5.B Kvadratická rovnice, vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice

Kvadratickou rovnicí rozumíme rovnici tvaru $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$, kde $a, b, c \in \boldsymbol{R}$, $a \neq 0$, $x \in \boldsymbol{R}$.

x je *neznámá*
ax² je *kvadratický člen* (***a*** je koeficient kvadratického členu)
bx je *lineární člen* (***b*** je koeficient lineárního členu)
c je *absolutní člen*

Řešení kvadratické rovnice:

- **Neúplná či jinak „jednoduchá“ kvadratická rovnice:**

a) bez absolutního členu … $\boxed{ax^2 + bx = 0}$

Řeš.: $x.(ax + b) = 0$

$$x = 0 \;\vee\; x = -\frac{b}{a}$$

$$K = \left\{0; -\frac{b}{a}\right\}$$

b) bez lineárního členu … $\boxed{ax^2 + c = 0}$

$$x^2 = -\frac{c}{a}$$

$$x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}} \qquad \left(-\frac{c}{a} \geq 0\right)$$

$$K = \left\{-\sqrt{-\frac{c}{a}}; \sqrt{-\frac{c}{a}}\right\}$$

c) kvadratický trojčlen na levé straně lze zpaměti rozložit na součin kořenových činitelů

$\boxed{x^2 + bx + c = 0}$

Řeš.: $(x - r).(x - s) = 0$

$K = \{r;\ s\}$

- **Úplná (obecná) kvadratická rovnice:** $\boxed{ax^2 + bx + c = 0}$

Kořeny určíme podle vzorce $\boxed{x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$

Výraz ***b² - 4ac*** se nazývá ***diskriminant*** (značíme ho D).

• Je-li D > 0, má kvadratická rovnice v **R** dva různé kořeny;
• Je-li D = 0, má kvadratická rovnice v **R** jeden, tzv. *dvojnásobný*, kořen;
• Je-li D < 0, nemá kvadratická rovnice v **R** žádný kořen, v množině **C** (komplexních čísel) má dva komplexně sdružené kořeny.

Vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice – *Vietovy vzorce* :

- Pro kvadratickou rovnici tvaru $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$ a její kořeny ***r, s*** platí**:**

$$r + s = -\frac{b}{a}; \qquad r.s = \frac{c}{a}$$

- Pro kvadratickou rovnici v normovaném tvaru, tedy $\boldsymbol{x^2 + px + q = 0}$ a její kořeny ***r, s*** platí**:**

$$r + s = -p; \qquad r.s = q$$