

Cesta směrem k 0 K

Nouzový studijní materiál k předmětu Fyzika nízkých teplot (F8540)

Přírodovědecká fakulta MU

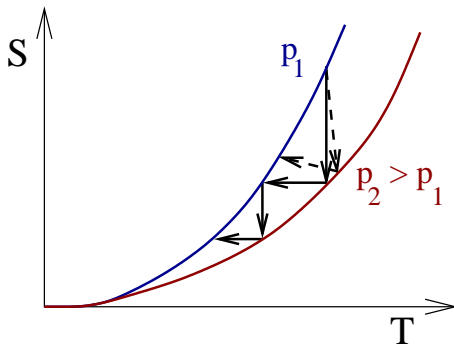
– část 2, metody dosahování nízkých teplot



foto: Alík

Termodynamické zákony

- 1 zákon zachování energie, např. $TdS = dU - pdV$
- 2 $dS \geq 0$
- 3 $\lim_{T \rightarrow 0} S = 0 \Rightarrow$ Nelze dojít k $T = 0$ K.



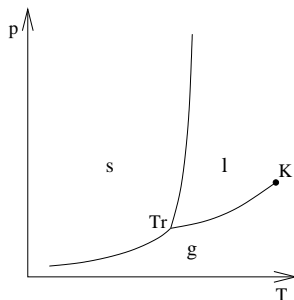
- 1 Fázové přechody 1. druhu
- 2 Expanze plynu
- 3 Demagnetizace
- 4 Laserové chlazení
- 5 Ostatní metody

Clausiova-Clapeyronova rovnice

$$dG_1 = dG_2$$

$$V_1 dp - S_1 dT = V_2 dp - S_2 dT$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = \frac{Q_{fp}}{T \Delta V}$$

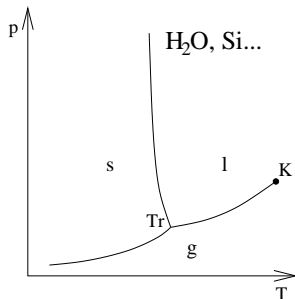


Clausiova-Clapeyronova rovnice

$$dG_1 = dG_2$$

$$V_1 dp - S_1 dT = V_2 dp - S_2 dT$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = \frac{Q_{fp}}{T \Delta V}$$

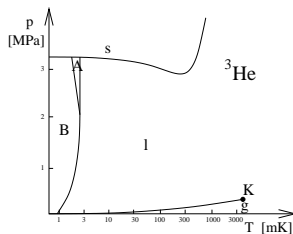


Clausiova-Clapeyronova rovnice

$$dG_1 = dG_2$$

$$V_1 dp - S_1 dT = V_2 dp - S_2 dT$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = \frac{Q_{fp}}{T \Delta V}$$



Clausiova-Clapeyronova rovnice

$$dG_1 = dG_2$$

$$V_1 dp - S_1 dT = V_2 dp - S_2 dT$$

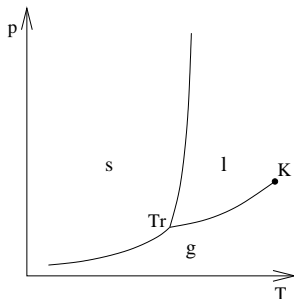
$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = \frac{Q_{fp}}{T \Delta V}$$

Vypařování:

$$p \Delta V \approx NkT$$

$$\frac{dp}{dT} \approx \frac{p Q_{vyp}}{NkT^2}$$

$$p = p_0 e^{-\frac{Q_{vyp}}{NkT}}$$



$$\frac{dp}{p} = \frac{Q_{vyp} dT}{NkT^2}$$

$$\ln p = -\frac{Q_{vyp}}{NkT} + konst.$$

Clausiova-Clapeyronova rovnice

$$dG_1 = dG_2$$

$$V_1 dp - S_1 dT = V_2 dp - S_2 dT$$

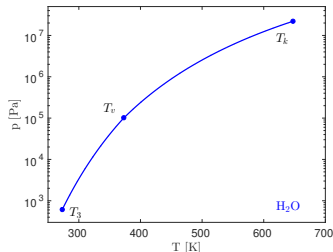
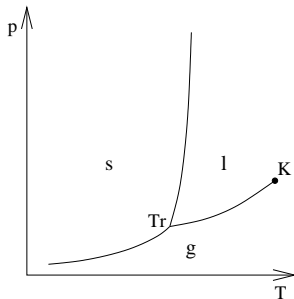
$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V} = \frac{Q_{fp}}{T \Delta V}$$

Vypařování:

$$p \Delta V \approx NkT$$

$$\frac{dp}{dT} \approx \frac{p Q_{vyp}}{NkT^2}$$

$$p = p_0 e^{-\frac{Q_{vyp}}{NkT}}$$



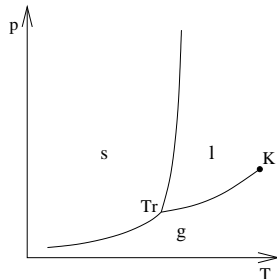
Fázové přechody 1. druhu – seznam metod

- odpařování kapaliny
- sublimace
- desorpce
- rozpouštění ^3He v ^4He
- Pomerančukův refrigerátor
- tavení ^4He v \odot $^3\text{He} + ^4\text{He}$

Odpařování kapaliny

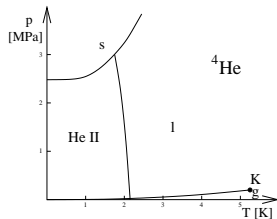
- $p = p_0 e^{-\frac{Q_{\text{vyp}}}{NkT}}$
- použitelné mezi trojným a kritickým bodem

	Kr	O ₂	Ar	N ₂	Ne	H ₂	⁴ He	³ He
T_K [K]	210	155	151	126	44	33	5.2	3.3
T_V [K]	121	90	87	77	27	20	4.2	3.2
T_3 [K]	116	54	84	63	25	13.8	–	–



Odpařování kapaliny

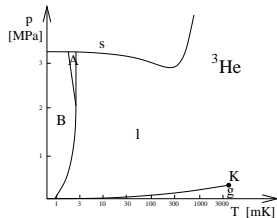
- $p = p_0 e^{-\frac{Q_{\text{vyp}}}{NK T}}$
- použitelné mezi trojným a kritickým bodem
- ^4He nemá trojný bod – omezeno prakticky dosažitelným tlakem a exponenciálním poklesem chladicího výkonu.
Rozsah: (0.4 K –) 0.8 K – 4.2 K (– 5.2 K)



T [K]	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1
$p(^4\text{He})$ [Pa]		$\sim 10^{-16}$	$\sim 10^{-9}$	$\sim 10^{-5}$	0.037	1.5	16

Odpařování kapaliny

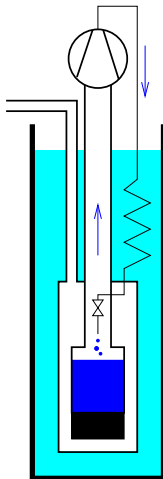
- $p = p_0 e^{-\frac{Q_{\text{vyp}}}{NK T}}$
- použitelné mezi trojným a kritickým bodem
- ^4He nemá trojný bod – omezeno prakticky dosažitelným tlakem a exponenciálním poklesem chladicího výkonu.
Rozsah: (0.4 K –) 0.8 K – 4.2 K (– 5.2 K)
- ^3He má vyšší tenzi par než ^4He
Rozsah: (0.2 K –) 0.3 K – 3.2 K (– 3.3 K)



