Bi7491 Regresní modelování

Logistický model

Co byste již měli vědět a umět?

- Vědět, jak se definuje lineární regresní model
- Vysvětlit předpoklady regresních modelů
- Umět použít v lineárním regresním modelu různé typy prediktorů
- Vědět, co je multikolinearita, jak ji zjistit a jak se s ní vypořádat
- Umět se vypořádat s chybějícími daty
- Vědět, co je interakce, jak ji poznat, a jak ji zohlednit v konstruovaném modelu
- Znát možnosti kauzálního působení různých faktorů, umět popsat rozdíl mezi zkreslující proměnnou a mediátorem, popisovat jednoduché vztahy pomocí modelových diagramů
- Znát základní pravidla pro zařazování proměnných do modelu
- Umět posoudit splnění modelových předpokladů pomocí grafických nástrojů

IBA MUNI MED Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita

Co byste měli vědět a umět po dnešní hodině ?

- Znát užitečné veličiny pro měření vztahu/účinku: poměr rizik a poměr šancí
- Znát princip metody maximální věrohodnosti
- Vědět, co nového nám ve srovnání s klasickým lineárním modelem mohou poskytnout zobecněné lineární modely
- Umět nadefinovat logistický model a popsat jeho užití
- Znát základní metody pro ověření předpokladů modelu

IBA MUNI MED Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita

Logistický model

Poměr rizik a poměr šancí

Motivace

- Sledujeme souvislost věku matky a výskytu náhlého úmrtí kojence (SIDS). Výsledky dány v tabulce:

SIDS	Věk matky		
	Do 25 let	25 a více let	Celkem
Ano	29	15	44
Ne	7301	11241	18542
Celkem	7330	11256	18586

- Jak rozhodnete o závislosti uvedených veličin? Můžete nějak kvantifikovat sílu vztahu mezi veličinami?

Motivace

- Sledujeme souvislost věku matky a výskytu náhlého úmrtí kojence (SIDS). Výsledky dány v tabulce:

SIDS	Věk matky		
	Do 25 let	25 a více let	Celkem
Ano	29	15	44
Ne	7301	11241	18542
Celkem	7330	11256	18586

- Pomocí Pearsonova chí-kvadrát nebo Fisherova exaktního testu můžeme rozhodovat o závislosti/nezávislosti dvou sledovaných veličin. Testy ale neumožňují tento vztah kvantifikovat.
- **Má-li to smysl a chceme-li kvantifikovat (rozhodovat o těsnosti této závislosti) můžeme použít tzv. relativní riziko a poměr šancí.**

IBA MUNI MED
Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita

Relativní riziko = **Relative risk**

- Výpočet relativního rizika (RR) umožňuje srovnat pravděpodobnosti výskytu sledovaného jevu ve dvou různých skupinách.
- 1. skupina – **experimentální nebo skupina s expozicí určitému faktoru**
- 2. skupina – **kontrolní nebo skupina bez expozice**

$$RR = \frac{\text{Pravděpodobnost výskytu jevu v 1. skupině (experimentální)}}{\text{Pravděpodobnost výskytu jevu ve 2. skupině (kontrolní)}} = \frac{P_1}{P_0}$$

Sledovaný jev	Skupina		
	Experimentální	Kontrolní	Celkem
Ano	*a*	*b*	*a* + *b*
Ne	*c*	*d*	*c* + *d*
Celkem	*a* + *c*	*b* + *d*	*n*

$$RR = \frac{P_1}{P_0} = \frac{\frac{a}{a+c}}{\frac{b}{b+d}}$$

Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita

Příklad – relativní riziko

- Sledujeme souvislost věku matky a výskytu náhlého úmrtí kojence (SIDS).

  Výsledky dány v tabulce:

SIDS	Věk matky		
	Do 25 let	25 a více let	Celkem
Ano	29	15	44
Ne	7301	11241	18542
Celkem	7330	11256	18586

$$RR = \frac{P_1}{P_0} = \frac{\frac{a}{a+c}}{\frac{b}{b+d}} = \frac{\frac{29}{29+7301}}{\frac{15}{15+11241}} = 2{,}97$$

Riziko výskytu SIDS u dětí matek ve věku do 25 je téměř třikrát vyšší než u dětí matek rodících ve vyšším věku.

Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita

Riziko vs. „šance“ (odds)

- **Riziko** – odhad pravděpodobnosti vzniku onemocnění
- **Relativní riziko** – poměr dvou pravděpodobností

- **Šance** – poměr pravděpodobnosti výskytu jevu a výskytu opačného jevu

$$odds = \frac{P_1}{1 - P_1}$$

  - nabývá hodnot mezi 0 a nekonečnem

  - pokud kůň vyhraje s pravděpodobností 10%, jaká je jeho **šance** na výhru?

Poměr šancí = **Odds ratio**

- Poměr šancí (OR) je další charakteristikou, která umožňuje srovnat výskyt sledovaného jevu ve dvou různých skupinách.
- 1. skupina – **experimentální nebo skupina s expozicí určitému faktoru**
- 2. skupina – **kontrolní nebo skupina bez expozice**

$$OR = \frac{\dfrac{\text{Pravděpodobnost výskytu jevu v 1. skupině (experimentální)}}{\text{1 – Pravděpodobnost výskytu jevu v 1. skupině (experimentální)}}}{\dfrac{\text{Pravděpodobnost výskytu jevu ve 2. skupině (kontrolní)}}{\text{1 – Pravděpodobnost výskytu jevu ve 2. skupině (kontrolní)}}} = \frac{O_1}{O_0} = \frac{\dfrac{P_1}{1-P_1}}{\dfrac{P_0}{1-P_0}}$$

Sledovaný jev	Skupina		
	Experimentální	Kontrolní	Celkem
Ano	*a*	*b*	*a + b*
Ne	*c*	*d*	*c + d*
Celkem	*a + c*	*b + d*	*n*

$$OR = \frac{\dfrac{P_1}{1-P_1}}{\dfrac{P_0}{1-P_0}} = \frac{\dfrac{a}{c}}{\dfrac{b}{d}}$$

IBA MUNI MED
Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita

Příklad – odds ratio

- Sledujeme souvislost věku matky a výskytu náhlého úmrtí kojence (SIDS).

