Zápočtová písemka z Geometrie 3
Varianta A

Datum: 15. 5. 2019
Jméno:

1	2	3	Σ

---

1) (3 × 1 b.) *Zadejte rovnicemi libovolné afinní zobrazení v $\mathcal{A}_3$, která (pokud takové afinní zobrazení neexistuje, podejte stručné vysvětlení, proč):*

(a) *má právě jeden samodružný bod;*
(b) *má samodružné body* $[1,1,1]$, $[2,1,1]$, $[1,2,1]$ *a* $[1,1,2]$ *a není identitou;*
(c) *zobrazuje přímku* $p : X = [0,0,0] + t(1,0,0)$ *do jediného bodu.*

2) *Afinní zobrazení* $f : \mathcal{A}_3 \to \mathcal{A}_3$ *je zadáno obrazy trojice lineárně nezávislých vektorů a samodružným bodem* $K[-3,2,3]$*:*

$$f((1,1,0)) = (-2,4,6)$$
$$f((0,1,1)) = (-1,2,3)$$
$$f((2,0,1)) = (1,1,3)$$

(a) (2 b.) *Určete rovnice afinního zobrazení f.*
(b) (3 b.) *Určete vlastní čísla, vlastní vektory a samodružné body zobrazení f.*
(c) (1 b.) *Geometricky popište afinní zobrazení f, včetně určujících prvků.*

3) *O zobrazení g víte, že se jedná o shodnost a má přímku samodružných bodů* $p \equiv X = [3,2,0] + t(1,0,2)$ *a vlastní směry* $(1,1,1,)$ *a* $(-2,1,1)$*.*

(a) (1 b.) *Určete, kolik takových zobrazení f existuje (včetně počtu jednotlivých druhů takových zobrazení).*
(b) (2 b.) *Napište rovnice symetrie podle přímky p.*

Řešení A

1. (b) Neexistuje, protože zachovává čtyři body v obecné poloze (musí to být identita).

2. (a)

$$
\begin{aligned}
f : x' &= - 2y + z - 2 \\
y' &= x + 3y - z + 2 \\
z' &= 2x + 4y - z + 4
\end{aligned}
$$

   (b) $\lambda_{1,2} = 1, \mathbf{u}_1 = (-2, 1, 0), \mathbf{u}_2 = (1, 0, 1)$
   $\lambda_3 = 0, \mathbf{u}_3 = (-1, 1, 2)$
   $\varrho : X = [-3, 2, 3] + t(-2, 1, 0) + s(1, 0, 1)$

   (c) Jedná se o rovnoběžnou projekci prostoru $\mathcal{A}_3$ do roviny ϱ ve směru vektoru $(-1, 1, 2)$.

   (d) Řešení 4 chybí, vloudil se mi tam totiž překlep, díky němuž tři zadané vektory nejsou navzájem kolmé. Správný počet žádaných zobrazení je kvůli tomu reálně jen 3 (kdyby byly kolmé, byly by 4), rovina se zaměřením generovaným dvěma vektory není kolmá na přímku, takže podle toho, jaký jste použili postup, jste mohli dostat různé rovnice. Každý postup, který by normálně vedl k výsledku dostal plný počet bodů.