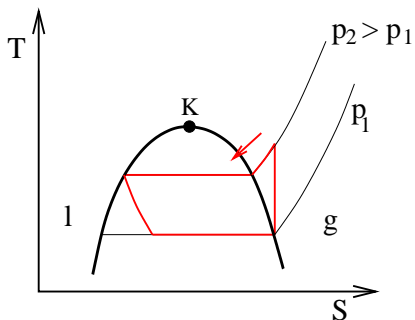
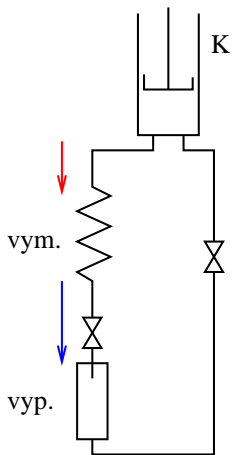
T [K]	0.1	0.2	0.3	0.4	0.6	0.8	1
$p(^4\text{He})$ [Pa]		$\sim 10^{-16}$	$\sim 10^{-9}$	$\sim 10^{-5}$	0.037	1.5	16
$p(^3\text{He})$ [Pa]	$\sim 10^{-10}$	0.0016	0.25	3.7	73	386	1179

Odpařování kapaliny

- $p = p_0 e^{-\frac{Q_{\text{vyp}}}{NkT}}$
- použitelné mezi trojným a kritickým bodem
- ^4He nemá trojný bod – omezeno prakticky dosažitelným tlakem a exponenciálním poklesem chladicího výkonu.
Rozsah: (0.4 K –) 0.8 K – 4.2 K (– 5.2 K)
- ^3He má vyšší tenzi par než ^4He
Rozsah: (0.2 K –) 0.3 K – 3.2 K (– 3.3 K)



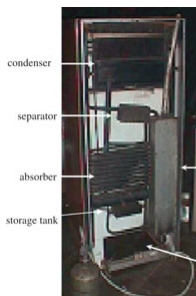
Odpařování kapaliny – kompresorová lednička



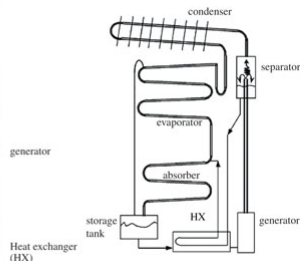
Odpařování kapaliny – absorpční lednička

Poháněná teplem, konstantní tlak (bez kompresoru), odpařování NH_3 .

- Desorbér (varník, generátor): zahřívání vodného \odot NH_3 , čpavek se vypařuje
- Kondenzátor: NH_3 se chladí a kondenzuje
- Výparník: parciální tlak par NH_3 se snižuje vodíkem \Rightarrow vypařování, ochlazování
- Absorbér: NH_3 se absorbuje do vody



(a)

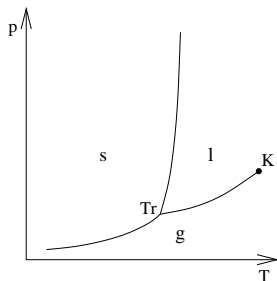


(b)

Sublimace, desorpce

Sublimace:

- $p = p_0 e^{-\frac{Q_{\text{sub}}}{NkT}}$
- teploty ~ 10 K pod T_3

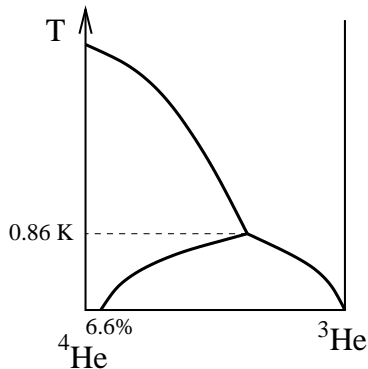


Desorpce:

- desorpce atomů He z povrchu aktivního uhlí, zeolitu, silikagelu. . .
- chlazení na teploty $\sim 1 - 10$ K

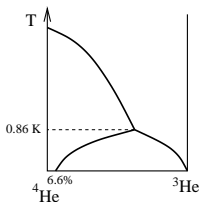
Rozpouštěcí refrigerátor – směsi ^4He + ^3He

- Pod 0.86 K dvě nemísitelné fáze:
 - horní, lehčí – koncentrovaná
 - dolní, těžší – zředěná
- Rozpustnost ^3He ve zředěné fázi je i za 0 K nenulová.
- Rozpouštění ^3He ve zředěné fázi je fázový přechod 1. druhu, spotřebovává se na něj teplo.



Rozpouštěcí refrigerátor – výkon

Rozpouštění ^3He ve zředěné fázi je fázový přechod 1. druhu, spotřebovává se na něj teplo Q .



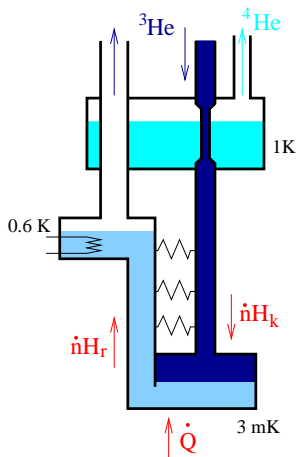
$$\dot{n}H_k + \dot{Q} = \dot{n}H_r$$

$$H(T) = H(0) + \int_0^T C dT, \quad \text{tep.kapacita } C = KT$$

$$K_r = 108 \text{ JK}^{-2} \text{ mol}^{-1}, \quad K_k = 24 \text{ JK}^{-2} \text{ mol}^{-1}$$

$$H(T) = H(0) + \frac{K}{2} T^2$$

$$\dot{Q} = \dot{n} \left[H_r(0) - H_k(0) + \frac{K_r}{2} T_r^2 - \frac{K_k}{2} T_k^2 \right]$$



Rožpuštěcí refrigerátor – výkon

$$\dot{n}H_k + \dot{Q} = \dot{n}H_r$$

$$H(T) = H(0) + \int_0^T C dT, \quad \text{tep. kapacita } C = KT$$

$$K_r = 108 \text{ JK}^{-2} \text{ mol}^{-1}, \quad K_k = 24 \text{ JK}^{-2} \text{ mol}^{-1}$$

$$H(T) = H(0) + \frac{K}{2} T^2$$

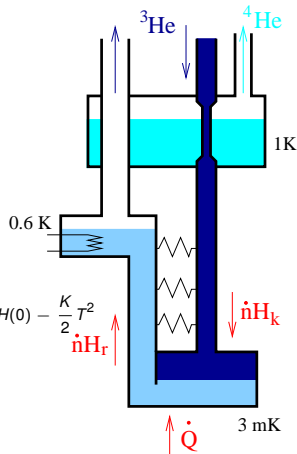
$$\dot{Q} = \dot{n} \left[H_r(0) - H_k(0) + \frac{K_r}{2} T_r^2 - \frac{K_k}{2} T_k^2 \right]$$

$$G_r(T_r) = G_k(T_k)$$

$$G = H(T) - TS = H(T) - T \int_0^T \frac{CdT}{T} = H(T) - KT^2 = H(0) - \frac{K}{2} T^2$$

$$H_r(0) - H_k(0) = \frac{K_r - K_k}{2} T_r^2$$

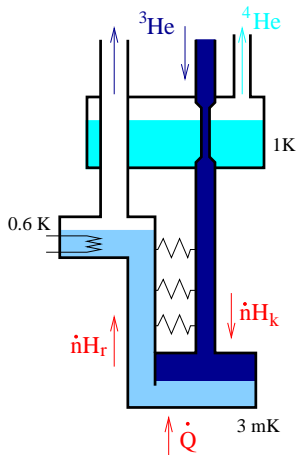
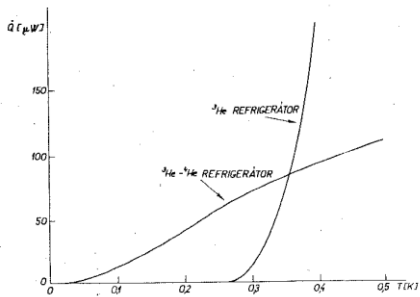
$$\dot{Q} = \dot{n} \left[\left(K_r - \frac{K_k}{2} \right) T_r^2 - \frac{K_k}{2} T_k^2 \right] \xrightarrow{T_k \rightarrow T_r} \dot{n} (K_r - K_k) T^2$$