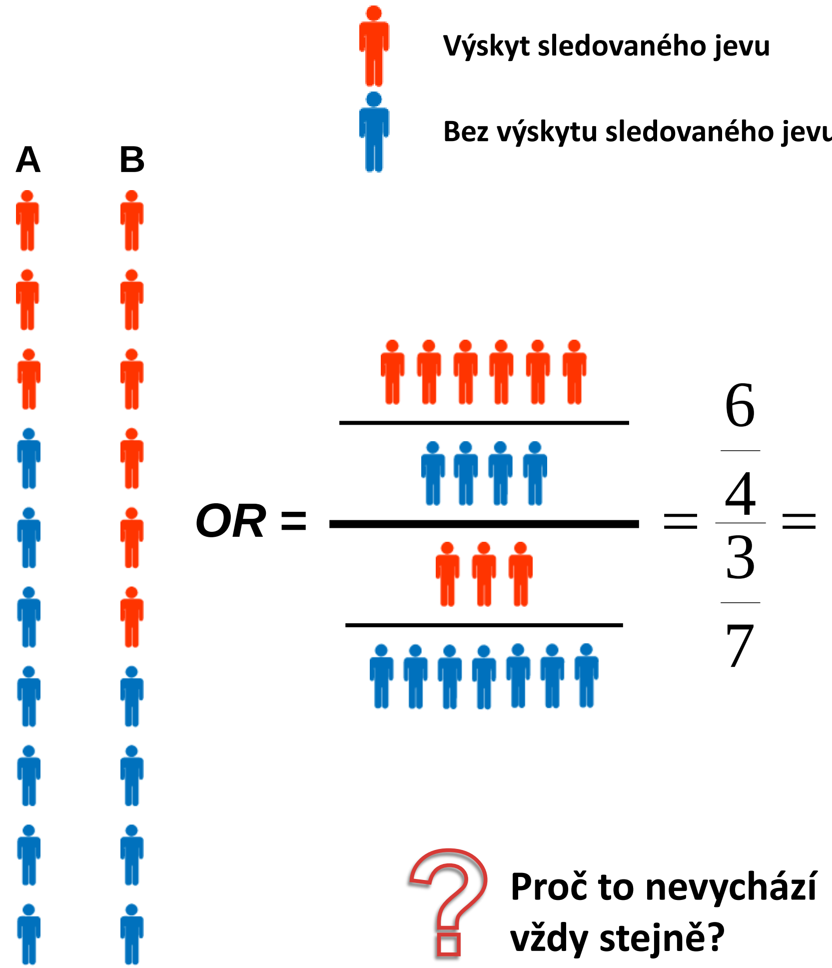
  Výsledky dány v tabulce:

SIDS	Věk matky		
	Do 25 let	25 a více let	Celkem
Ano	29	15	44
Ne	7301	11241	18542
Celkem	7330	11256	18586

$$OR = \frac{\dfrac{P_1}{1-P_1}}{\dfrac{P_0}{1-P_0}} = \frac{\dfrac{a}{c}}{\dfrac{b}{d}} = \frac{\dfrac{29}{7301}}{\dfrac{15}{11241}} = 2{,}98$$

„Šance“ na výskyt SIDS u dětí matek ve věku do 25 je téměř třikrát vyšší než u dětí matek rodících ve vyšším věku.

Grafické srovnání *RR* a *OR*



$$RR = \frac{\frac{6}{10}}{\frac{3}{10}} = 2$$

$$OR = \frac{\frac{6}{4}}{\frac{3}{7}} = 3.5$$

Proč to nevychází vždy stejně?

IBA MUNI MED
Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita

Komentáře k RR, OR

- hodnota relativního rizika leží mezi 0 a $1/P_0$
- pro běžné jevy nelze pozorovat vysoké hodnoty relativního rizika

  pokud je riziko v kontrolní skupině 66%, maximální RR je 1,5

- OR je obtížnější interpretovat
- může být vhodné konvertovat na RR, musíme ale znát riziko v kontrolní skupině

