

### 3. domácí úloha ze semináře z matematiky II, 2. 3. 2020

Řešení odevzdejte v příštím semináři 9. 3. 2020

1. (1 bod) Necht'  $U$  a  $V$  jsou podprostory vektorého prostoru  $W$ . Necht'  $w_1, w_2, \dots, w_k$  je báze  $U \cap V$ , necht'  $w_1, \dots, w_k, u_1, \dots, u_n$  je báze  $U$  a  $w_1, \dots, w_k, v_1, \dots, v_l$  je báze  $V$ . Dokažte, že pak  $w_1, \dots, w_k, u_1, u_2, \dots, u_n, v_1, v_2, \dots, v_l$  je báze  $U + V$ . Použijte pouze definici báze a definici součtu vektorových podprostorů.

Pomocí předchozího dokažte formuli pro dimenze:

$$\dim(U + V) = \dim U + \dim V - \dim(U \cap V).$$

2. (1 bod) Napište definici infima a definici limity posloupnosti rovné  $-\infty$ .

Uvažujte posloupnost  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ , která je nerostoucí. Dokažte:

- (1) Je-li  $\{a_n\}$  omezená zdola, pak má limitu v reálných číslech.
- (2) Není-li  $\{a_n\}$  omezená zdola, pak  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ .