

Pracovní list z optiky – Fyzika pro chemiky II (F2091)

Zbyněk Fišer

19. března 2020

1 Základy optiky

- **vlnová délka** λ = vzdálenost, na které dochází k opakování tvaru vlny
- **vlnový vektor** \mathbf{k} = určuje směr šíření vlnění a jeho velikost je vlnočeta $|\mathbf{k}|$

$$\lambda = \frac{2\pi}{|\mathbf{k}|} \quad (1)$$

$$|\mathbf{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} \quad (2)$$

- **kruhová frekvence** ω :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad (3)$$

- **index lomu** n :

- poměr rychlosti světla ve vakuu c a v daném prostředí v (bezrozměrná veličina)
- charakterizuje optické prostředí
- $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (rychlost světla ve vakuu)

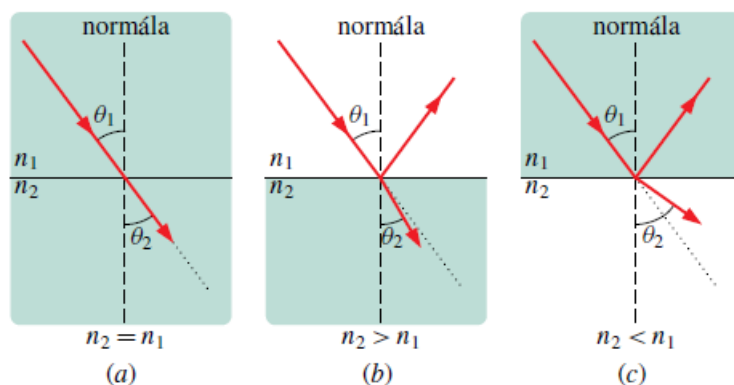
$$n = \frac{c}{v} \quad (4)$$

Tabulka 1: Určete rychlosti světla v daných prostředích

prostředí	index lomu n	rychlost $v = \frac{c}{n}$
vzduch	1,0	
voda	1,33	
sklo	1,5	
diamant	2,42	

- **zákon odrazu:**

$$\alpha_1 = \alpha_2 \quad (5)$$



Obr. 34.18 Světlo lámající se z prostředí s indexem lomu n_1 do prostředí s indexem lomu n_2 . (a) Paprsek se neláme (ani neodráží), když $n_1 = n_2$. „Lomené“ světlo se šíří v *nezměněném směru* (tečkovaná čára). (b) Paprsek se lomí směrem k normále, když $n_1 < n_2$, a (c) od normály, když $n_1 > n_2$.

Obrázek 1: (převzato z: D. HALLIDAY, R. RESNICK, J. WALKER, *Fyzika*, Brno: VUTIUM, 2000)

- **zákon lomu (Snellův zákon):**

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \quad (6)$$

- **Příklad 1.1.:** Rychlost světla v kapalině je $2,14 \cdot 10^5 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ a světlo na její hladinu dopadá ze vzduchu pod úhlem 45° . Jaký je úhel lomu světla? ($30,3^\circ$, lom ke kolmici)
- **Příklad 1.2.:** Světlo dopadá ve vakuu na povrch skleněné desky. Ve vakuu svírá paprsek úhel $32,0^\circ$ s normálou k povrchu, zatímco ve skle svírá s normálou úhel $21,0^\circ$. Jaký je index lomu skla? ($1,48$)
- projděte si příklady číslo 3 a 6 ze sbírky příkladů na cvika