$$RR = \frac{OR}{1 - P_0(1 - OR)} \qquad OR = \frac{RR(1 - P_0)}{1 - P_0 RR}$$

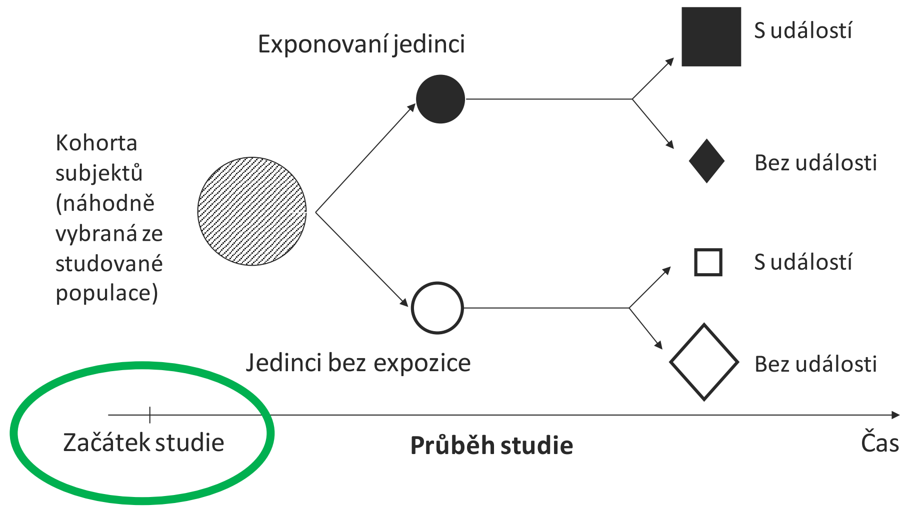
- nevychází stejně, ale oba jsou validní ukazatele účinku

? kdy spolu obě veličiny RR a OR splývají?

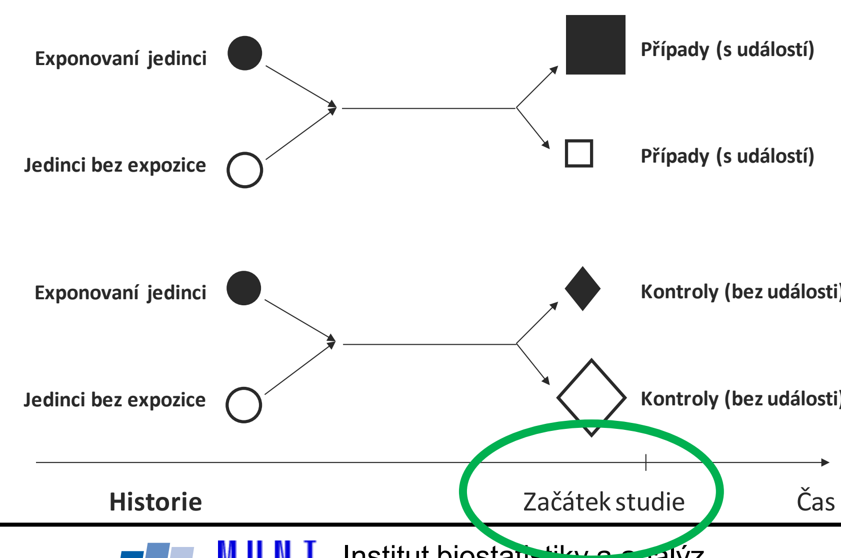
IBA MUNI MED Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita

Základní typy epidemiologických studií

- **Kohortová studie**
- U některých subjektů je rizikový faktor přítomen a u jiných ne → sledujeme v čase, zda se vyskytne událost.



- **Studie případů a kontrol**
- U některých subjektů se událost vyskytla a u jiných ne → zpětně hodnotíme, zda se liší s ohledem na nějaký rizikový faktor.



Použití *RR* a *OR*

- **Kohortová studie –** u některých subjektů je rizikový faktor přítomen a u jiných ne → sledujeme, zda se vyskytne událost.
- Zjištěná pravděpodobnost výskytu události v kontrolní skupině je reprezentativní, neboť prospektivně zařazujeme všechny pacienty

  → korektní použití *RR*.

- **Studie případů a kontrol –** u některých subjektů se událost vyskytla a u jiných ne → zpětně hodnotíme, zda se liší s ohledem na nějaký rizikový faktor.
- Zjištěná pravděpodobnost výskytu události v kontrolní skupině není reprezentativní, neboť ji ovlivňujeme zpětným výběrem skupin subjektů.

  → nekorektní použití *RR*.

  → korektní použití *OR*.

Poměr šancí – další příklad

Protektivní účinek hormonální antikoncepce na riziko zhoubného nádoru vaječníku

TABLE 2. Oral contraceptive use characteristics, including estrogen and progestin dose, among ovarian cancer cases and controls, Delaware Valley area, May 1994 to June 1998

Variable	Cases (*n* = 767)	Controls (*n* = 1,367)	Crude OR*	95% CI*	Adjusted OR†	95% CI
Oral contraceptive use						
Never	341	426	1.0		1.0	
Ever	426	940	0.6	0.5, 0.7	0.6	0.5, 0.8

Ovarian cancer	OC user		
	Yes	No	Total
Yes	426	341	767
No	940	426	1366
Total	1366	767	2133

$$OR = \frac{\frac{P_1}{1-P_1}}{\frac{P_0}{1-P_0}} = \frac{\frac{a}{c}}{\frac{b}{d}} = \frac{\frac{426}{940}}{\frac{341}{426}} = 0{,}6$$

„Šance“ na zhoubný nádor ovarií se snižuje o 40%

Zdroj: Risk of Ovarian Cancer in Relation to Estrogen and Progestin Dose and Use Characteristics of Oral Contraceptives, Ness a kol. 2000

Logistický model

Metoda maximální věrohodnosti

Metoda maximální věrohodnosti

- Autorem je R. A. Fisher (1922). Anglicky „maximum likelihood estimation“.
- Máme *n* nezávislých stejně rozdělených pozorování (i.i.d.) z rozdělení s hustotou $f(x;\theta)$.
- **Sdružená hustota** odpovídající *n* pozorovaným hodnotám $x_1, x_2, \ldots, x_n$ je:

$$f(x_1,\ldots,x_n \mid \theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta)$$

- Sdružená hustota vyjadřuje(za předpokladu, že známe θ), jak moc je pravděpodobné, že pozorované hodnoty pochází z rozdělení s hustotou $f(x;\theta)$
- **Pointa metody maximální věrohodnosti**: Dívat se na sdruženou hustotu jako na funkci θ a vybrat θ takové, aby výraz $f(x_1,\ldots,x_n \mid \theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i;\theta)$ byl co největší (maximum).

