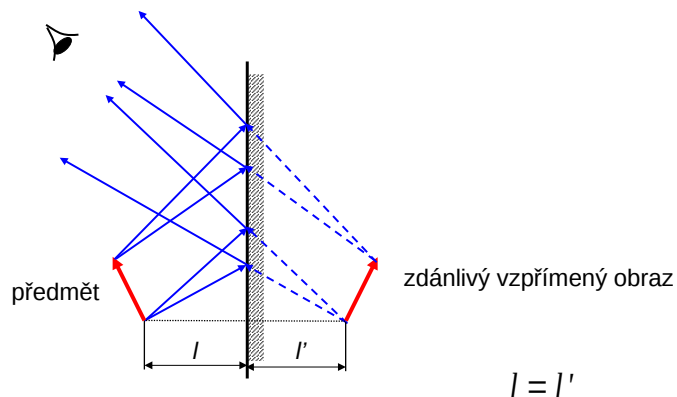
Zdánlivý obraz není možné zachytit na stínítku.

Oko pozorovatele (jakožto optický systém) převádí zdánlivý obraz na skutečný obraz na sítnici.

Bodu P' říkáme virtuální obraz bodu P, když paprsky po průchodu optickým systémem se šíří tak, **jako by** vycházely z tohoto bodu.

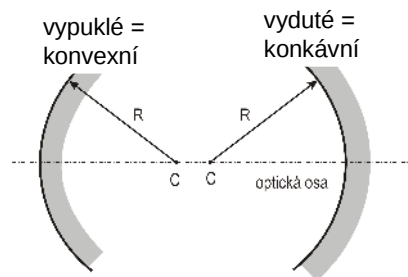
I.4. Optické zobrazení – zrcadla

Rovinné zrcadlo



33

Kulové zrcadlo

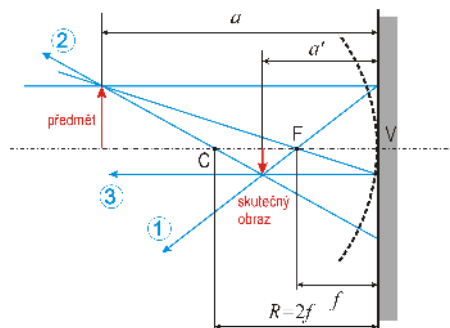


Bod C je střed křivosti zrcadla, R je poloměr křivosti.

Paraxiální přiblížení:

- vzdálenost paprsků rovnoběžných s optickou osou je mnohem menší než poloměr křivosti
- úhel paprsků s optickou osou je velmi malý

Chod paprsků vydutým zrcadlem (v paraxiálním přiblížení):



Bod F je ohnisko zrcadla.

Ohnisková vzdálenost: $f = R/2$

1. paprsek rovnoběžný s ohniskovou osou se odráží do ohniska
2. paprsek procházející středem zrcadla se odráží do středu zrcadla
3. paprsek procházející ohniskem je po odrazu rovnoběžný s optickou osou

34

U **parabolického zrcadla** je popsáný chod paprsků dodržen i mimo paraxiální přiblížení.

Zobrazení kulovým zrcadlem

Zobrazovací rovnice kulového zrcadla:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$

Příčné zvětšení obrazu – poměr výšek obrazu a předmětu:

$$m = \frac{h'}{h} = -\frac{a'}{a}$$

V případě vydutého kulového zrcadla je $f > 0$:

- Je-li $a > 2f$: $f < a' < 2f \rightarrow$ obraz je reálný, převrácený, zmenšený ($-1 < m < 0$)
- Je-li $a = 2f$: $a' = 2f \rightarrow$ obraz je reálný, převrácený, $m = -1$
- Je-li $f < a < 2f$: $a' > 2f \rightarrow$ obraz je reálný, převrácený, zvětšený ($m < -1$)
- Je-li $a < f$: $a' < 0 \rightarrow$ obraz je zdánlivý, přímý ($m > 0$)

V případě **vypuklého zrcadla** je $f < 0$. Vždy vzniká vzpřímený ($m > 0$) a zdánlivý obraz za zrcadlem ($a' < 0$).

35

Optické zobrazení – čočky

Začneme popisem **jedné lámavé plochy** – zakřivené rozhraní dvou prostředí.

Použijeme paraxiální přiblížení.

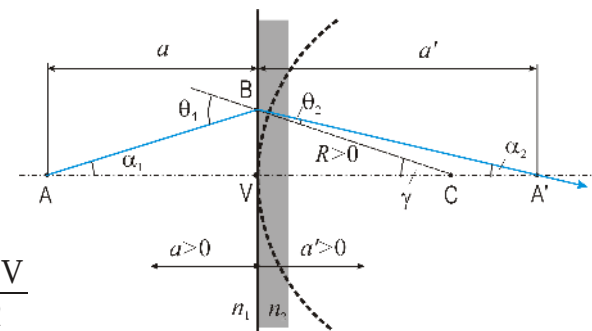
Snellův zákon v paraxiálním přiblížení

$$n_1 \theta_1 = n_2 \theta_2$$

Platí přitom

$$\theta_1 = \alpha_1 + \gamma, \quad \theta_2 = \gamma - \alpha_2,$$

$$\alpha_1 \approx \frac{BV}{a}, \quad \alpha_2 \approx \frac{BV}{a'}, \quad \gamma \approx \frac{BV}{R}$$



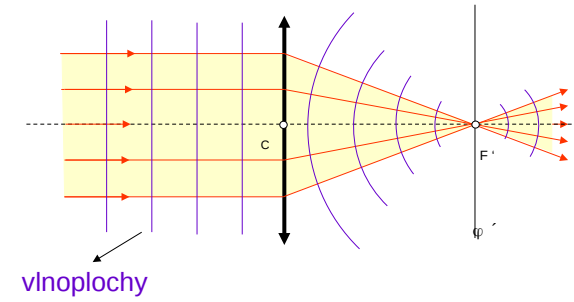
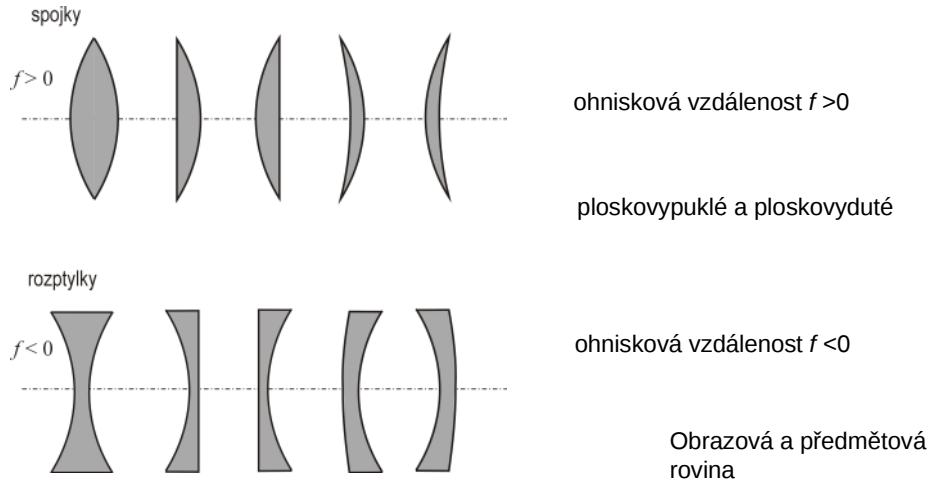
Odtud plyne zobrazovací rovnice lámavé plochy (pozor na znaménka a a a'):

$$\frac{n_1}{a} + \frac{n_2}{a'} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

