

11. cvičení z lineární algebry II

Příklad. 1. Ukažte, že soustava lineárních rovnic

$$\begin{array}{rcl} x_1 + x_2 - x_3 & = & 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 & = & 0 \\ & x_2 + x_3 & = & 1 \\ -x_1 & & + x_3 & = & -2 \end{array}$$

nemá řešení. Najděte všechny nejlepší aproximace řešení této soustavy.

Příklad. 2. Úloha lineární regrese. V rovině jsou dány body

$$[x_1, y_1] = [-1, 1], \quad [x_2, y_2] = [0, 0], \quad [x_3, y_3] = [1, 1], \quad [x_4, y_4] = [2, 3].$$

Těmito body proložte přímkou $y = px + q$ tak, aby součet čtverců

$$\sum_{i=1}^4 (y_i - (px_i + q))^2$$

byl minimální.

Příklad. 3. Uvažujme v rovině stejné 4 body jako v předchozí úloze:

$$[x_1, y_1] = [-1, 1], \quad [x_2, y_2] = [0, 0], \quad [x_3, y_3] = [1, 1], \quad [x_4, y_4] = [2, 3].$$

Těmito body proložte parabolou $y = px^2 + qx + r$ tak, aby součet čtverců

$$\sum_{i=1}^4 (y_i - (px_i^2 + qx_i + r))^2$$

byl minimální.

Domácí úloha k 10. cvičení

Příklad. 1. Soustava lineárních rovnic

$$\begin{array}{rcl} x_1 & & = & 1 \\ -x_1 + x_2 & & = & -1 \\ x_1 - x_2 + x_3 & = & 1 \\ & x_2 - x_3 & = & -1 \\ & x_3 & = & 1 \end{array}$$

nemá řešení. Najděte všechny nejlepší aproximace řešení této soustavy.

Příklad. 2. V rovině jsou dány body

$$[x_1, y_1] = [2, 5], \quad [x_2, y_2] = [-1/2, 3/2], \quad [x_3, y_3] = [3/4, 1/4].$$

Těmito body proložte přímkou $y = px + q$ tak, aby součet čtverců

$$\sum_{i=1}^3 (y_i - (px_i + q))^2$$

byl minimální.