Věrohodnostní funkce

- Zavádíme tzv. **věrohodnostní funkci** („likelihood function“):

$$L(\theta \mid x_1,\ldots,x_n) = f(x_1,\ldots,x_n \mid \theta)$$

- Maximálně věrohodný odhad, značíme ho $\hat{\theta}_{MLE}$, je číslo, které maximalizuje věrohodnostní funkci, tedy

$$\hat{\theta}_{MLE} = \underset{\theta\in\Theta}{\arg\max}\, L(\theta \mid x_1,\ldots,x_n)$$

- Výpočetně se jedná o řešení rovnice (rovnic):

$$dL(\theta \mid x_1,\ldots,x_n)/d\theta = 0$$

- Musíme si ještě ověřit, že se jedná o maximum – např. pomocí druhých derivací.

Logaritmus věrohodnostní funkce

- Často je výhodnější (hlavně výpočetně jednodušší) maximalizovat logaritmus věrohodnostní funkce:

$$l(\theta \mid x_1, \ldots, x_n) = \ln L(\theta \mid x_1, \ldots, x_n) = \ln \prod_{i=1}^{n} f(x_i; \theta) = \sum_{i=1}^{n} \ln f(x_i; \theta)$$

Příklad
ML odhad parametru μ normálního rozdělení

- Máme *n* i.i.d. pozorování z normálního rozdělení: $x_1, x_2, \ldots, x_n$.
- Sdružená hustota má tvar:

$$f(x_1,\ldots,x_n \mid \mu,\sigma^2) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x_i-\mu)^2/2\sigma^2}$$

- Logaritmus věrohodnostní funkce má tvar:

$$\ln L(\mu,\sigma^2 \mid x_1,\ldots,x_n) = \;?$$

- Parciální derivace logaritmu věrohodnostní funkce mají tvar:

$$\partial \ln L / \partial\mu = \;?$$

$$\partial \ln L / \partial\sigma^2 = \;?$$

Příklad
ML odhad parametru μ normálního rozdělení

- Máme *n* i.i.d. pozorování z normálního rozdělení: $x_1, x_2, \ldots, x_n$.
- Sdružená hustota má tvar:

$$f(x_1,\ldots,x_n \mid \mu,\sigma^2) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-(x_i-\mu)^2/2\sigma^2}$$

- Logaritmus věrohodnostní funkce má tvar:

$$\ln L(\mu,\sigma^2 \mid x_1,\ldots,x_n) = -\frac{n}{2}\ln 2\pi - \frac{n}{2}\ln\sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2$$

- Parciální derivace logaritmu věrohodnostní funkce mají tvar:

$$\partial \ln L / \partial\mu = \frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu) = 0$$

$$\partial \ln L / \partial\sigma^2 = -\frac{n}{2\sigma^2} + \frac{1}{2\sigma^4}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\mu)^2 = 0$$

Příklad
ML odhad parametru μ normálního rozdělení

- Výsledkem jsou následující odhady:

$$\hat{\mu}_{MLE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = x$$

$$\hat{\sigma}^2_{MLE} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} (x_i - x)^2$$

Logistický model

Zobecněný lineární model

Zobecněný lineární model

- zobecnění mnoha existujících statistických modelů
- John A. Nelder (1924-2010), Robert W.M. Wedderburn (1947-1975)

J. R. Statist. Soc. A,
(1972), **135**, *Part* 3, p. 370

Generalized Linear Models

By J. A. Nelder and R. W. M. Wedderburn

Rothamsted Experimental Station, Harpenden, Herts

Summary

The technique of iterative weighted linear regression can be used to obtain maximum likelihood estimates of the parameters with observations distributed according to some exponential family and systematic effects that can be made linear by a suitable transformation. A generalization of the analysis of variance is given for these models using log-likelihoods. These generalized linear models are illustrated by examples relating to four distributions; the Normal, Binomial (probit analysis, etc.), Poisson (contingency tables) and gamma (variance components).

The implications of the approach in designing statistics courses are discussed.

Zobecněný lineární model

- zobecnění mnoha existujících statistických modelů
- John A. Nelder (1924-2010), Robert W.M. Wedderburn (1947-1975)

Klasický model nezávislé normální

1. **Náhodná část** $EY_i = \mu_i \qquad DY_i = \sigma^2$ **Předpoklad rozložení**

2. **Systematická část** $\eta_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j X_{ij}$ **Lineární prediktor**

3. **Spojení mezi náhodnou a systematickou částí** $\mu_i = \eta_i$ **Linkovací funkce**

Zobecněný lineární model

- zobecnění mnoha existujících statistických modelů
- John A. Nelder (1924-2010), Robert W.M. Wedderburn (1947-1975)

Klasický model nezávislé normální

1. **Náhodná část** $EY_i = \mu_i \quad DY_i = \sigma^2$ **Předpoklad rozložení**

   Třída exponenciálních rozdělení

2. **Systematická část** $\eta_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{p} \beta_j X_{ij}$ **Lineární prediktor**

3. **Spojení mezi náhodnou a systematickou částí** $\mu_i = \eta_i$ **Linkovací funkce**

   Vhodné funkce

ODHAD PARAMETRŮ METODOU MAXIMÁLNÍ VĚROHODNOSTI

Čemu se budeme věnovat?