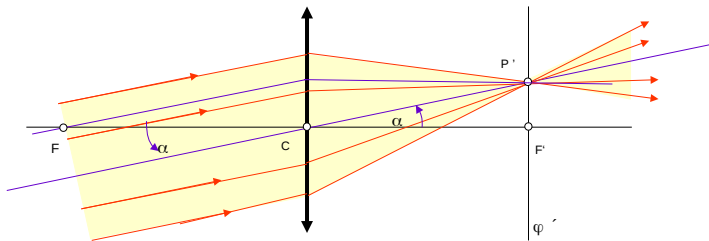
V případě vyduté lámavé plochy je $R < 0$.

36

Předpokládejme, že index lomu materiálu čočky n je větší než 1, index lomu okolí je 1. Tenká čočka – její tloušťka na optické ose je mnohem menší než její průměr a poloměry lámavých ploch $R_{1,2}$



1. Paprsky rovnoběžné s optickou osou se po průchodu čočkou protínají v obrazovém ohnisku (definice ohniska).
2. Rovinnou vlnu změnila čočka ve vlnu kulovou.
3. Čočka při zobrazování nemění fázový rozdíl mezi paprsky.
4. Princip reverzibility v geometrické optice říká, že dráhy paprsků optickým systémem nezávisí na směru šíření světla.



1. Rovnoběžný svazek paprsků svírající s optickou osou úhel α se protíná v obrazové ohniskové rovině v průsečíku P' .
2. Polohu tohoto průsečíku určí paprsek svazku jdoucí středem čočky. Bod P' můžeme považovat za obraz bodu P , který leží nekonečně daleko od čočky. Ohnisková rovina je pak i obrazovou rovinou.
3. Podle principu reverzibility se paprsky vycházející z bodu ohniskové roviny šíří za čočkou rovnoběžně s paprskem jdoucím středem čočky.

Tenká čočka se popisuje jako soustava dvou lámavých ploch s poloměry $R_{1,2}$. Zobrazovací rovnice první plochy (zleva) je

$$\frac{1}{a} + \frac{n}{a''} = \frac{n-1}{R_1}$$

Zobrazovací rovnice druhé plochy je

$$-\frac{n}{a''} + \frac{1}{a'} = \frac{1-n}{R_2}$$

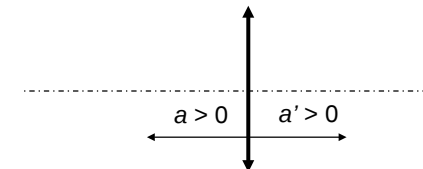
Odtud plyne **zobrazovací rovnice tenké čočky**

Příčné zvětšení je:

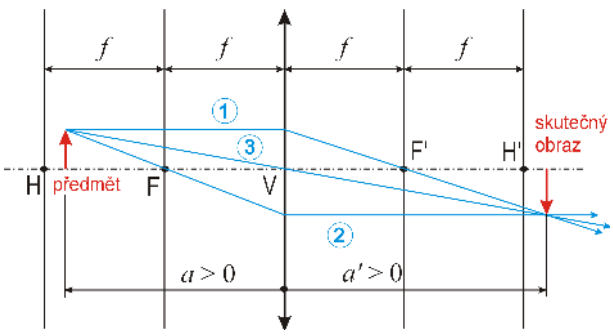
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}, \quad \frac{1}{f} = (n-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

$$m = -\frac{a'}{a}$$

Přitom se použila **znaménková konvence**



Chod paprsků tenkou spojkou ($f > 0$)



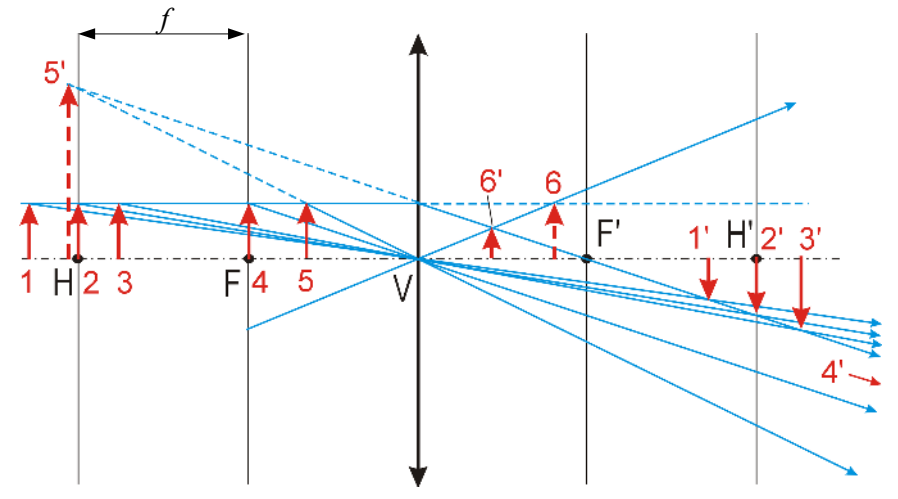
H a H' jsou **předmětový a obrazový hlavní bod**,
 F a F' jsou **předmětové a obrazové ohnisko čočky**,
 V je **vrchol (střed) čočky**.

Paprsek (1) rovnoběžný s optickou osou prochází po průchodu čočkou obrazovým ohniskem.
 Paprsek (2) procházející předmětovým ohniskem je po průchodu čočkou rovnoběžný s optickou osou.
 Paprsek (3) procházející vrcholem (středem) čočky zachovává směr.

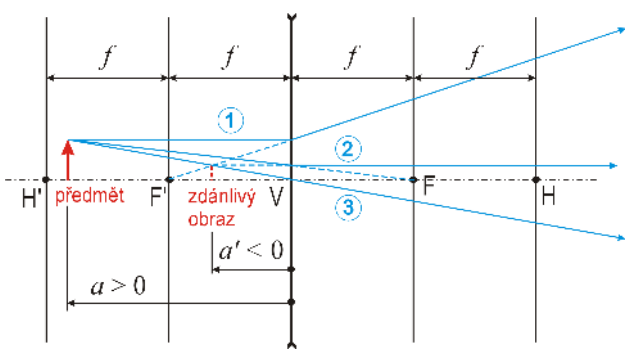
- Je-li $a > 2f$, je $f < a' < 2f$, obraz je reálný, převrácený, zmenšený ($-1 < m < 0$)
- Je-li $a = 2f$, je $a' = 2f$, obraz je reálný, převrácený, $m = -1$
- Je-li $f < a < 2f$, je $a' > 2f$, obraz je reálný, převrácený, zvětšený ($m < -1$)
- Je-li $a = f$, je $a' \rightarrow \infty$
- Je-li $a < f$, je $a' < -f$, obraz je zdánlivý, přímý, zvětšený ($m > 1$)

Podívejte se na aplety...