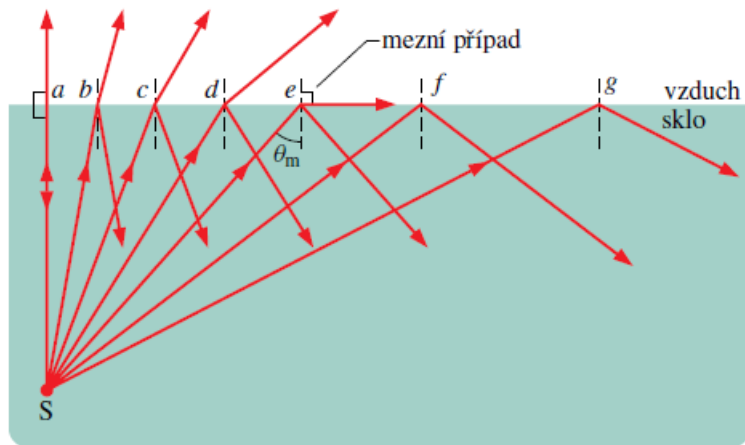
- **mezní úhel α_m :**

- nastává při průchodu paprsku z opticky hustšího prostředí do opticky řidšího ($n_1 > n_2$)
- při mezním úhlu dopadu α_m je úhel lomu β roven 90°
- ze zákona lomu dostaneme pro $\beta = 90^\circ$:

$$n_1 \sin \alpha_m = n_2 \quad (7)$$

$$\alpha_m = \arcsin \left(\frac{n_2}{n_1} \right) \quad (8)$$

- při úhlu dopadu $\alpha > \alpha_m$ nastává úplný odraz
- **Příklad 1.3.:** Mezní úhel diamantu je 24° (pro danou vlnovou délku). Určete rychlost světla v diamantu (druhé prostředí je vzduch). ($1,2 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$)
- projděte si příklady číslo 4 a 5 ze sbírky příkladů na cvika



Obr. 34.24 Úplný (totální) vnitřní odraz světla z bodového zdroje S umístěného ve skle nastává při všech úhlech dopadu větších než mezní úhel θ_m . Při mezním úhlu se lomené světlo šíří podél rozhraní vzduch-sklo.

Obrázek 2: (převzato z: D. HALLIDAY, R. RESNICK, J. WALKER, *Fyzika*, Brno: VUTIUM, 2000)

- **Brewsterův úhel ϕ_B :**

- souvisí s polarizací světla při jeho dopadu na dielektrika
- při dopadu světla z prostředí o indexu lomu n_1 na prostředí o indexu lomu n_2 pod úhlem ϕ_B dochází k polarizaci světla a odraží se jen S-polarizované světlo

$$\phi_B = \arctan\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (9)$$

- **Příklad 1.4.:** Chceme použít skleněnou destičku s indexem lomu $n = 1,57$ k polarizaci světla ve vzduchu. Při kterém úhlu dopadu bude odražené světlo úplně polarizováno? ($57,5^\circ$)

2 Tenké čočky

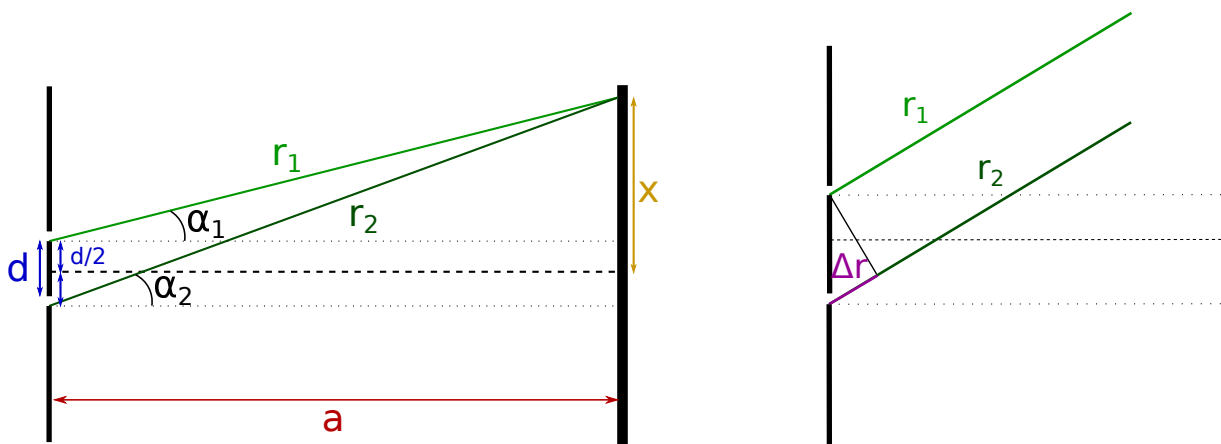
- vytvoření obrazu pomocí význačných paprsků (viz prezentace k přednáškám)
- vlastnosti obrazů (viz opakování na cvičení, případně prezentace k přednáškám)
- čočky – spojky a rozptylky
- zobrazovací rovnice tenké čočky