- **Logistická regrese**
  - binomické (alternativní) rozdělení výsledku, linkovací funkce logit(.)
- **Poissonova regrese**
  - Poissonovo rozdělení výsledku, linkovací funkce ln(.)

- pozdrobněji o zobecněných lineárních modelech
  - viz předmět **M7222 Zobecněné lineární modely**

IBA MUNI MED
Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita

Logistická regrese

Binomické rozdělení

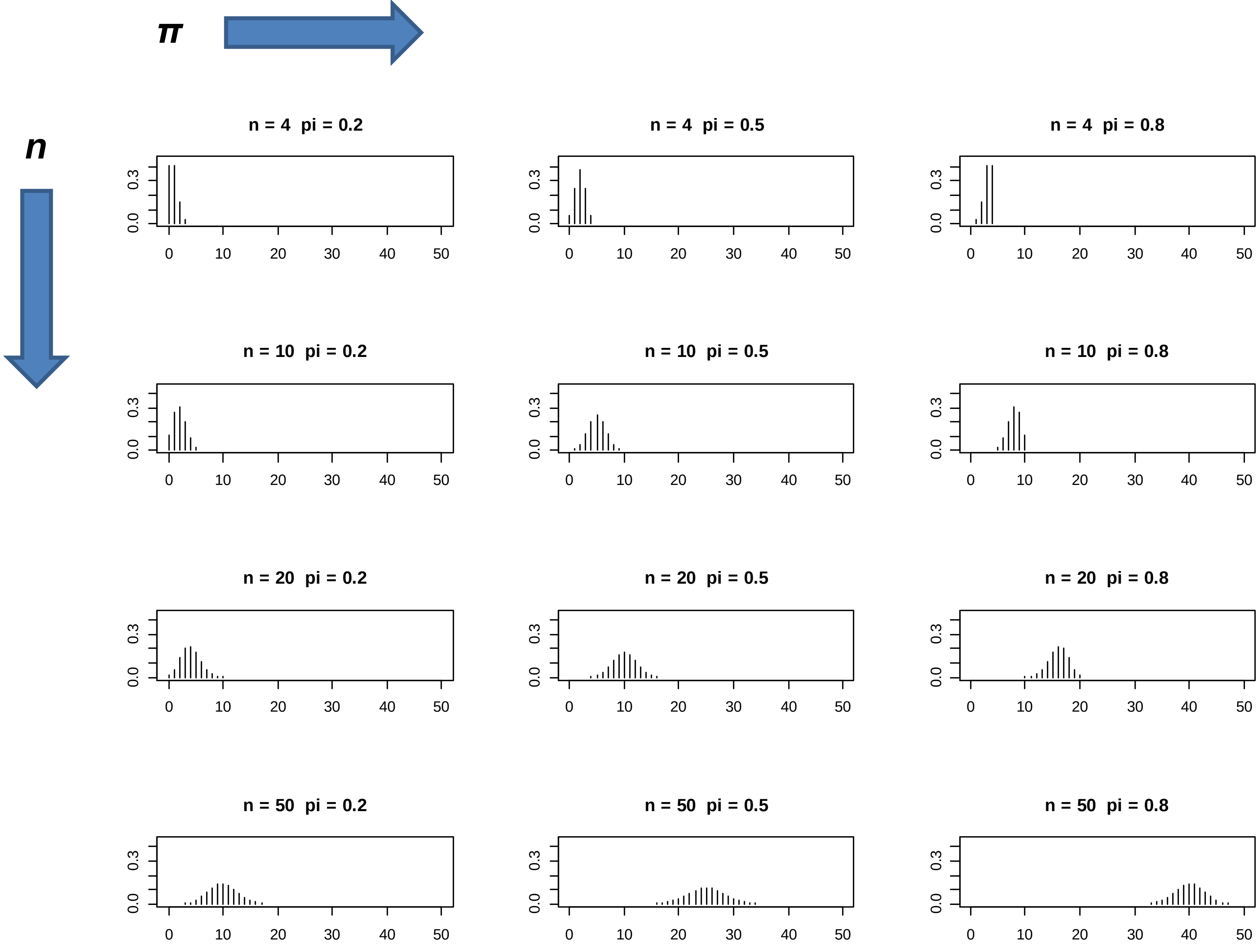
- Diskrétní rozdělení, které **popisuje počet výskytů sledované události** (ve formě nastala/nenastala) **v sérii *n* nezávislých experimentů**, kdy v každém experimentu **je stejná pravděpodobnost výskytu** události a je ***p* = π**.

- Pravděpodobnostní funkce:

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \pi^k (1-\pi)^{n-k}$$

- Střední hodnota $E(X) = n\pi$

- Rozptyl $D(X) = n\pi(1-\pi)$


π
n
n = 4 pi = 0.2
n = 4 pi = 0.5
n = 4 pi = 0.8
n = 10 pi = 0.2
n = 10 pi = 0.5
n = 10 pi = 0.8
n = 20 pi = 0.2
n = 20 pi = 0.5
n = 20 pi = 0.8
n = 50 pi = 0.2
n = 50 pi = 0.5
n = 50 pi = 0.8
0.0
0.3
0
10
20
30
40
50

Formulace logistického modelu

- Uvažujeme binární výsledek, který chceme vztáhnout ke známým vysvětlujícím proměnným – modelujeme pomocí alternativního (binomického) rozdělení

$$Y_i \sim A(\pi_i)$$

$$i = 1, \ldots, n$$

Formulace logistického modelu

Normální lineární regresní model:

$$EY_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \ldots + \beta_p x_{ip}$$

$$i = 1, \ldots, n$$

Logistický regresní model – modelujeme **pravděpodobnost události pro i-tý subjekt:**

$$\boxed{\operatorname{logit}(p_i)} = \boxed{\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \ldots + \beta_p x_{ip}}$$

linkovací funkce lineární prediktor (označujeme písmenem η – „éta“)