Vzájemné polohy předmětu a obrazu spojky.
 6' je **zdánlivý předmět** ($a < 0$), jemuž odpovídá skutečný obraz 6.



Chod paprsků tenkou rozptylkou ($f < 0$)

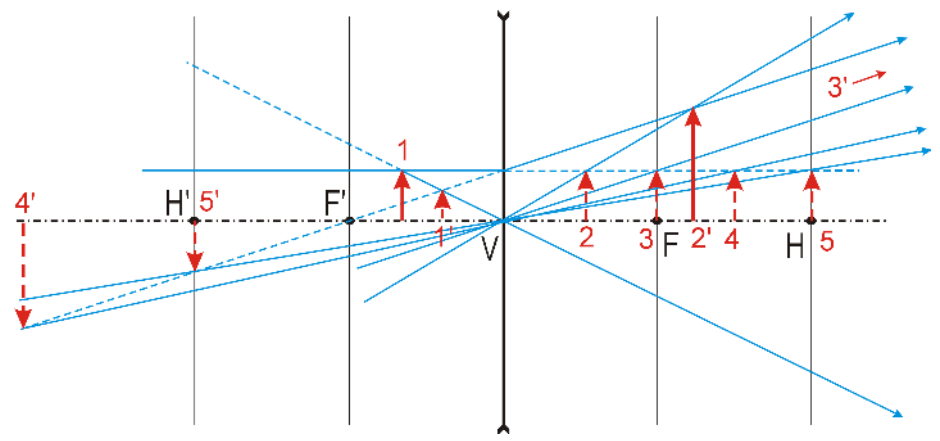


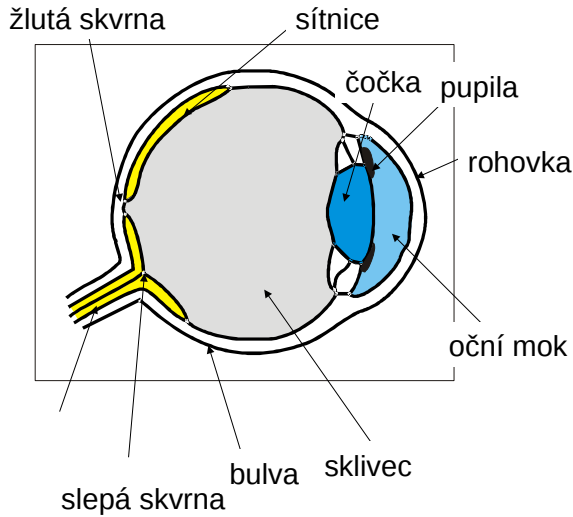
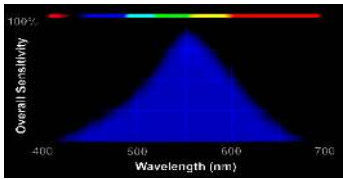
H a H' jsou **předmětový a obrazový hlavní bod**,
 F a F' jsou **předmětové a obrazové ohnisko čočky**,
 V je **vrchol (střed) čočky**.

Paprsek (1) rovnoběžný s optickou osou prochází po průchodu čočkou obrazovým ohniskem.
 Paprsek (2) procházející předmětovým ohniskem je po průchodu čočkou rovnoběžný s optickou osou.
 Paprsek (3) procházející vrcholem (středem) čočky zachovává směr.

Obraz je vždy je zdánlivý, vzpřímený a zmenšený ($0 < m < 1$).

Vzájemná poloha předmětu a obrazu rozptylky.
 2–5 jsou zdánlivé předměty ($a < 0$)

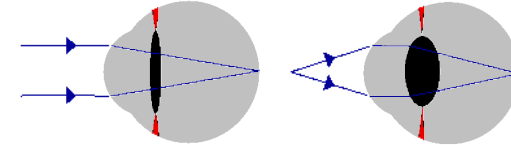




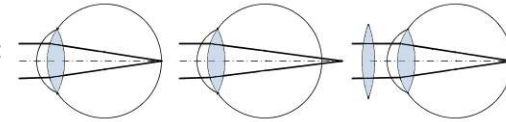
Dioptrie = 1/ohnisková vzdálenost v metrech

čočka s $f=1$ m má 1 dioptrii, pro $f=0,1$ m je 10 dioptrií

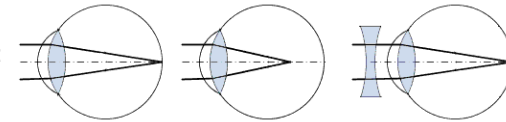
Zdravé lidské oko: 60 dioptrií, dokáže mohutnost změnit až o 15 dioptrií za cca 1/3 sekundy; 1/10 sekundy se udává jako reakční doba oka.



Dalekozrakost:

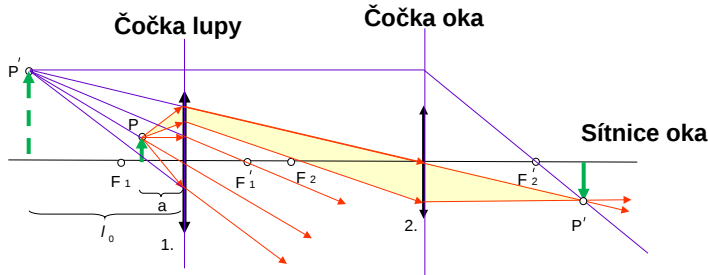


Krátkozrakost:



Soustavy dvou čoček – zobrazení lupě

oko je velmi blízko lupě



Virtuální obraz vytváří 1. spojka a 2. spojka jej zobrazuje jako reálný obraz na stínítku.

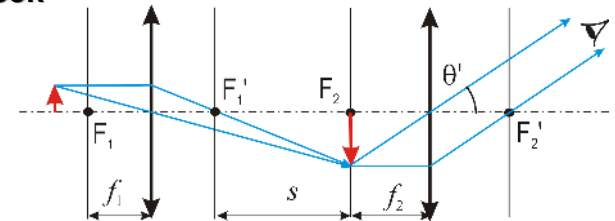
Obraz P'' vytváří jen malý svazek paprsků ze širokého svazku procházejícího 1. čočkou.

Předmět dáme jej do takové vzdálenosti a , aby obraz vznikl ve vzdálenosti $l_0 = 25$ cm (konvenční zraková vzdálenost). Oko (čočka 2) pak vidí virtuální obraz (přímý, zvětšený).

$$\text{Úhlové zvětšení je: } m = \frac{l_0}{f} = \frac{25 \text{ cm}}{f}$$

I.6. Soustavy dvou čoček

Dvě spojky – mikroskop



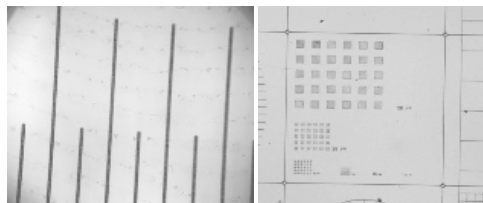
První čočka (objektiv) vytvoří obraz blízkého předmětu v předmětovém ohnisku druhé čočky (okuláru). Okulár vytvoří obraz v nekonečnu, oční čočkou se převede na sítnici oka.