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \quad (10)$$

- projděte si příklady číslo 7, 8 a 9 ze sbírky na cvika

3 Interference – Youngův experiment

- experimentální důkaz vlnové povahy světla
- světlo dopadá na dvě symetrické štěrby, mezi kterými je vzdálenost d a na stínítku ve vzdálenosti a pozorujeme interferenční jev (skládání vln)
- obě štěrby jsou podle Huygensova principu zdrojem elementárního vlnění a tyto vlny se skládají na stínítku
- vlny z obou štěrbin jsou vůči sobě posunuty o dráhový rozdíl $\Delta r = r_2 - r_1$, kde r_1 a r_2 jsou vzdálenosti štěrbin a daného místa na stínítku



(a) Nákres dvojštěrbínového experimentu

(b) Detail k vysvětlení dráhového rozdílu Δr

- výsledkem je, že interferenční obrazec obsahuje minima a maxima intenzity, která závisí na dráhovém rozdílu Δr
- pro maxima platí: $\Delta r = \lambda M$
- pro minima platí: $\Delta r = \lambda \left(\frac{1}{2} + m \right)$
- M a m určují řád maxima a minima, jsou to přirozená čísla včetně nuly

3.1 Odvození dráhového rozdílu (pro zájemce)

$$\Delta r = r_2 - r_1 = \sqrt{a^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} - \sqrt{a^2 - \left(x - \frac{d}{2}\right)^2} = a \left(\sqrt{1 + \left(\frac{x}{a} + \frac{d}{2a}\right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{x}{a} - \frac{d}{2a}\right)^2} \right) \quad (11)$$

- v obou závorkách máme výraz $\sqrt{1+y} = \sqrt{1 + \underbrace{\left(\frac{x}{a} \pm \frac{d}{2a}\right)^2}_y}$
- výraz s odmocninou lze rozvinout do Taylorova rozvoje a za podmínky: $d \ll \sqrt{a\lambda}$ jej lze linearizovat, zanedbáním kvadratických a vyšších členů v rozvoji dostaneme:

$$\sqrt{1+y} \approx 1 + \frac{1}{2}y \qquad \sqrt{1 + \left(\frac{x}{a} \pm \frac{d}{2a}\right)^2} \approx 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{a} \pm \frac{d}{2a}\right)^2 \quad (12)$$

$$\Delta r \approx a \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x}{a} + \frac{d}{2a}\right)^2 - 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{x}{a} - \frac{d}{2a}\right)^2 \right) = \dots = \frac{xd}{a} \quad (13)$$

3.2 Příklady na Youngův pokus

3.2.1 Návod k řešení příkladu 10) ze sbírky na cvika:

Stínítko se dvěma malými otvory vzdálenými $d = 0,1$ mm je osvětleno rtuťovou výbojkou. Ze spektra Hg je přes filtr propuštěno pouze zelené monochromatické světlo s vlnovou délkou $\lambda = 546$ nm. Na rovinném stínítku ve vzdálenosti $a = 2$ m od prvního stínítka pozorujeme interferenční jev (Youngův pokus). Určete polohu (úhlovou i délkovou na stínítku):

- prvního minima $\theta_{\min 1}, x_{\min 1}$ ($5,46$ mm, $0,16^\circ$)
- desátého maxima $\theta_{\max 10}, x_{\max 10}$ (11 cm, $3,15^\circ$)
- Nakreslete závislost intenzity světla I na vzdálenosti x od středu stínítka