Rozpouštěcí refrigerátor – výkon

$$\dot{Q} \xrightarrow{T_k \rightarrow T_r} \dot{n}(K_r - K_k) T^2$$

Dosahuje \sim mK.



obr.: Š. Jánoš: Fyzika nízkých teplot, Alfa, Bratislava 1980

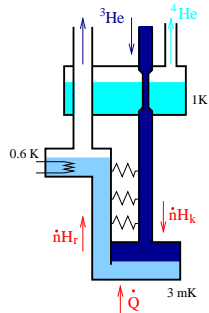
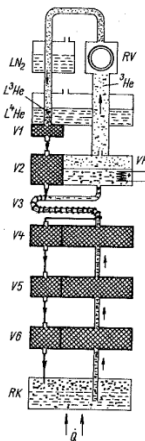
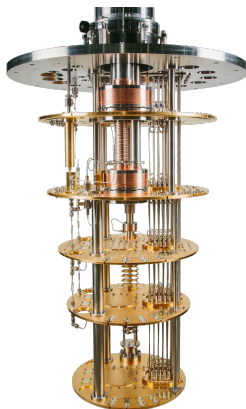
Rozpouštěcí refrigerátor – konstrukce

$$\dot{Q} \xrightarrow{T_k \rightarrow T_r} \dot{n} (K_r - K_k) T^2$$

Dosahuje \sim mK.

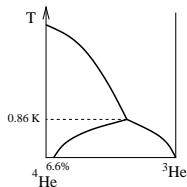
Komplikace:

- dokonalost tepelných výměníků, tok tepla s ^3He
- viskózní ohřev ^3He
- tok tepla supratekutou zředěnou fází
- vibrace, vířivé proudy...

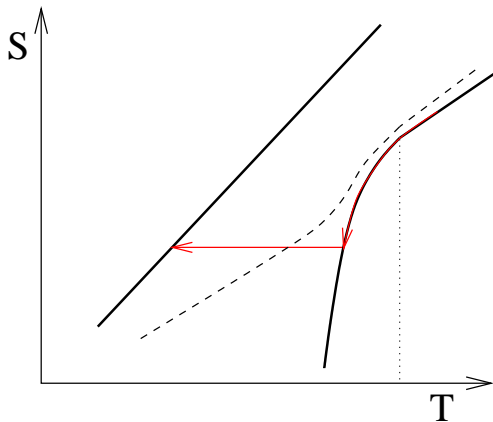


J. Jelínek, Z. Málek:
Kryogenní technika,
SNTL, Praha 1982

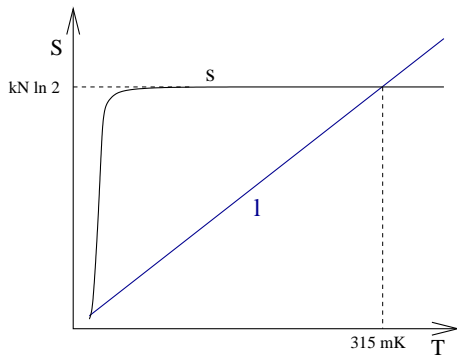
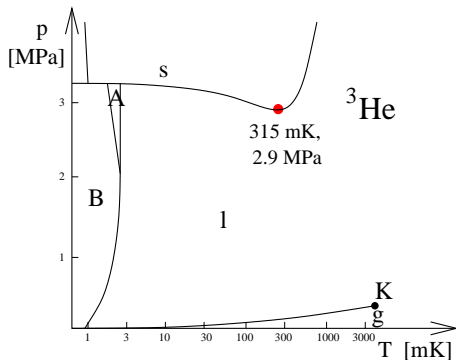
Adiabatické tavení ^4He v kapalném ^3He



- Směs $^3\text{He} + ^4\text{He}$
- Zvýšením tlaku ztuhne pouze ^4He
- s $^4\text{He} + \text{I}^3\text{He}$ se předchladí
- Snížením tlaku se ^4He rozpustí a ^3He naředí



Pomerančukův refrigerátor



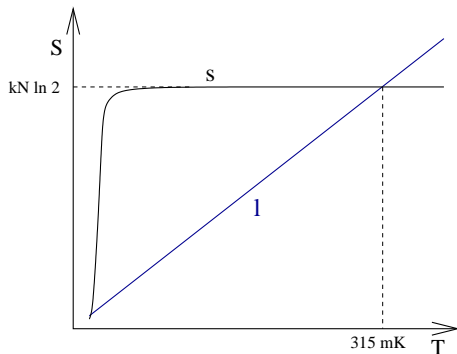
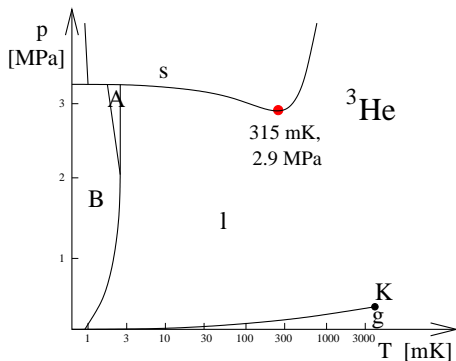
$$\frac{dp}{dT} = \frac{S_l - S_s}{V_l - V_s}$$

$$S_l - S_s < 0$$

$$S_l = \int_0^T \frac{C_l(T')}{T'} dT' \propto \int_0^T dT' = T$$

$$S_s \approx k \ln 2^N = kN \ln 2$$

Pomerančukův refrigerátor



$$\frac{dp}{dT} = \frac{S_l - S_s}{V_l - V_s}$$

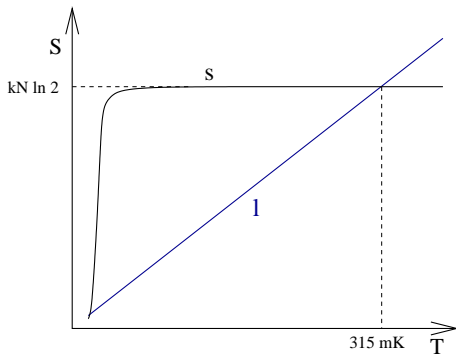
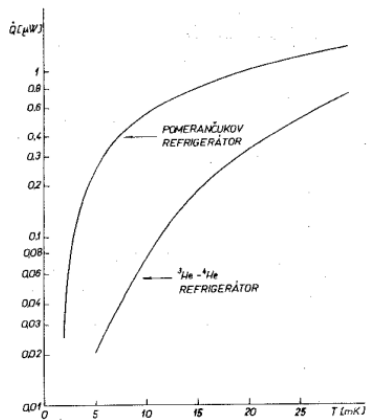
$$S_l - S_s < 0$$

$$L = T \Delta S < 0$$

$$S_l = \int_0^T \frac{C_l(T')}{T'} dT' \propto \int_0^T dT' = T$$

$$S_s \approx k \ln 2^N = kN \ln 2$$

Pomerančukův refrigerátor



$$L = T \Delta S$$

mezní teplota \sim mK

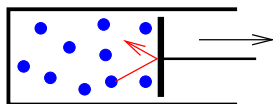
- Proč se nepoužívá adiabatické tavení čistého ^4He ?
- Co se stane, když posolíte led?