Úhlové zvětšení předmětu je

$$m_\theta = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{s l_0}{f_1 f_2}$$

θ je úhel, pod kterým je vidět předmět v konvenční zrakové vzdálenosti $l_0 = 25$ cm, s je vzdálenost mezi obrazovým ohniskem objektivu a předmětovým ohniskem okuláru.

- 1) Mikroskop má okulár a při pozorování obrazu přikládáme oko těsně k okuláru. Okulár a oko pak představují projektiv, který promítá meziobraz na sítnici.
- 2) Při ostření mikroskopu měníme vzdálenost mezi preparátem a objektivem tak, abychom viděli ostrý obraz, bez ohledu na to, zda nosíme brýle nebo ne. Při práci s mikroskopem nepoužíváme brýle!



1 mm

Zvětšení – měřítko

Pozorování okem nebo záznam fotoaparátem či kamerou

Hloubka ostrosti

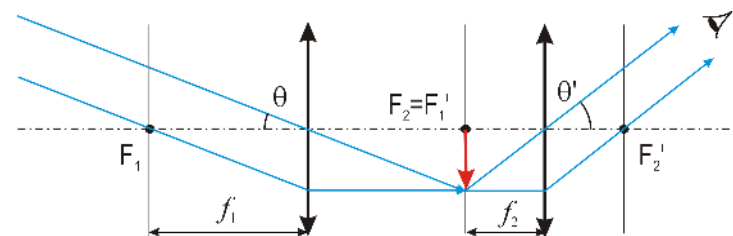
Rozlišovací schopnost – čtverečky či čáry

Binokulární mikroskop a stereomikroskop:



I.6. Soustavy dvou čoček

Dvě spojky – Keplerův dalekohled

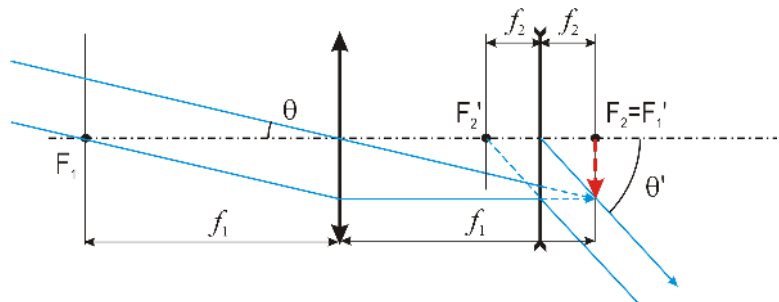


Obrazové ohnisko 1. čočky splývá s předmětovým ohniskem 2. čočky.

Vzdálený předmět ($a \rightarrow \infty$) se zobrazí do obrazového ohniska F_1 1. čočky (**objektivu**). Tento obraz je předmětem pro 2. čočku (**okulár**). Obraz se vytvoří v nekonečnu ($a' \rightarrow \infty$) a oční čočkou se zobrazí na sítnici oka.

Úhlové zvětšení dalekohledu je
$$m_\theta = \frac{\theta'}{\theta} = -\frac{f_1}{f_2}$$

Spojka a rozptylka – Galileiho dalekohled



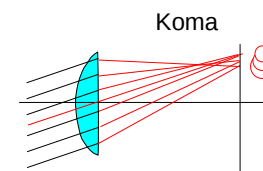
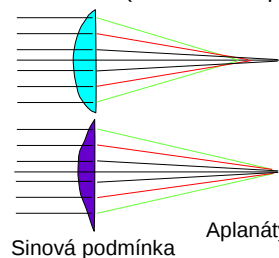
Obrazové ohnisko 1. čočky splývá s předmětovým ohniskem 2. čočky.

Vzdálený předmět ($a \rightarrow \infty$) se zobrazí do obrazového ohniska F_1 1. čočky (**objektivu**). Tento obraz je zdánlivým předmětem pro 2. čočku (**okulár**). Obraz se vytvoří v nekonečnu ($a' \rightarrow \infty$) a oční čočkou se zobrazí na sítnici oka.

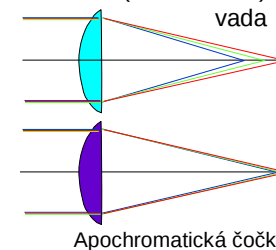
Úhlové zvětšení dalekohledu je
$$m_\theta = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{f_1}{f_2}$$

Vady čoček

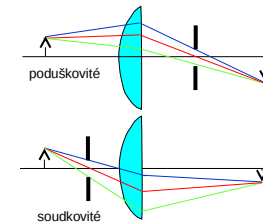
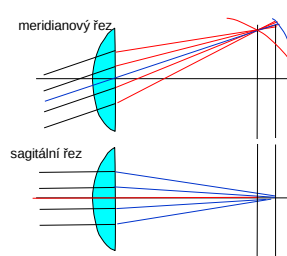
Otvorová vada (sférická – neparax.)



Barevná (chromatická) vada



Astigmatismus (nesférický tvar)



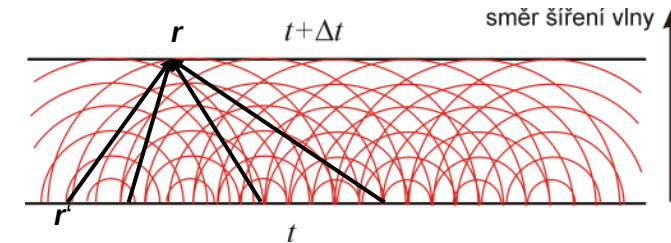
I.7. Základy fyzikální optiky – interference vlnění

Doposud jsme šíření světla popisovali v geometrické aproximaci – zanedbali jsme ohyb a interferenci vlnění, předpokládali jsme, že v homogenním prostředí se světlo šíří přímočaře. V této kapitole uvážíme vlnovou povahu světla, která vysvětlí interferenci a ohyb vlnění.

Z Maxwellových rovnic lze odvodit **Huygensův–Fresnelův princip**:

Všechny **body na vlnoploše** v čase t jsou zdrojem **sekundárních kulových vln**, jejichž superpozicí vzniká další vlnoplocha v čase $t + \Delta t$

$$E(\mathbf{r}, t + \Delta t) = \int_{\text{vlnoplocha}(t)} d\mathbf{r}' \frac{A}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} e^{-i(\omega t - k|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}$$



Skládání vln

Fázory = komplexní amplitudy

V fyzice máme: skaláry, vektory, tenzory, komplexní amplitudy

Vychází ze geometrické definice funkce *sinus* lze stav vlnění znázornit jako fázor.

Při superpozici vln se fázory sčítají jako vektory.