10a) 1. minimum ... $m = 0$:

$$d = 0,1 \text{ mm} \qquad \Delta r = \frac{x_{\min 1}d}{a} = \lambda \left(0 + \frac{1}{2} \right) \quad (14)$$

$$\lambda = 546 \text{ nm} \qquad \Delta r = \frac{x_{\min 1}d}{a} = \frac{\lambda}{2} \longrightarrow x_{\min 1} = \frac{\lambda a}{2d} \quad (15)$$

$$a = 2 \text{ m} \quad (16)$$

$$x_{\min 1} = ? \text{ m} \qquad x_{\min 1} = \dots\dots\dots \text{ m} \quad (17)$$

$$\theta_{\min 1} = ?^\circ \qquad \tan \theta_{\min 1} = \frac{x_{\min 1}}{a} \longrightarrow \theta_{\min 1} = \arctan \left(\frac{x_{\min 1}}{a} \right) = \dots\dots\dots^\circ \quad (18)$$

- doporučujeme si spočítat úhlové a délkové polohy dalších minim

10b) 10. maximum ... $M = 10$:

$$d = 0,1 \text{ mm} \qquad \Delta r = \frac{x_{\max 10}d}{a} = 10\lambda \longrightarrow x_{\max 10} = \frac{10\lambda a}{d} \quad (19)$$

$$\lambda = 546 \text{ nm} \quad (20)$$

$$a = 2 \text{ m} \quad (21)$$

$$x_{\max 10} = ? \text{ m} \qquad x_{\max 10} = \dots\dots\dots \text{ m} \quad (22)$$

$$\theta_{\max 10} = ?^\circ \qquad \tan \theta_{\max 10} = \frac{x_{\max 10}}{a} \longrightarrow \theta_{\max 10} = \dots\dots\dots^\circ \quad (23)$$

- doporučujeme si spočítat úhlové a délkové polohy dalších maxim

10c) v prezentaci k přednáškám

3.2.2 Příklad navíc k domácímu procvičování:

Příklad 3.1.: Předpokládejte, že k Youngovu experimentu je použito modrozelené světlo ($\lambda = 500$ nm). Vzdálenost středů štěrbin je $1,2$ mm a stínítko je ve vzdálenosti $5,4$ m od štěrbin. Jaká je vzdálenost světlých proužků (maxim)? ($2,25$ mm)

4 Interference na tenké vrstvě – kolmý dopad

- při kolmém odrazu na rozhraní může dojít ke změně fáze a mohou nastat dvě situace:
 - při dopadu vlny na rozhraní z opticky řidšího do optiky hustšího prostředí dochází při odrazu ke změně fáze o π ($\Delta\phi = \pi$), to odpovídá dráhovému rozdílu $\Delta r = \frac{\lambda}{2}$
 - při dopadu vlny na rozhraní z opticky hustšího do opticky řidšího prostředí ke změně fáze nedochází ($\Delta\phi = 0$)
- **optická dráha** l zohledňuje vlastnosti prostředí, kterým se světlo šíří, máme-li trubku délky d , která má index lomu n , tak optická dráha pro světlo procházející touto trubkou je

$$l = d \cdot n \quad (24)$$

- přírůstek fáze vlny je $\Delta\phi = k \cdot l = \frac{2\pi}{\lambda} dn$
- při interferenci na tenké vrstvě při kolmém dopadu je nutné řešit dráhový rozdíl i fázový rozdíl při odrazu na rozhraních, pro fázový rozdíl $\Delta\phi$ a dráhový rozdíl Δr platí následující přepočtení

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r \quad (25)$$

Návod k řešení příkladu 12) ze sbírky na cvika:

Mýdlová bublina vytvoří uvnitř drátěného oka vodní film o tloušťce 320 nm. Index lomu vody je $n = 1,33$ a index lomu vzduchu je $n_0 = 1,00$.