- 1 Fázové přechody 1. druhu
- 2 Expanze plynu**
- 3 Demagnetizace
- 4 Laserové chlazení
- 5 Ostatní metody

Adiabatická expanze ideálního plynu

Plyn koná vnější práci na úkor své vnitřní energie.

$$dU = -p dV$$



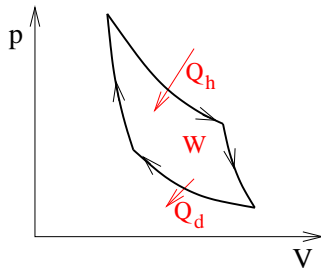
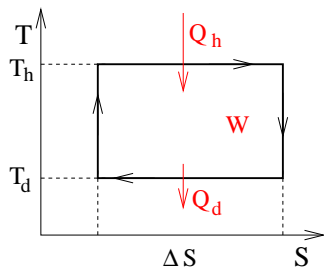
$$\frac{pV}{T} = \text{konst.}$$
$$pV^\gamma = \text{konst.}$$

$$\frac{T}{p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \text{konst.}$$

jednoatomový plyn	$\frac{5}{3}$
dvouatomový plyn	$\frac{7}{5}$
víceatomové nelineární molekuly	$\frac{4}{3}$

- Na ochlazení plynu s $\gamma = 1.4$ z 293 K na 78 K je potřeba expanze ze 100 atm na 1 atm.
- Za nízkých teplot nepříjemnosti s těsněním a mazáním.

Carnotův cyklus



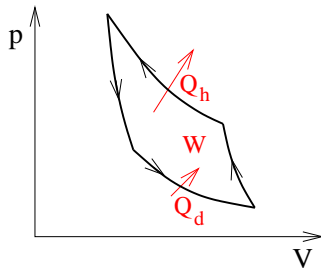
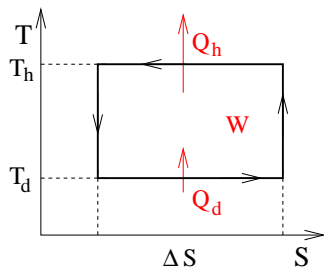
$$Q_h = T_h \Delta S$$

$$Q_d = T_d \Delta S$$

$$W = Q_h - Q_d = (T_h - T_d) \Delta S$$

$$\eta = \frac{W}{Q_h} = 1 - \frac{T_d}{T_h}$$

Carnotův cyklus



$$Q_h = T_h \Delta S$$

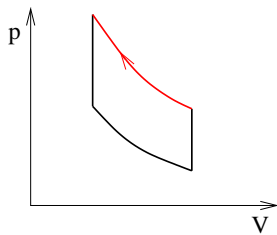
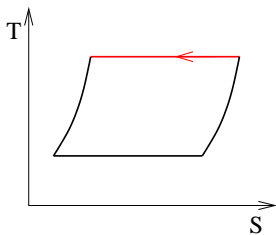
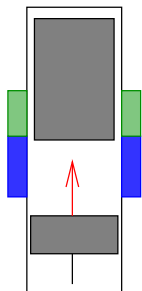
$$Q_d = T_d \Delta S$$

$$W = Q_h - Q_d = (T_h - T_d) \Delta S$$

$$\eta = \frac{W}{Q_h} = 1 - \frac{T_d}{T_h}$$

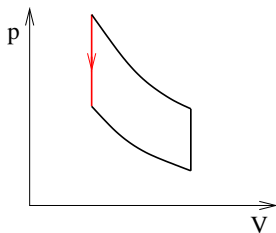
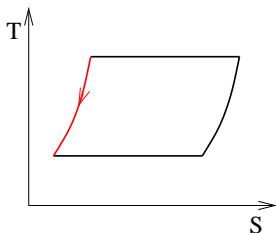
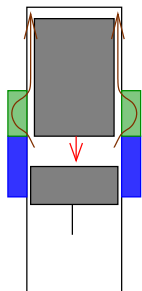
$$\eta_{ch} = \frac{Q_d}{W} = \frac{T_d}{T_h - T_d}$$

Stirlingův refrigerátor



- 1 Izotermická komprese, teplo odvádí chladič

Stirlingův refrigerátor

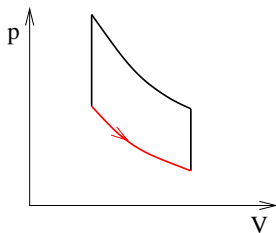
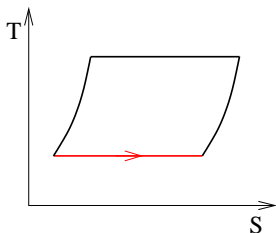
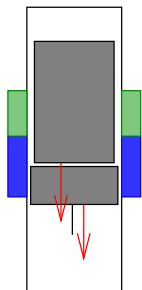


1 Izotermická komprese, teplo odvádí chladič

2 Izochorické ochlazení, plyn proudí přes regenerátor

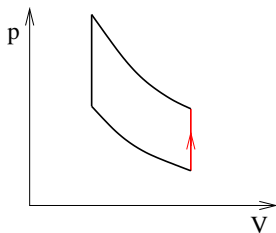
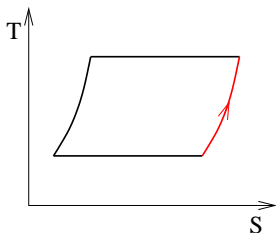
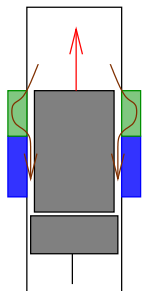
Regenerátor: zařízení, které dokáže tepelně odizolovat dvě části refrigerátoru, propouštět mezi nimi plyn a účinně s ním vyměňovat teplo. Např. měděné síťky s rovinou kolmou na proud plynu.

Stirlingův refrigerátor



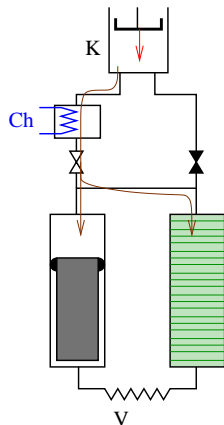
- 1 Izotermická komprese, teplo odvádí chladič
- 2 Izochorické ochlazení, plyn proudí přes regenerátor
Regenerátor: zařízení, které dokáže tepelně odizolovat dvě části refrigerátoru, propouštět mezi nimi plyn a účinně s ním vyměňovat teplo. Např. měděné síťky s rovinou kolmou na proud plynu.
- 3 Izotermická expanze, plyn odebírá teplo

Stirlingův refrigerátor



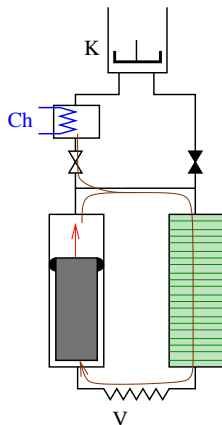
- 1 Izotermická komprese, teplo odvádí chladič
- 2 Izochorické ochlazení, plyn proudí přes regenerátor
Regenerátor: zařízení, které dokáže tepelně odizolovat dvě části refrigerátoru, propouštět mezi nimi plyn a účinně s ním vyměňovat teplo. Např. měděné síťky s rovinou kolmou na proud plynu.
- 3 Izotermická expanze, plyn odebírá teplo
- 4 Izochorický návrat do původního stavu, plyn ochlazuje regenerátor