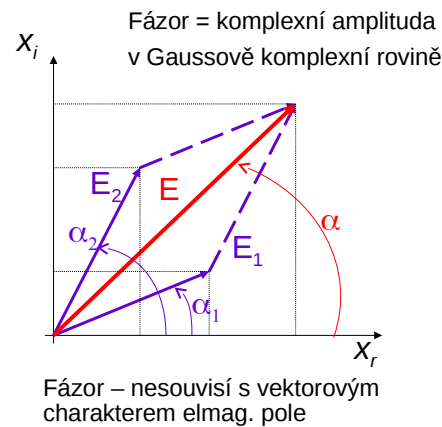
Toto pravidlo nám pomůže najít amplitudu výsledného vlnění.

Z geometrické konstrukce pro velikost výsledného vektoru plyne (kosinová věta)

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2 E_1 E_2 \cos(\alpha_2 - \alpha_1)$$

Po dosažení původního označení je pak interferenční intenzita dána vztahem

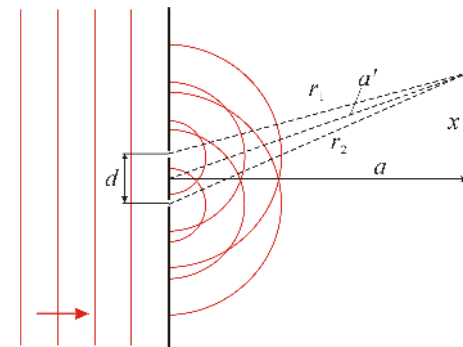
$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \phi$$



Dvouštěrbinový experiment – Youngův pokus

Experimentální ověření vlnové povahy světla – **Youngův pokus** (1801)

Monochromatické světlo prochází **dvěma blízkými malými otvory**. Tyto otvory jsou podle H.–F. principu zdroji sekundárních kulových vln. Na stínítku ve vzdálenosti a se pozoruje výsledek skládání (interference) těchto sekundárních vln.



Elektrické pole v místě pozorovatele P je součtem elektrických polí dvou sekundárních kulových vln (zanedbáme polarizaci vlnění):

$$E = E_1 + E_2 = \frac{A}{r_1} e^{-i(\omega t - kr_1)} + \frac{A}{r_2} e^{-i(\omega t - kr_2)}$$

Fraunhoferova aproximace: detektor je „daleko“, takže vzdálenost otvorů d je mnohem menší než a , přesněji:

$$d \ll \sqrt{a\lambda}$$

Potom je dráhový rozdíl: $|r_1 - r_2| \approx d \cdot \sin \alpha = d \cdot x/a$

Spočteme to:

$$E(t, x) = E_1(t, x) + E_2(t, x) \approx \frac{A}{a'} 2 \cos\left(\frac{k x d}{2 a'}\right) e^{-i(\omega t - k a')}$$

Omezíme-li se na případ $|x| \ll a$, bude $a' \approx a$ a intenzita vlnění v místě pozorovatele je

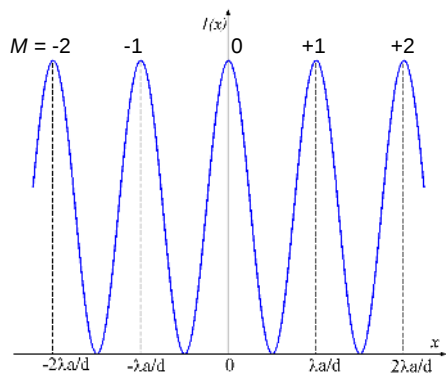
$$I(x) \approx I_{\max} \cos^2\left(\frac{\pi x d}{a \lambda}\right)$$

$$I_{\max} = 4|E_0|^2 > |E_0|^2 + |E_0|^2$$

$$I_{\min} = 0$$

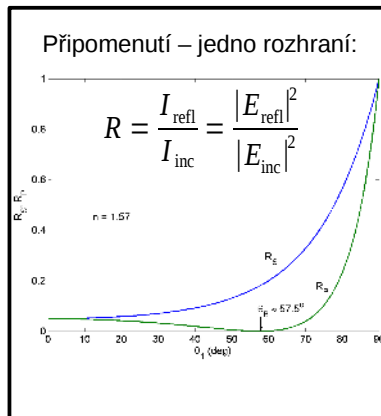
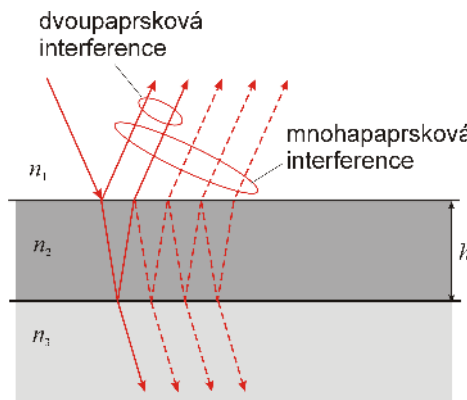
Pozorují se ekvidistantně rozložená maxima intenzity. K maximu intenzity dojde, liší-li se vzdálenosti r_1, r_2 o celistvý počet vlnových délek λ . Souřadnice m -tého maxima je

$$x_m = m \cdot \frac{\lambda a}{d}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$



I.8. Interference vln na tenké vrstvě

Skládání vlnění odražených na dvou rozhraních tenké vrstvy

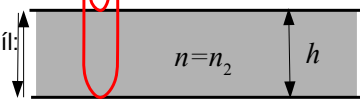


Kolmý dopad na tenkou vrstvu s indexem lomu n a tloušťkou h

A. Z obou stran vzduch ($n=1$)

fázový rozdíl paprsků: $\Delta\phi = \pi + 2 h k n = \pi \left(1 + \frac{4 h n}{\lambda}\right)$

dráhový rozdíl: $2 \cdot h \cdot n$



fázový posuv při odrazu paprsku 1 je π
fázový posuv při odrazu paprsku 2 je nulový

Podmínka interferenčního maxima:

$$\Delta\phi = \pi \left(1 + \frac{4 h n}{\lambda}\right) = 2\pi m, \quad m = 1, 2, \dots \Rightarrow h = \left(m - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n}$$

B. Nahoře vzduch ($n_1=1$), podložka s indexem lomu n_3 , přičemž $n_3 > n_2 > n_1$:

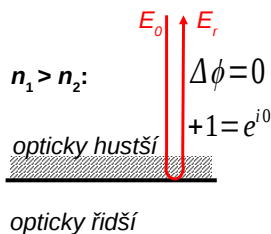
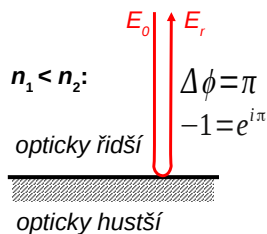
Podmínka interferenčního maxima:

$$\Delta\phi = 2 h k n_2 = \frac{4 h n_2 \pi}{\lambda} \Rightarrow h = m \frac{\lambda}{2 n_2}$$

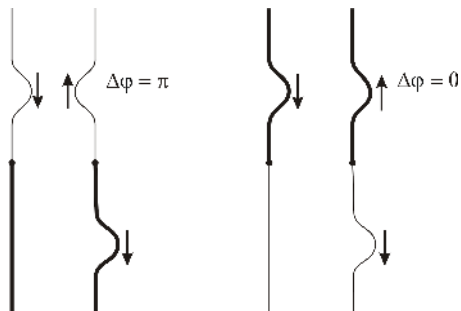
Příklady: bublina (A), olejová vrstva na vodě (B), tenká vrstva na skle (B), ...