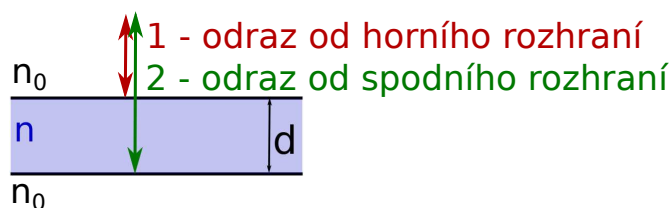
- Jakou barvu bude mít bílé světlo po kolmém odrazu od tohoto filmu? (*zelená*)
- Vypočítejte vlnové délky $\lambda_{\max 1}$, $\lambda_{\max 2}$, $\lambda_{\min 1}$, $\lambda_{\min 2}$ pro první dvě maxima a pro první dvě minima intenzity odraženého světla. (*1702 nm, 567 nm, 851 nm, 427 nm*)
- Určete změnu fáze ϕ_1 při odrazu na prvním a ϕ_2 při odrazu na druhém rozhraní. ($\Delta\phi_1 = \pi$, $\Delta\phi_2 = 0$)

12) bílé světlo ... {370, 760} nm

- při odrazu na prvním (horním) rozhraní dojde ke změně fáze o $\Delta\phi = \pi$, jelikož platí $n_0 < n$, této změně fáze odpovídá dráhový rozdíl Δr_1

$$\Delta\phi = \pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta r_1 \quad \longrightarrow \quad \Delta r_1 = \frac{\lambda\pi}{2\pi} = \frac{\lambda}{2} \quad (26)$$

- při odrazu na druhém (spodním) rozhraní ke změně fáze nedojde, jelikož platí $n > n_0$, $\Delta r_2 = 0$
- dráhový rozdíl mezi první a druhou vlnou je $\Delta r_3 = 2dn$



- celkový dráhový rozdíl je: $\Delta r = \Delta r_1 + \Delta r_2 + \Delta r_3 = \frac{\lambda}{2} + 0 + 2nd = \frac{\lambda}{2} + 2dn$
- hledáme maximum, máme tedy podmínku $\Delta r = \frac{\lambda}{2} + 2dn = \lambda M$ a hledáme vhodné λ (vlnovou délku určete v metrech a nanometrech)

$$\lambda \left(M - \frac{1}{2} \right) = 2dn \quad \longrightarrow \quad \lambda = \frac{2dn}{\left(M + \frac{1}{2} \right)} \quad (27)$$

$$M = 1 \dots \lambda_{M1} = \dots \quad (28)$$

$$M = 2 \dots \lambda_{M2} = \dots \quad (29)$$

- pro minima platí interferenční podmínka $\Delta r = \lambda \left(m + \frac{1}{2} \right)$, kde $\Delta r = \frac{\lambda}{2} + 2dn$ a opět hledáme vhodné λ (vlnovou délku určete v metrech a nanometrech)

$$\lambda m = 2dn \quad \longrightarrow \quad \lambda = \frac{2dn}{m} \quad (30)$$

$$m = 1 \dots \lambda_{m1} = \dots \quad (31)$$

$$m = 2 \dots \lambda_{m2} = \dots \quad (32)$$

Návod k řešení příkladu 13) ze sbírky na cvika:

Antireflexní vrstva na skleněné čočce s indexem lomu $n_s = 1,5$ je vyrobena napařením tenké vrstvy MgF_2 , která má index lomu $n = 1,38$, na povrch skla. Vypočítejte tloušťku d antireflexní vrstvy tak, aby minimální intenzita odraženého světla ležela uprostřed viditelného spektra ($\lambda = 550 \text{ nm}$). Index lomu vzduchu je $n_0 = 1,00$. ($d = 99,6 \text{ nm}$)

13) zajímá nás minimum pro $\lambda = 550 \text{ nm}$

- opět zde interferují dvě vlny po odrazech od dvou rozhraní a v obou případech se jedná o odraz druhu opticky řidší/opticky hustší, tedy obě vlny změni fázi při odrazu o $\Delta\phi_1 = \Delta\phi_2 = \pi$
- fázový rozdíl při odrazu je $\Delta\phi_1 + \Delta\phi_2 = 2\pi$, kterému odpovídá dráhový rozdíl $\Delta r_1 = \dots$ a $\Delta r_2 = \dots$ a dráhový rozdíl způsobený odrazem $\Delta r = \Delta r_1 + \Delta r_2 = \dots$
- nyní je třeba vzít podmínku pro minimum interference a přidat k dráhovému rozdílu při odrazu ještě dráhový rozdíl mezi první a druhou vlnou podobně jako v předchozím příkladě