

Jméno:

1	2	3	4	5	Celkem

**Vstupní písemka ze semináře z matematiky II – 1. část, únor 2020**

*Max. počet bodů 20*

- 1a.** Napište definici lineární nezávislosti vektorů  $v_1, v_2, \dots, v_k$  ve vektorovém prostoru  $V$ . (1 bod)
- 1b.** Mějme lineární zobrazení  $\varphi : U \rightarrow U$  a vektory  $u_1, u_2, \dots, u_k \in U$ . Dokažte: Jsou-li vektory  $\varphi(u_1), \varphi(u_2), \dots, \varphi(u_k)$  lineárně nezávislé, jsou lineárně nezávislé i vektory  $u_1, u_2, \dots, u_k$ . (3 body)
- 2a.** Napište definici lineárního zobrazení mezi dvěma vektorovými prostory. (1 bod)
- 2b.** Napište, jak vypadají všechna lineární zobrazení z  $\mathbb{R}^n$  do  $\mathbb{R}^k$ . (3 body)
- 3a.** Napište definici jádra lineárního zobrazení a definici podprostoru ve vektorovém prostoru. (2 body)
- 3b.** Dokažte: Jádro  $\ker \varphi$  lineárního zobrazení  $\varphi : U \rightarrow V$  je vektorový podprostor ve  $V$ . (2 body)
- 4.** Dokažte: Lineárního zobrazení  $\varphi : U \rightarrow V$  je prosté, právě když jeho jádro  $\ker \varphi$  obsahuje pouze nulový vektor. (4 body)
- 5a.** Napište definici lineárního obalu vektorů  $u_1, u_2, \dots, u_k$  ve vektorovém prostoru  $U$ . (1 body)
- 5b.** Z definice lineárního obalu dokažte rovnost  $[u_1, u_2, u_3] = [u_1, u_2 - u_1, u_1 + u_2 + 2u_3]$ . (3 body)