Linkovací funkce

$$\mathrm{logit}(p) = \ln \frac{p}{1-p}$$

$$\mathrm{logit}^{-1}(\eta) = \mathrm{expit}(\eta) = \frac{\exp(\eta)}{1+\exp(\eta)}$$

logit(p)

p

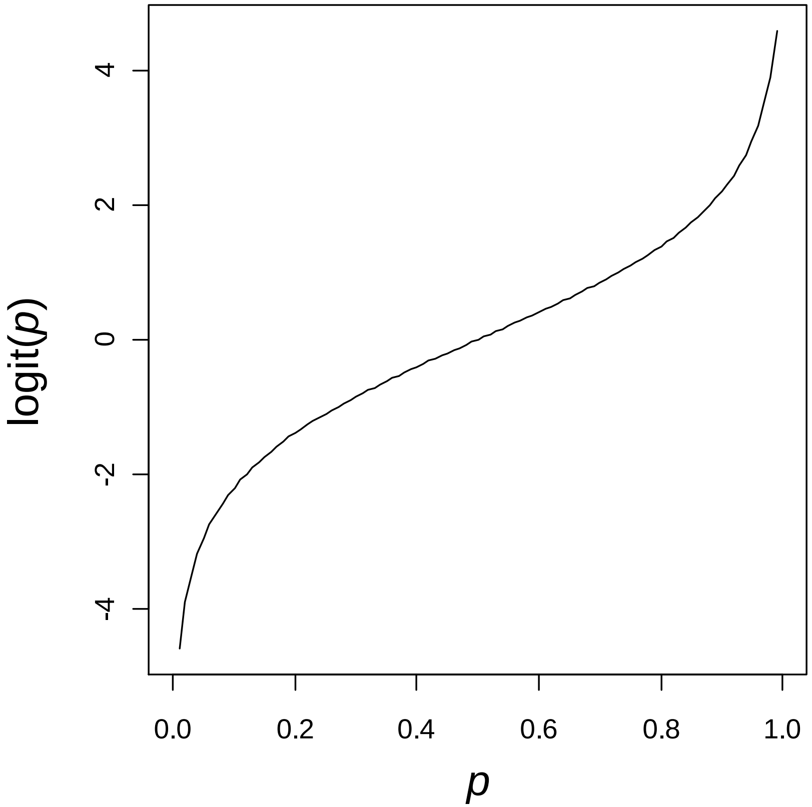
expit(η)

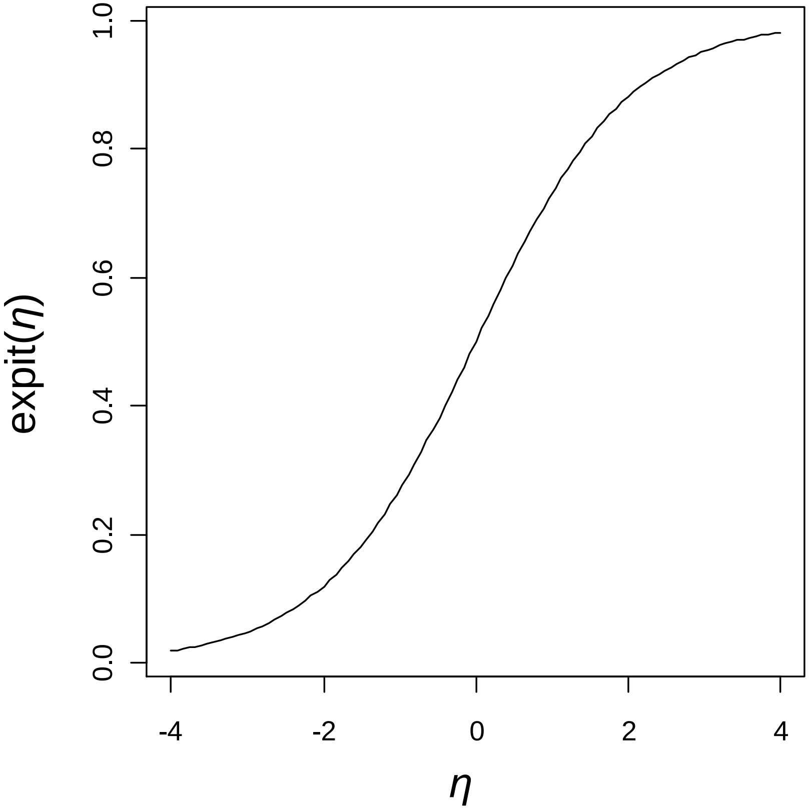
η

Linkovací funkce

$$\text{logit}(p) = \ln \frac{p}{1-p}$$

$$\text{logit}^{-1}(\eta) = \text{expit}(\eta) = \frac{\exp(\eta)}{1+\exp(\eta)}$$