Giffordův-McMahonův refrigerátor



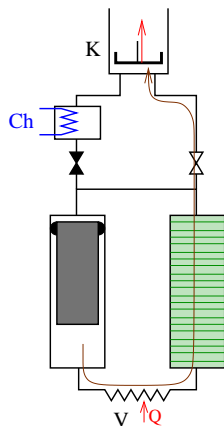
- 1 plyn stlačovaný kompresorem proudí přes chladič

Giffordův-McMahonův refrigerátor



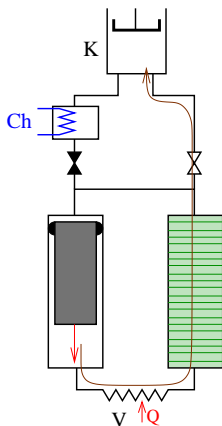
- 1 plyn stlačovaný kompresorem proudí přes chladič
- 2 plyn proudí z vysokoteplotní do nízkoteplotní části přes regenerátor

Giffordův-McMahonův refrigerátor



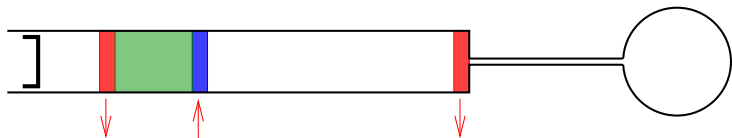
- 1 plyn stlačovaný kompresorem proudí přes chladič
- 2 plyn proudí z vysokoteplotní do nízkoteplotní části přes regenerátor
- 3 plyn expanduje, ochlazuje se, odebírá teplo z výměníku a prochlazuje regenerátor

Giffordův-McMahonův refrigerátor



- 1 plyn stlačovaný kompresorem proudí přes chladič
- 2 plyn proudí z vysokoteplotní do nízkoteplotní části přes regenerátor
- 3 plyn expanduje, ochlazuje se, odebírá teplo z výměníku a prochlazuje regenerátor
- 4 píst přemísťuje chladný plyn přes výměník a regenerátor

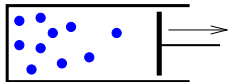
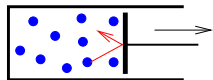
Pulzní trubice



- minimalizace vibrací
- teplo vznikající při kompresi odváděno tepelnými výměníky
- ochlazení při expanzi využito na odčerpání tepla z chlazeného vzorku
- vícestupňové trubice dosahují heliových teplot



Izoentalpická expanze, Joule-Thomsonův ventil



$$S = \text{konst.}$$

$$T \searrow$$

ideální plyn

$$S \nearrow$$

$$T = \text{konst.}$$

$$pV = NkT$$

reálný plyn

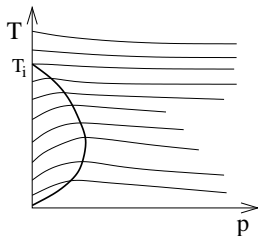
$$S \nearrow$$

$$T ?$$

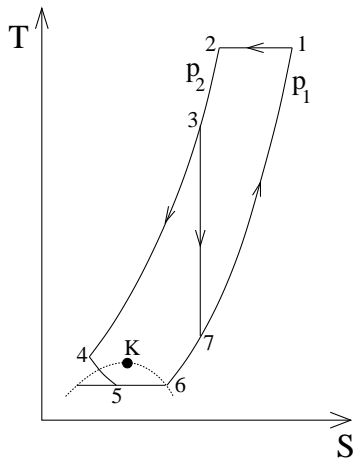
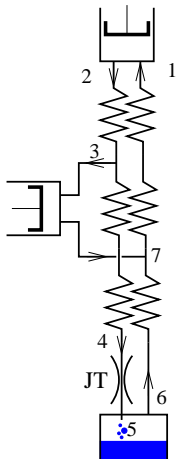
$$\left[p - a \left(\frac{N}{V} \right)^2 \right] (V - bN) = NkT$$

$$\alpha_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_{H=\text{konst.}}$$

	O ₂	N ₂	Ne	H ₂	⁴ He	³ He
T _i [K]	761	621	250	205	45	39



Claudeův zkapalňovač



- 1 → 2 Izotermická komprese, teplo odváděno do chladiče
- 2 → 3 → 4 Plyn předchlazován na tepelných výměnících
- 3 → 7 Část (~ 80 %) plynu koná vnější práci na expandéru, ochladí se a následně použije na předchlazení zbývajících plynu
- 4 → 5 Joule-Thomsonova expanze
- 5 Část plynu zkapalní, zbytek zůstává plynný
- 6 → 7 → 1 Chladný plyn se vrací přes tepelné výměníky

- 1 Fázové přechody 1. druhu
- 2 Expanze plynu
- 3 Demagnetizace**
- 4 Laserové chlazení
- 5 Ostatní metody

Adiabatická demagnetizace – entropie

$$S = -k \sum p_i \ln p_i$$

$$p_i = \frac{e^{-\frac{E_i}{kT}}}{\sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}}}$$

$$p_i \approx \frac{1 - \frac{E_i}{kT}}{(2s+1)^N}$$

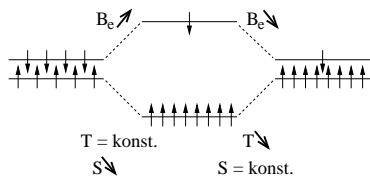
$$\ln p_i = -\frac{E_i}{kT} - \ln \sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}} \approx -\frac{E_i}{kT} - N \ln(2s+1)$$

$$S \approx k(2s+1)^{-N} \sum_i \left(1 - \frac{E_i}{kT}\right) \left[\frac{E_i}{kT} + N \ln(2s+1)\right] \approx kN \ln(2s+1) - k(2s+1)^{-N} \sum_i \left(\frac{E_i}{kT}\right)^2$$

$$E_i = E_{iD} + E_{iE}, \quad E_{iE} \propto B_E, \quad E_{iD} \propto B_D$$

$$S \approx kN \ln(2s+1) - k(2s+1)^{-N} \frac{\sum_i E_{iE}^2 + \sum_i E_{iD}^2}{(kT)^2}$$

$$S \approx S_0 - C \frac{B_E^2 + B_D^2}{T^2}$$

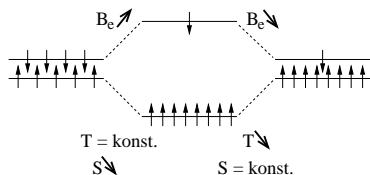


Adiabatická demagnetizace

$$S = -k \sum p_i \ln p_i$$

$$p_i = \frac{e^{-\frac{E_i}{kT}}}{\sum_i e^{-\frac{E_i}{kT}}}$$

$$S \approx S_0 - C \frac{B_E^2 + B_D^2}{T^2}$$

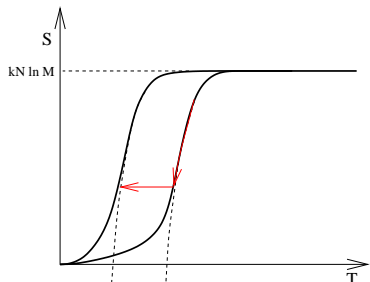


Adiabatická demagnetizace:

$$S_0 - C \frac{B_{E1}^2 + B_D^2}{T_1^2} = S_0 - C \frac{B_{E2}^2 + B_D^2}{T_2^2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{B_{E2}^2 + B_D^2}{B_{E1}^2 + B_D^2}} \rightarrow$$

$$\xrightarrow{B_{E1} \gg B_D, B_{E2} \ll B_D} \frac{B_D}{B_{E1}}$$

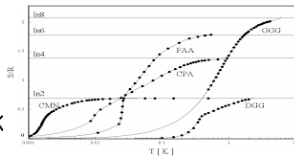


Adiabatická demagnetizace

● Paramagnetické soli

$\text{Ce}_2\text{Mg}_3(\text{NO}_3)_{12} \cdot 24\text{H}_2\text{O}$ (CMN):