Proč a jak se mění fáze při odrazu světla na rozhraní? Předpokládejme kolmý odraz:

$$E_r = E_0 \cdot r, \quad \text{Fresnelův koeficient } r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} = \pm \frac{|n_1 - n_2|}{n_1 + n_2}$$



Analogie s mechanickým vlněním šířícím se uzlem spojujícím tenké a tlusté lano:

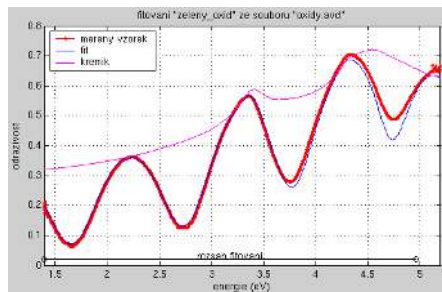


Kolmý odraz: Jak ho zařídit v mikroskopu či spektrometru:

- a) polopropustné zrcátko
- b) vláknová optika

$$R(\lambda) = \frac{(r_1 r_s)^2 - 4r_1 r_s \sin^2 \phi}{(1 + r_1 r_s)^2 - 4r_1 r_s \sin^2 \phi}$$

$$\phi = 2\pi d n_1 / \lambda$$

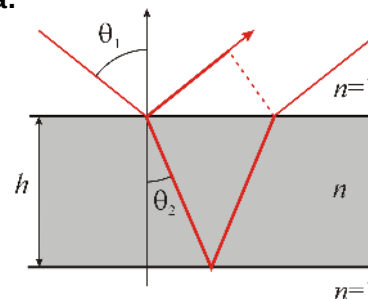


Fitted values: $d = 1060.8 \pm 1.4$ nm (0.14 %)
 $A = 1.4825 \pm 0.002$ (0.14 %)
 $B = 1500 \pm 230$ nm² (15.54 %)
 $C = 2.34e+008 \pm 2e+007$ nm⁴ (8.38 %)

Note: layer $n(300 \text{ nm})=1.5280$ $n(1080 \text{ nm})=1.4840$ $n(\text{avg})=1.5060$

61

Šikmý dopad světla:



Fázový posuv mezi paprsky:

$$\Delta\phi = \pi + 2h \left(\frac{kn}{\cos\theta_2} - k \tan\theta_2 \sin\theta_1 \right) = \pi + 2hk n \cos\theta_2$$

Podmínka interferenčního maxima:

$$\Delta\phi = 2m\pi$$

Proužky stejné tloušťky, proužky stejného sklonu.

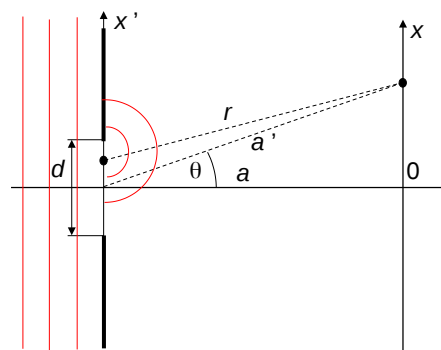
62

Hodina číslo 4

63

I.9. Difrakce na otvoru

Štěrbina



Body v otvoru štěrbiny emitují sekundární vlnění. Interference sekundárních vln se pozoruje na stínítku.

Intenzita elektrického pole v bodě x na stínítku je

$$E(x) = \int_{-d/2}^{d/2} dx' \frac{A}{r} e^{-i(\omega t - kr)}$$

Fraunhoferova aproximace $d \ll \sqrt{a\lambda}$

$$kr \approx k \left(a' - \frac{xx'}{a'} \right), \quad \frac{1}{r} \approx \frac{1}{a'}$$

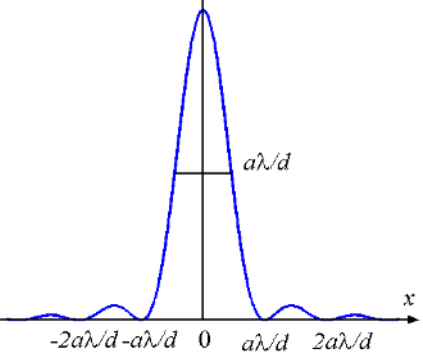
Nakonec vyjde

$$E(x) = \frac{A}{a'} e^{-i\omega t} d \operatorname{sinc} \left(\frac{kx d}{2a'} \right) \equiv \frac{A}{a'} e^{-i\omega t} d \operatorname{sinc} \left(\frac{k d}{2} \sin\theta \right) \quad \text{kde } \operatorname{sinc}(x) = \begin{cases} \frac{\sin(x)}{x} & \text{pro } x \neq 0 \\ 1 & \text{pro } x = 0 \end{cases}$$

64

Omezíme-li se na případ $|x| \ll a$, bude $a' \approx a$ a intenzita vlnění v místě x je

$$I(x) = I_{\max} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi x d}{\lambda a}\right)$$

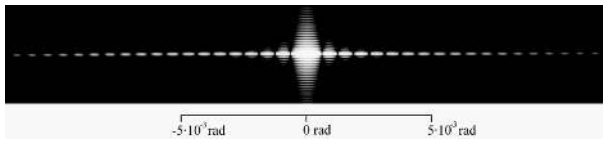


Minima intenzity jsou v bodech

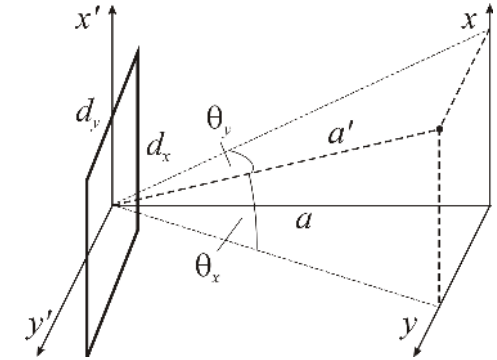
$$m \frac{a\lambda}{d}, \quad m = \pm 1, \pm 2, \dots$$

