

Jméno:

1	2	3	4	5	Celkem

Vstupní písemka ze semináře z matematiky II – 2. část, únor 2020

Max. počet bodů 20

1a. Napište definici suprema množiny $M \subseteq \mathbb{R}$. (2 body)

1b. Se všemi potřebnými předpoklady zformulujte základní větu, která o supremu platí. (2 body)

2a. Napište definici limity posloupnosti reálných čísel. (1 bod)

2b. Pomocí věty o supremu z předchozí úlohy dokažte: Každá rostoucí posloupnost záporných reálných čísel má limitu. (3 body)

3a. Napište definici limity reálné funkce f v bodě $a \in \mathbb{R}$. (1 bod)

3b. Z definice limity dokažte:

$$\lim_{x \rightarrow a} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x),$$

pokud limity vpravo existují. (3 body)

4a. Pomocí kvantifikátorů napište negaci definice

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L.$$

(1 bod)

4b. Dokažte z definice limity (resp. z předchozí úlohy), že limita v bodě 2 funkce $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ takové, že $f(x) = 0$ pro x iracionální a $f(x) = 1$ pro x racionální, není rovna 0. (3 body)

5a. Napište definici spojitosti reálné funkce v bodě $a \in \mathbb{R}$. (1 bod)

5b. Dokažte z definice spojitosti: Jestliže jsou dvě funkce f a g spojité v bodě $a \in \mathbb{R}$, pak je v tomto bodě spojitý i jejich součin. (3 bod)