7.B Rovnice a nerovnice s absolutními hodnotami

Pro každé reálné číslo $a \in \mathbf{R}$ je absolutní hodnota $|a| := \begin{cases} a, & je-li \;\; a \geq 0 \\ -a, & je-li \;\; a \leq 0 \end{cases}$

Řešení rovnic a nerovnic s absolutními hodnotami:

- **Jednoduché rovnice a nerovnice**

  a) využití geometrického významu absolutní hodnoty (u rovnic i nerovnic)

  b) využití umocnění obou stran 1) *rovnice* (často neekvivalentní úprava přinášející nezbytnost zkoušky!)

  2) *nerovnice* (lze provést pouze v případě, že je zaručena nezápornost obou umocňovaných stran)

- **Složitější rovnice a nerovnice** (s větším počtem absolutních hodnot výrazů)
  – optimální (i přehledné) řešení – tabulkou vytvořenou s pomocí tzv. nulových bodů.

Geometrický význam absolutní hodnoty $|a|$ ***a absolutní hodnoty*** $|a-b|$ ***:***

Absolutní hodnota $|a|$ se pro libovolné $a \in$ R rovná vzdálenosti obrazu tohoto čísla od počátku číselné osy (od obrazu čísla 0).
Absolutní hodnota $|a-b|$, resp. $|b-a|$, se pro libovolná a ,$b \in$ R rovná vzájemné vzdálenosti obrazů dotyčných čísel a, b na číselné ose.

Některé vlastnosti absolutní hodnoty:

Pro každé reálné číslo $a \in \mathbf{R}$ a pro každé reálné číslo $b \in \mathbf{R}$ platí:

1) $|a| \geq 0$

2) $|a| = |-a|$

3) $a \leq |a|, \; -a \leq |a|$

4) $|a| - |b| \leq \big||a| - |b|\big|$

5) $0 \leq |a+b| \leq |a| + |b|$

6) $|a.b| = |a|.|b|$

7) $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$, *je-li* $b \neq 0$

Pozn.: Pro každé $a \in \mathbf{R}$ *platí:* $\sqrt{a^2} = |a|$