Šířka hlavního maxima v poloviční výšce je přibližně

$$\Delta x = \frac{a\lambda}{d}$$



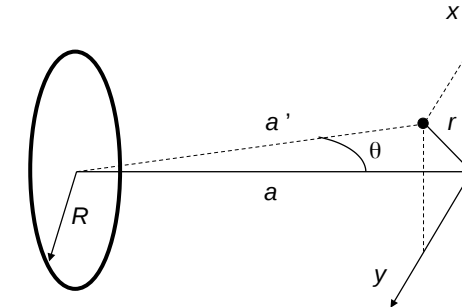
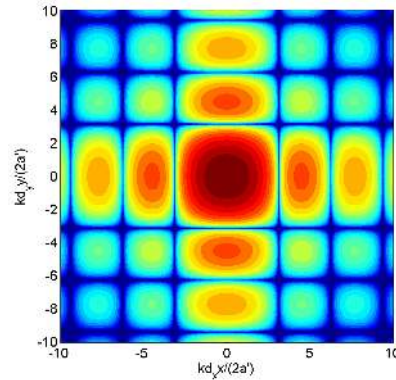
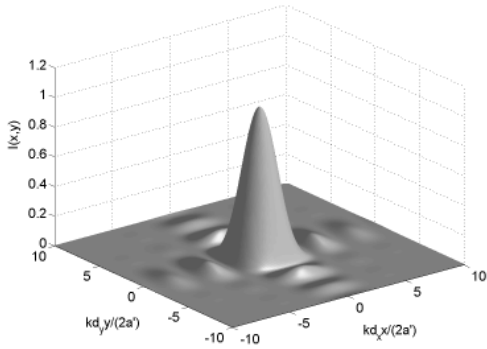
Difrakce na obdélníkovém otvoru



Difraktovaná intenzita je

$$I(x, y) = I_{\max} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi x d_x}{\lambda a'}\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi y d_y}{\lambda a'}\right) \equiv I_{\max} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi d_x}{\lambda} \sin \theta_x\right) \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi d_y}{\lambda} \sin \theta_y\right)$$

Difrakce na kruhovém otvoru

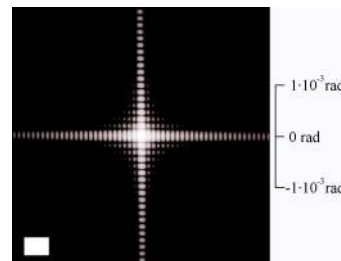


Difraktovaná intenzita je

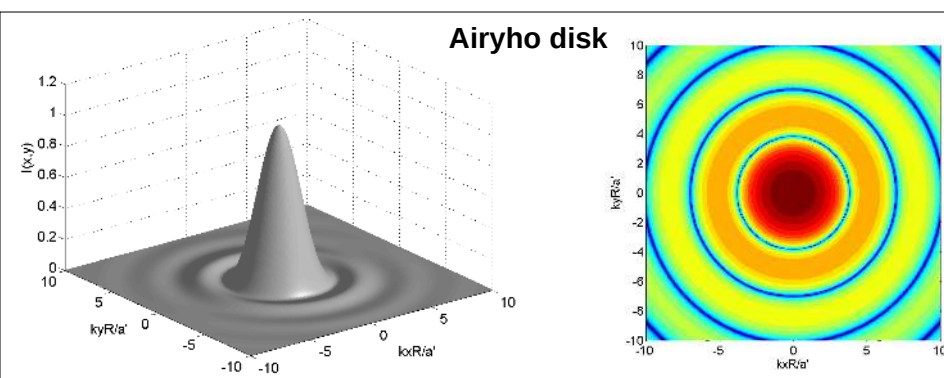
$$I(r) = I_{\max} \left(\frac{2J_1(krR/a')}{krR/a'}\right)^2 \equiv I_{\max} \left(\frac{2J_1(kR \sin \theta)}{kR \sin \theta}\right)^2$$

$J_1(x)$: Besselova funkce 1. řádu

Rozložení difraktované intenzity na stínítku



Airyho disk



První minimum difrakční intenzity vznikne pro

$$\sin \theta \approx 1,22 \frac{\lambda}{2R}$$

Toto rozložení intenzity se pozoruje v zadní ohniskové rovině spojky. Dva předměty se rozliší, je-li jejich úhlová vzdálenost větší než

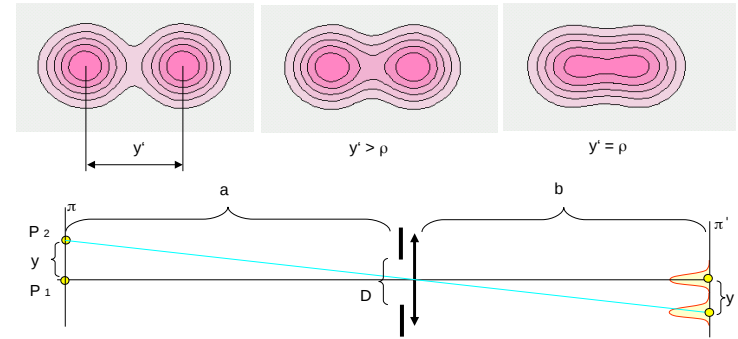
$$\Delta \theta_{\min} = 1,22 \frac{\lambda}{d}$$

kde d je průměr spojky (**Rayleighovo kritérium rozlišení**)



Minima: 1,22; 1,xx

Rayleighovo kritérium rozlišení: součet dvou křivek, maximum v minimu



1. Každý bod předmětu se zobrazí v nejlepším případě jako ploška o průměru $\rho = \lambda b / D$ a nazývá se **Airyho stopa**.
2. V obraze budou body P_1 a P_2 rozlišeny, když $y' > \rho$.

Mezní rozlišovací schopnost – lidské oko

Rayleighovo kritérium rozlišení: $\sin \theta \approx 1,22 \frac{\lambda}{d}$

Rozlišení oka:

1 úhlová minuta – dáno vzdáleností čípků na sítnici (cca 5 μm) a vzdáleností sítnice od zornice (cca 17 mm).

Jedna úhlová minuta je v radiánech $\times 10^5$:

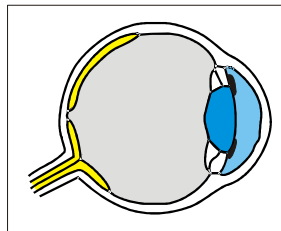
$$1' = (1,0/60) * \pi/180 = 0,291 \text{ mrad}$$

Zornice má průměr $d = 2$ až 8 mm.

Mezní difrakční úhel v radiánech je $1,22 * \lambda / d$:

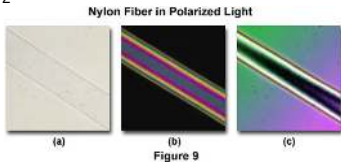
$$\text{Pro } 2 \text{ mm: } \theta_1 = 1,22 * 500 \text{e-}9 / 2 \text{e-}3 = 0,305 \text{ mrad}$$

$$\text{Pro } 8 \text{ mm: } \theta_2 = 1,22 * 500 \text{e-}9 / 8 \text{e-}3 = 0,076 \text{ mrad}$$

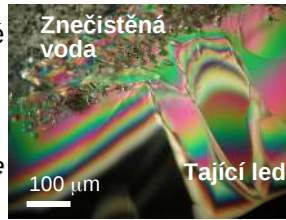


→ optimum je pro zamhouřenou zornici; pro roztaženou je rozlišení lepší než nezbytně nutné, ale do oka dopadá více světla.

Anizotropní rozložení indexu lomu (nekubické minerály, např. kalcit): vektorový charakter E – rozklad na polarizované vlny E_1 a E_2 – různé směry šíření řádného a mimořádného paprsku.



polarizační mikroskopie



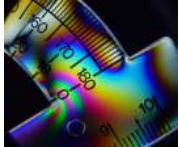
Anizotropie vyvolaná působením vnějších sil → **Fotoelasticimetrie**: Metoda pro zobrazení rozložení mechanického napětí (tedy i skrytých vad) v průhledných materiálech pomocí polarizace světla.