- spin Ce^{3+} je $\frac{1}{2}$
- antiferomagnetické uspořádání při 2 mK
- naředění Ce^{3+} ionty La^{3+} , výměna H za D \Rightarrow 0.4/mK
- anizotropie g -faktoru – rotační magnetické chlazení

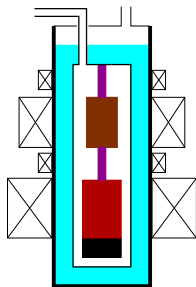


● Spiny jader

- magnetický moment $\sim 1000\times$ slabší než elektronu
- silné magnetické pole $\sim T$, předchlazení ~ 10 mK
- Cu, Pt, Rh
- systém jaderných spinů ~ 100 pK
- mřížka $\sim \mu\text{K}$

● van-Vleckova paramagnetika

- magnetické pole v místě jádra zesíleno magnetickou polarizací obalu
- PrNi_5 , PrPt_5 , PrCu_6
- ~ 0.2 mK



- 1 Fázové přechody 1. druhu
- 2 Expanze plynu
- 3 Demagnetizace
- 4 Laserové chlazení**
- 5 Ostatní metody

Kdy je hybnost fotonu a atomu srovnatelná?

$$\frac{h}{\lambda} \approx m \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$
$$T \sim \mu\text{K}$$

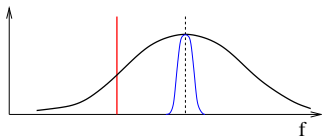
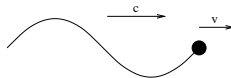
- Většinou se chladí jednoatomový plyn za nízkého tlaku
- Možné dosáhnout Bose-Einsteinovy kondenzace

- Metody:
 - Dopplerovo chlazení
 - Sisyfovo chlazení
 - Vypařování
 - Ramanovo chlazení
 - velocity-selective coherent population trapping
- Atomy/molekuly je potřeba uvěznit v pasti:
 - optické
 - magntecitké
 - magnetooptické
 - gravitooptické

Dopplerovo chlazení

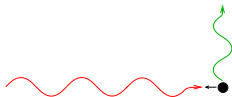
$$f_a = f_{\text{lab}} \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

$$f_{\text{laser}} = f_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

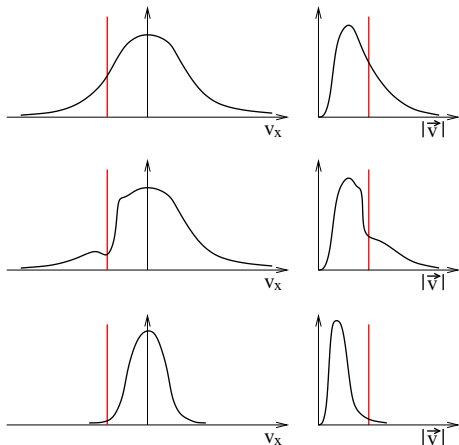


Laser naladěný na větší vlnovou délku je absorbován atomy letícími proti laseru

⇒ brzdění, chlazení.



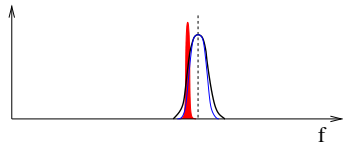
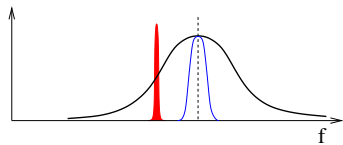
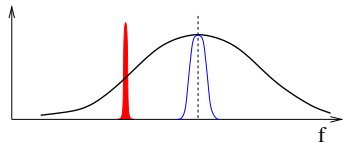
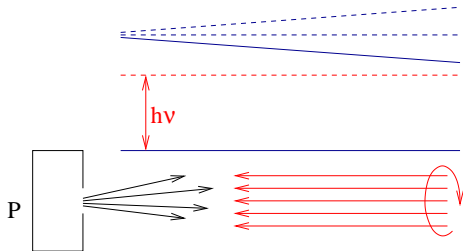
Absorpce (daný směr) – spontánní emise (náhodný směr), emitovaný foton má v průměru větší energii než absorbovaný.



Dopplerovo chlazení

Přibližování frekvence laseru a centra absorpční čáry:

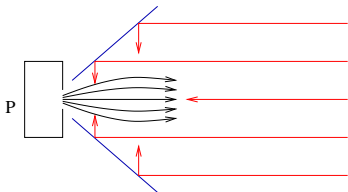
- přeladování frekvence laseru
- posun absorpční čáry – Zeemanův jev
kontinuální zdroj chladných atomů



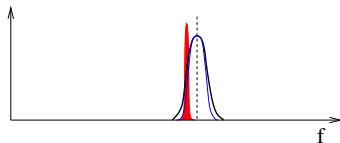
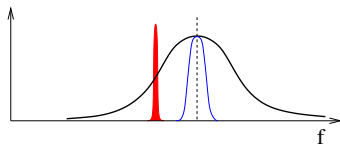
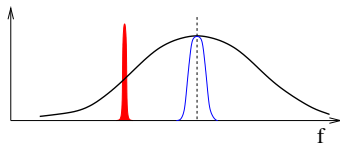
Dopplerovo chlazení

Přibližování frekvence laseru a centra absorpční čáry:

- přeladování frekvence laseru
- posun absorpční čáry – Zeemanův jev
kontinuální zdroj chladných atomů



- laser proti atomům – brzdění
- laser proti atomům i kolmo – brzdění a fokusace
- laser ze všech stran – „optická melasa“



Dopplerovo chlazení

Přibližování frekvence laseru a centra absorpční čáry:

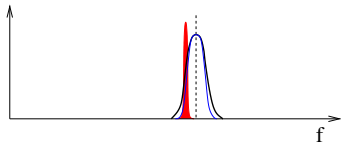
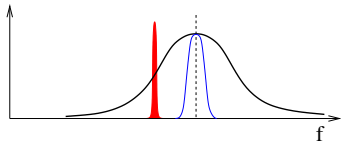
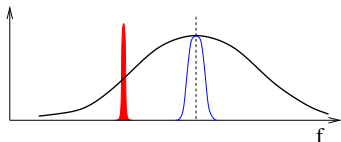
- přeladování frekvence laseru
- posun absorpční čáry – Zeemanův jev
kontinuální zdroj chladných atomů

Pro malé $\Delta = f_{\text{laser}} - f_0$ se atomy ohřívají, optimální přiblížení je dané přirozenou šířkou čáry γ . Minimální dosažitelná teplota:

$$kT = \frac{h\gamma}{2} \left(\frac{\Delta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\Delta} \right)$$

Minimum: $\Delta = \gamma$, $kT = h\gamma$.