IBA MUNI MED
Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita

Interpretace koeficientů

Subjekt 1:

$$\text{logit}\,(p_1) = \beta_0$$

$$\ln \frac{p_1}{1-p_1} = \beta_0$$

$$\frac{p_1}{1-p_1} = \exp(\beta_0)$$

Subjekt 2:

$$\text{logit}\,(p_2) = \beta_0 + \beta_1$$

$$\ln \frac{p_2}{1-p_2} = \beta_0 + \beta_1$$

$$\frac{p_2}{1-p_2} = \exp(\beta_0 + \beta_1)$$

Parametr asociovaný s nějakým binárním prediktorem

Odds ratio (poměr šancí) na nějakou událost:

$$OR(2,1) = \frac{\dfrac{p_2}{1-p_2}}{\dfrac{p_1}{1-p_1}} = \frac{\exp(\beta_0+\beta_1)}{\exp(\beta_0)} = \frac{\exp(\beta_0)\exp(\beta_1)}{\exp(\beta_0)} = \exp(\beta_1)$$

Exp(odhad parametru) PŘEDSTAVUJE ODDS RATIO SPOJENÉ S DANÝM PREDIKTOREM

Interpretace koeficientů – příklad 1 Rizikové faktory pro trombózu spojenou s chemoterapií

Table 2. Predictors of venous thromboembolism in the derivation cohort by multivariate logistic regression analysis

Patient characteristic	β	Odds ratio* (95% CI)
Site of cancer		
Very high risk (stomach, pancreas)	1.46	4.3 (1.2-15.6)
High risk (lung, lymphoma, gynecologic, genitourinary excluding prostate)	0.43	1.5 (0.9-2.7)
Low risk (breast, colorectal, head and neck)	0.0	1.0 (reference)
Prechemotherapy platelet count 350×10^9/L or more	0.60	1.8 (1.1-3.2)
Hemoglobin level less than 100 g/L or use of red cell growth factors	0.89	2.4 (1.4-4.2)
Prechemotherapy leukocyte count more than 11×10^9/L	0.77	2.2 (1.2-4)
BMI 35 kg/m^2 or more	0.90	2.5 (1.3-4.7)

*Odds ratios are adjusted for stage.

Zdroj: Development and validation of a predictive model for chemotherapy-associated thrombosis, Khorana a kol. 2008

IBA MUNI MED
Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita

Interpretace koeficientů – příklad 2
Rizikové faktory pro pooperační plicní komplikace

Table 6

Results from the multiple logistic regression analysis, relating the probability of postoperative pulmonary complications to various covariates.

Covariate	$\chi2$ (df)	*P*	Odds-ratio (CI)
Type of operation	33.7 (2)	<0.0001	
Abdominal vs. orthopaedic			10.18 (3.69–28.12)
Gynaecological vs. orthopaedic			1.95 (0.51–7.39)
Special risk group			
Pancuronium and a TOF-ratio below 0.7	11.9 (1)	0.0006	5.08 (2.12–12.15)
Duration of anaesthesia			
dichotomized, above vs. below 200 min	10.4 (1)	0.0013	3.32 (1.60–6.88)
Age			
linear effect for each 10 years	19.7 (1)	<0.0001	1.63 (1.29–2.06)

Zdroj: Residual neuromuscular block is a risk factor for postoperative pulmonary complications, Berg a kol. 1997

Logistický model

Ověření správnosti modelu

Správnost modelu

Pozorované hodnoty výsledku $\mathbf{y}, \mathbf{y}' = (y_1, y_2, \ldots, y_n)$

Predikované hodnoty výsledku $\hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{y}}' = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, \ldots, \hat{y}_n)$

1. **Pozorované a predikované hodnoty od sebe nejsou příliš vzdáleny**
   - celková shoda
2. **Žádné z pozorování k celkové vzdálenosti extrémně nepřispívá**
   - individuální komponenty celkové statistiky, další metody
   - analýza reziduí

IBA MUNI MED Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita

Celková shoda
(*overall goodness of fit*)

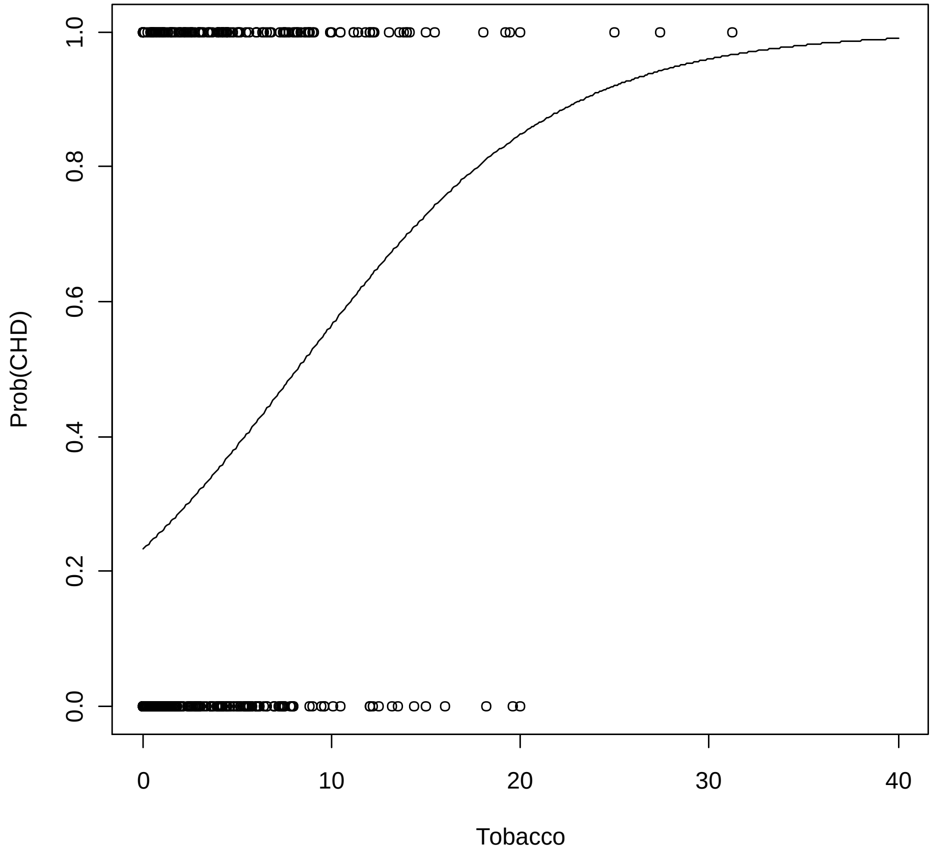
- Nulová hypotéza:

  Skutečná regresní funkce je rovna modelové funkci

Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita

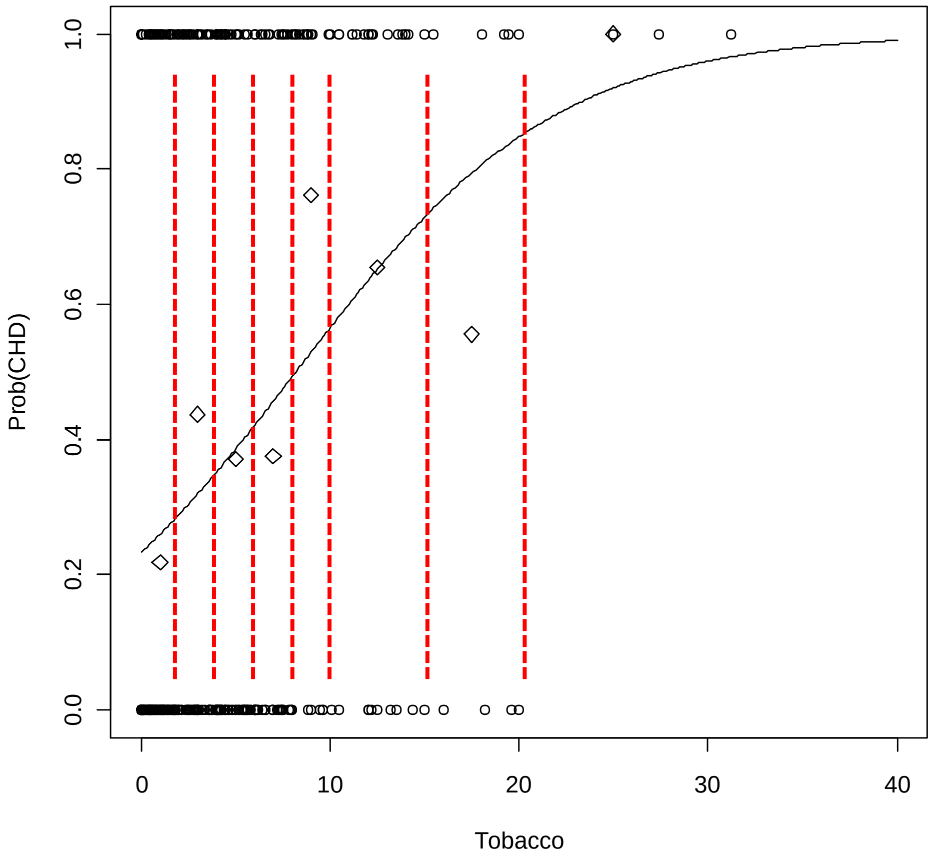
Predikce pravděpodobnosti události

$$p_i = \text{expit}(\beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \ldots + \beta_p x_{ip})$$



Predikce pravděpodobnosti události

Je vhodné srovnávat se seskupenými pozorováními:



To lze popsat formálně a statisticky testovat...

Ověření splnění předpokladů
analýza reziduí: Pearsonova rezidua

- **Pearsonova rezidua**

$$r_i = \frac{y_i - \hat{\pi}_i}{\sqrt{\hat{\pi}_i(1-\hat{\pi}_i)}}$$

Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita

Ověření splnění předpokladů
analýza reziduí: Deviančňí rezidua

- **Deviančňí rezidua**

$$d_i = -\sqrt{2\left|\ln(1-\hat{\pi}_j)\right|}$$ **pro y_j = 0**

$$d_i = \sqrt{2\left|\ln(\hat{\pi}_j)\right|}$$ **pro y_j = 1**

IBA MUNI MED Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita

Ověření splnění předpokladů
Další běžné diagnostiky

- **Leverage (pákové body)**
  - určení potenciální vlivnosti daného bodu (pozorování, které je daleko od ostatních a může tak ovlivnit výsledek regrese)
  - závisí na váze pozorování a vzdálenosti pozorování prediktoru od průměru
  - váha pozorování s predikovanou hodnotou pravděpodobnosti blízkou 0 nebo 1 je nízká
- **Cookova vzdálenost**
  - shrnuje informaci z reziduí a z leverage
  - deleční diagnostika – určení vlivu daného pozorování na výsledek
  - ukazuje, nakolik přítomnost daného pozorování ovlivňuje odhady koeficientů

Logistický model

Závěr

Co byste měli vědět a umět po dnešní hodině ?

- Znát užitečné veličiny pro měření vztahu/účinku: poměr rizik a poměr šancí
- Znát princip metody maximální věrohodnosti
- Vědět, co nového nám ve srovnání s klasickým lineárním modelem mohou poskytnout zobecněné lineární modely
- Umět nadefinovat logistický model a popsat jeho užití
- Znát základní metody pro ověření předpokladů modelu

IBA MUNI MED
Institut biostatistiky a analýz
Lékařská fakulta, Masarykova univerzita