1. domácí úloha ze semináře z matematiky II, 25. 3. 2019

Verzi B odevzdejte do odevzdávárny do 4. 3. 2019

Verze A na procvičování.

1. Uvažujme vektorový prostor U a vněm dva vektorové podprostory V a W. Dokažte, že následující dva výroky jsou ekvivalentní.

(1) $V \cap W = \{0\}$.

(2) $(\forall u \in V + W)(\exists! v \in V)(\exists! w \in W)(u = v + w)$.

2. Napište definici limity reálné funkce f v bodě $a \in \mathbb{R}$. (Předpokládejte, že limita je reálné číslo.)

Z definice limity dokažte:

$$\lim_{x \to a}(f(x) + g(x)) = \lim_{x \to a} f(x) + \lim_{x \to a} g(x),$$

pokud limity vpravo existují.

Verze B pro ty, co na cvičení nemusejí chodit.

1b. Nechť U je vektorový prostor a $\varphi : U \to U$ lineární zobrazení takové, že $\varphi \circ \varphi = \mathrm{id}$. Pak je prostor U direktním součtem

$$U = \ker(\varphi - \mathrm{id}) \oplus \ker(\varphi + \mathrm{id}).$$

Dokažte.

2b. Spočtěte stou derivaci funkce

$$\frac{x^2 + 1}{x^3 - x}.$$