Využití: zdroj, polarizátor, 3D model (plexisklo) objektu (strojní součástka, most, ...), analyzátor, stínítko.

Menší zatížení: temně zbarvené izokliny (čáry stejných směrů hlavního napětí).

Větší zatížení: stejně zbarvené izochromáty (čáry stejných rozdílů hlavních napětí)

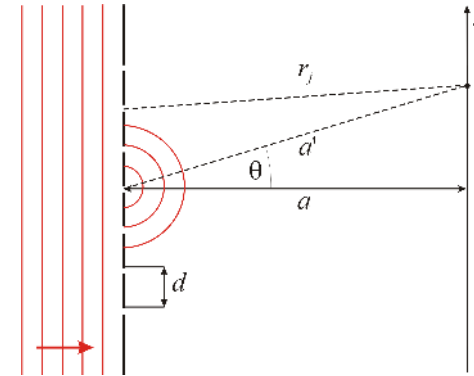
→ z nichž lze odvodit směr a velikost hlavního napětí.



Dvojlohm vyvolaný elektrickým polem: Kerrův jev

Difrakční mřížka – periodicky uspořádané totožné štěrbinny

Omezíme se na difrakční mřížku s N velmi úzkými dlouhými štěrbinami, každá štěrbina je zdrojem sekundární kulové vlny.



Výsledné elektrické pole

$$E(x) = \sum_{j=1}^N \frac{A}{r_j} e^{-i(\omega t - kr_j)}$$

Nechť platí Fraunhoferova aproximace

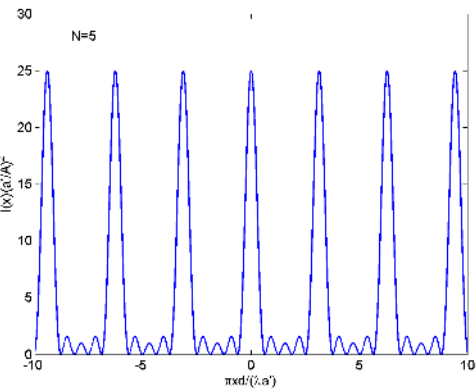
$$Nd \ll \sqrt{a\lambda}$$

Pak je

$$r_j \approx a' - j \frac{xd}{a'}$$

a nakonec vyjde

$$I(x) = \left| \frac{A}{a'} \right|^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{N\pi x d}{\lambda a'} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)}$$



Hlavní difrakční maxima jsou v bodech

$$\frac{kxd}{a'} = \frac{\pi xd}{\lambda a'} = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = m\pi$$

$$d \sin \theta = m\lambda \quad m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

$$\sin \theta \equiv \frac{x}{a'} = m \frac{\lambda}{d}$$

Intenzita v difrakčním maximu je

$$I_{\max} = N^2 \left| \frac{A}{a'} \right|^2$$

Mezi sousedními hlavními difrakčními maximy je $N-1$ nulových bodů intenzity, tj. $N-2$ vedlejších maxim.

Šířka hlavního maxima je přibližně rovna vzdálenosti mezi sousedními minimy:

$$\Delta(\sin \theta) \equiv \cos \theta \cdot \Delta \theta = \frac{\lambda}{Nd}$$

Použití difrakční mřížky: **mřížkový spektrograf**

Konečná velikost štěrbin ovlivní výšku difrakčních maxim, jejich poloha a šířka zůstanou nezměněny.

Difrakční mřížky s N vrypy:

$$I(x) = \left| \frac{A}{a'} \right|^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{N\pi x d}{\lambda a'} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)}$$

Vyjde to stejně pro $N = 2$???

Youngův pokus:

$$I(x) \approx I_{\max} \cos^2 \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)$$

Difrakce na mřížce vs Youngův pokus

Difrakční mřížky s N vrypy:

$$I(x) = \left| \frac{A}{a'} \right|^2 \frac{\sin^2 \left(\frac{N \pi x d}{\lambda a'} \right)}{\sin^2 \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)}$$

Vyjde to stejně pro $N = 2$???

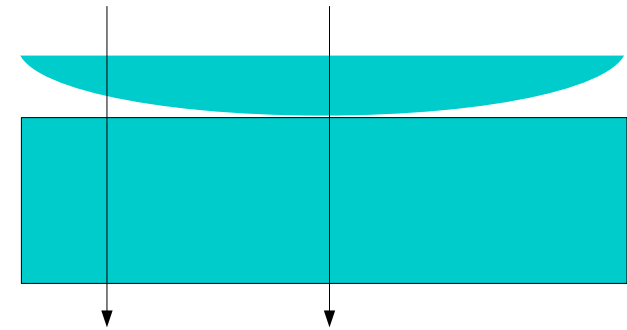
$$\frac{\sin \left(\frac{2 \pi x d}{\lambda a'} \right)}{\sin \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)} = \frac{2 \sin \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right) \cos \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)}{\sin \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)} = 2 \cos \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)$$

Youngův pokus:

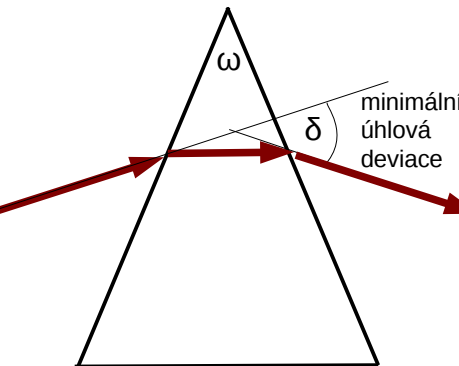
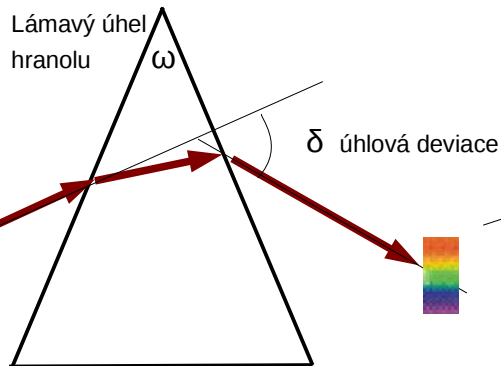
$$I(x) \approx I_{\max} \cos^2 \left(\frac{\pi x d}{\lambda a'} \right)$$

Newtonova skla

Pozorování v prošlém nebo v odraženém světle.



Průchod světla hranolem



Obecně:

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = \alpha + \gamma - \omega$$

$$\gamma = \text{asin} \left(\sin \omega \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \omega \sin \alpha \right)$$

Minimální deviace:

$$\delta = 2\alpha - \omega = \text{asin} \left(n \sin \frac{\omega}{2} \right) - \omega$$

$$n = \frac{\sin \beta_1}{\alpha} = \frac{\sin \frac{\delta_{\min} + \omega}{2}}{\sin \frac{\omega}{2}}$$