- První stupeň – povolený přechod \sim mK
- Druhý stupeň – zakázaný přechod \sim stovky nK



Dopplerovo chlazení – odvození limitu teploty

Změna energie při absorpci:

$$\begin{aligned}\frac{dE_k}{dt} &= \frac{1}{2m} \frac{d(\rho_x^2 + \rho_y^2 + \rho_z^2)}{dt} \\ \frac{d\rho_x^2}{dt} &\propto \left[\left(\rho_x + \frac{h\nu_L}{c} \right)^2 - \rho_x^2 \right] \rho \left(\nu_L - \frac{\nu_L v_x}{c} \right) + \left[\left(\rho_x - \frac{h\nu_L}{c} \right)^2 - \rho_x^2 \right] \rho \left(\nu_L + \frac{\nu_L v_x}{c} \right) = \\ &= \frac{2h\nu_L \rho_x}{c} \left[\rho \left(\nu_L - \frac{\nu_L v_x}{c} \right) - \rho \left(\nu_L + \frac{\nu_L v_x}{c} \right) \right] + \left(\frac{h\nu_L}{c} \right)^2 \left[\rho \left(\nu_L - \frac{\nu_L v_x}{c} \right) + \rho \left(\nu_L + \frac{\nu_L v_x}{c} \right) \right] \approx \\ &\approx -4h \left(\frac{\nu_L}{c} \right)^2 \rho_x v_x \rho'(\nu_L) + 2 \left(\frac{h\nu_L}{c} \right)^2 \rho(\nu_L) \\ \frac{dE_k}{dt} &\propto \frac{3}{m} \left(\frac{h\nu_L}{c} \right)^2 \rho(\nu_L) - \frac{2h}{m} \left(\frac{\nu_L}{c} \right)^2 \vec{p} \cdot \vec{v} \rho'(\nu_L) = \frac{3}{m} \left(\frac{h\nu_L}{c} \right)^2 \rho(\nu_L) - \frac{4h}{m} \left(\frac{\nu_L}{c} \right)^2 E_k \rho'(\nu_L)\end{aligned}$$

Změna energie při emisi:

$$\begin{aligned}\Delta \rho_x^2 &= \left(\rho_x - \frac{h\nu}{c} \right)^2 - \rho_x^2 = -2\rho_x \frac{h\nu}{c} + \left(\frac{h\nu}{c} \right)^2 \\ \frac{d\rho_x^2}{dt} &\propto 2\rho(\nu_L) \iiint \left[-2\rho_x \frac{h\nu}{c} + \left(\frac{h\nu}{c} \right)^2 \right] f(\rho) d\rho_x d\rho_y d\rho_z = 2\rho(\nu_L) \left(\frac{h\nu}{c} \right)^2 \\ \frac{dE_k}{dt} &\propto \frac{3}{m} \left(\frac{h\nu}{c} \right)^2 \rho(\nu_L)\end{aligned}$$

Celková změna energie:

$$\frac{dE_k}{dt} \propto \frac{6}{m} \left(\frac{h\nu_L}{c} \right)^2 \rho(\nu_L) - \frac{4h}{m} \left(\frac{\nu_L}{c} \right)^2 E_k \rho'(\nu_L)$$

Dopplerovo chlazení – odvození limitu teploty

$$\frac{dE_k}{dt} \propto \frac{6}{m} \left(\frac{h\nu_L}{c} \right)^2 \rho(\nu_L) - \frac{4h}{m} \left(\frac{\nu_L}{c} \right)^2 E_k \rho'(\nu_L)$$

Až chlazení/ohřev dojde do rovnováhy:

$$\begin{aligned}\frac{dE_k}{dt} &= 0 \\ 3h \rho(\nu_L) &= 2E_k \rho'(\nu_L) \\ kT &= h \frac{\rho(\nu_L)}{\rho'(\nu_L)}\end{aligned}$$

Lorentzův profil spektrální čáry (HWHM γ):

$$\begin{aligned}\rho &\propto \frac{1}{\Delta^2 + \gamma^2} \\ kT &= h \frac{\Delta^2 + \gamma^2}{2\Delta} = \frac{h\gamma}{2} \left(\frac{\Delta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\Delta} \right)\end{aligned}$$

Nejnižší dosažitelná teplota:

$$\begin{aligned}\frac{d kT}{d\Delta} &= \frac{h\gamma}{2} \left(\frac{1}{\gamma} - \frac{\gamma}{\Delta^2} \right) = 0 \\ \Delta &= \gamma \\ kT_{\min} &= h\gamma\end{aligned}$$

Dopplerovo chlazení

Limity:

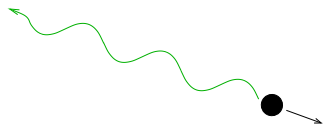
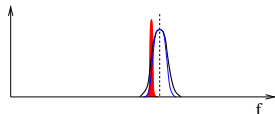
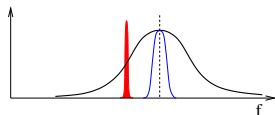
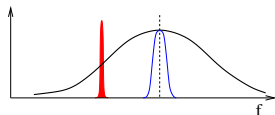
- Přirozená šířka čáry

$$kT = \frac{h\gamma}{2} \left(\frac{\Delta}{\gamma} + \frac{\gamma}{\Delta} \right)$$

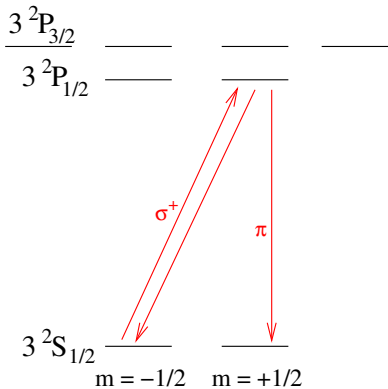
Minimum: $\Delta = \gamma$, $kT_{\min} = h\gamma$

- Limit zpětného rázu (*recoil limit*)

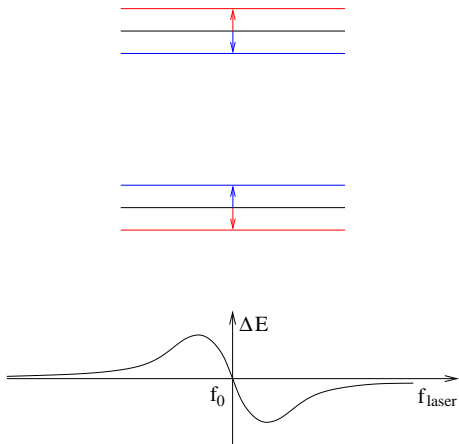
$$kT \approx \frac{1}{2m} \left(\frac{h}{\lambda} \right)^2$$
$$\sim \mu\text{K}$$



Spinová polarizace

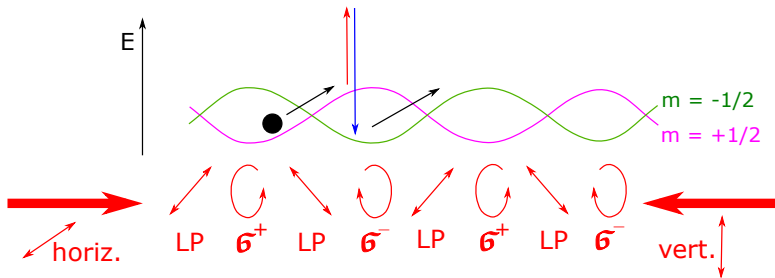


Vysokofrekvenční Starkův jev



Sisyfovo chlazení

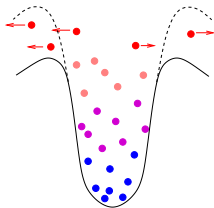
- protisměrné laserové svazky s kolmou lineární, nebo opačnou kruhovou polarizací
- na jedné vlnové délce 2 oblasti σ^+ a 2 oblasti σ^-
- v oblasti σ^+ optické čerpání do $m = +\frac{1}{2}$
- tepelný pohyb z oblasti σ^+ je energeticky nevýhodný \Rightarrow brzdění
- v oblasti σ^- atom opticky čerpán do $m = -\frac{1}{2}$, absorpce dlouhovlnnějšího fotonu, emise krátkovlnnějšího
- omezeno limitem zpětného rázu $\sim \mu\text{K}$



Chlazení pod limit zpětného rázu

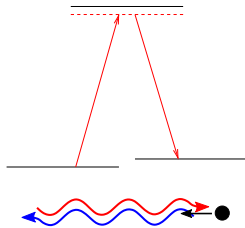
Vypařování

- Z pasti se nechají uniknout nejrychlejší atomy.
- \sim nK
- Možnosti:
 - 1 snížení hloubky pasti
 - 2 obrácení spinu vř. polem (v magnetických pastech)



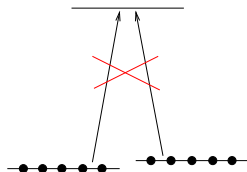
Ramanovo chlazení

- stimulovaný Ramanův rozptyl
- 2 protisměrné laserové svazky
- určujeme směry obou fotonů
- sekvence pulzů s různými frekvencemi a směry



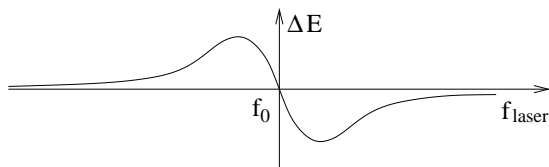
Velocity-selective coherent population trapping

Jen nehybné atomy neabsorbují (díky destruktivní interferenci vlnových funkcí), ostatní náhodně mění hybnost, dokud se nezastaví.



Interakce se zářením:

- 1 Radiační tlak, absorpce – spontánní emise.
Směr shodný se směrem toku fotonů.
Laser rozladěný ke větším vlnovým délkám způsobuje tření.
- 2 Dipólová interakce, absorpce – stimulovaná emise.
Směr gradientu intenzity:
 - Laser rozladěný k větším vlnovým délkám – vtahování do pole
 - Laser rozladěný ke kratším vlnovým délkám – vypuzování z pole

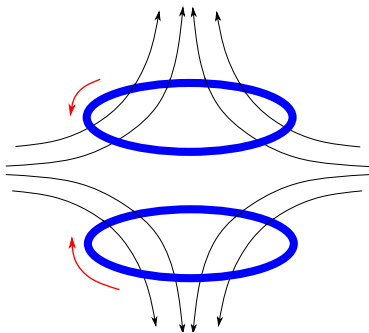


Magnetické pasti

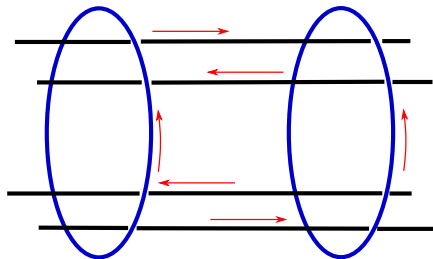
Atomy s vhodnou orientací magnetického momentu drženy v minimu magnetického pole.

Výhodné je, když past neobsahuje místo s $B = 0$, kde atomy nemusí zachovávat průmět magnetického momentu do magnetického pole.

Kvadrupól

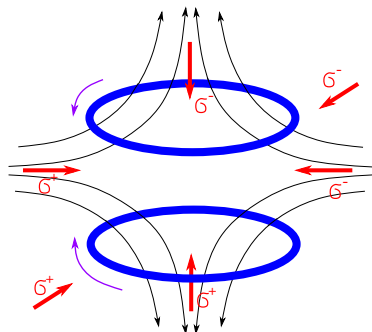
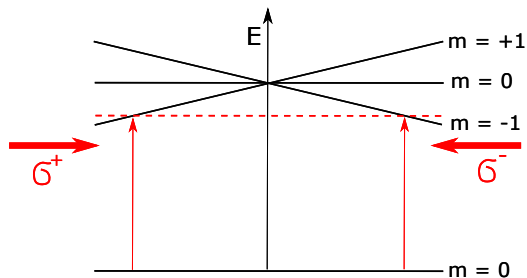


Ioffe



Magnetooptické pasti

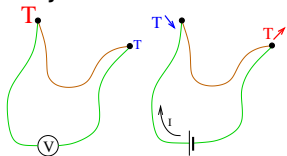
- Laser rozladěn k větším vlnovým délkám \Rightarrow chlazení
- Laser absorbován především na okraji pasti
- Absorbovány fotony, které míří do středu pasti



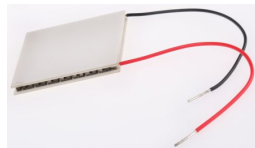
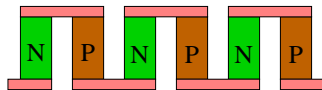
- 1 Fázové přechody 1. druhu
- 2 Expanze plynu
- 3 Demagnetizace
- 4 Laserové chlazení
- 5 Ostatní metody

Peltierův článek

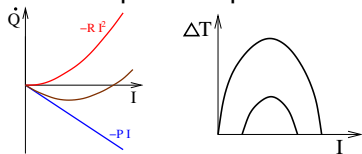
Inverzní jev k termoelektrickému



V praxi několik set článků v sérii

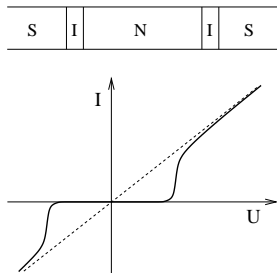


Kromě chlazení Peltierovým jevem
se uplatňuje i Jouleův ohřev
 \Rightarrow optimální proud

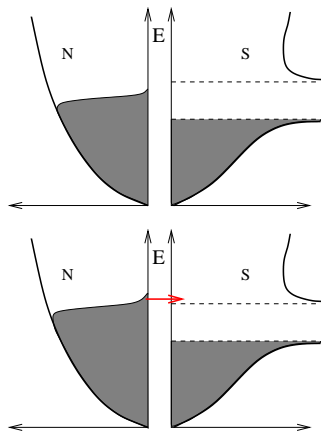


Účinnost $\sim 10\%$ Carnotova cyklu
Několikastupňové kaskády $\sim 70\text{ K}$

Tunelování přes NIS bariéru

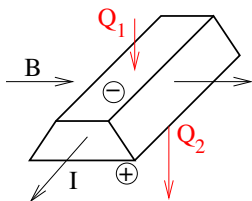


- napětí menší než šířka zakázaného pásu
- kov opouštějí jen nejrychlejší elektrony
- ~ 0.1 K



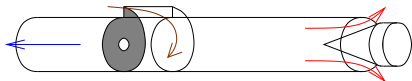
Ettingshausenův článek, vírová trubice

Ettingshausenův článek



- $r = \frac{m}{e} \frac{v}{B}$
- $\vec{j} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{\nabla} T (\perp \vec{B}, \vec{j})$
- Jouleovo teplo \Rightarrow článek se rozšiřuje k teplejšímu konci
- $\sim 0,1$ % účinnosti Carnotova cyklu

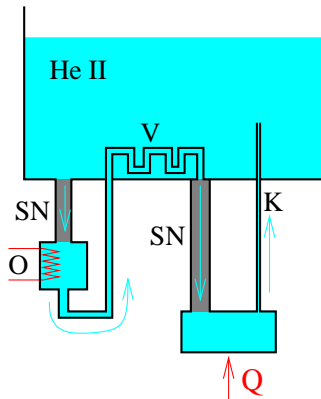
Vírová trubice



- Tangenciálně vháněný plyn
- Otvorem na ose nebo vnitřní trubicí odchází ochlazený plyn
- Stačí mít stlačený plyn
- Možné kaskádní zapojení
- Řádově nižší účinnost než mají kompresní chladicí cykly

Vírový heliový refrigerátor

- Ohřev za supranetěsností – čerpadlo (termomechanický jev)
- Výměník – ochlazení na původní teplotu
- Průtok supranetěsností – ochlazení (mechanokalorický jev)
- V kapiláře vznikají vírové kroužky, které zabraňují průtoku tepla proti proudu
- $\sim 0.7\text{ K}$



Přehled metod

