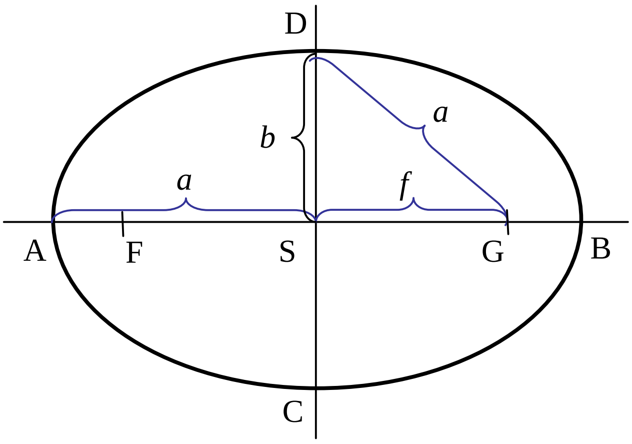
44.B Elipsa

ELIPSA *E(F,G, 2a)* je množina všech bodů X roviny ρ, jejichž součet vzdáleností od dvou daných bodů F, G (tzv. ohnisek) je konstantní a rovná se 2a, kde 2a je větší než vzdálenost bodů F, G.

Tedy $E(F,G,2a)=\{X \in \rho; |XF|+|XG| = 2a,\ \text{kde } 2a > |FG|\}$



F, G - ohniska
A, B – hlavní vrcholy
C, D – vedlejší vrcholy
S - střed
a – velikost hlavní poloosy
b – velikost vedlejší poloosy
e – excentricita (výstřednost)

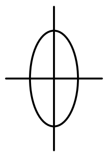
$$a^2 = b^2 + e^2$$

Rovnice elipsy *E(F, G, 2a):*

1) **Středová**

a) S[0;0] ……... E: $\boxed{\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1}$

$$\left(\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1\right)$$



b) S[m;n] ……..E: $\boxed{\dfrac{(x-m)^2}{a^2}+\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1}$

$$\left(\frac{(x-m)^2}{b^2}+\frac{(y-n)^2}{a^2}=1\right)$$

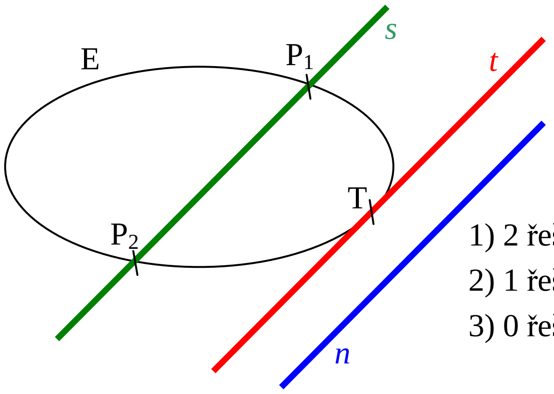
2) **Obecná** …….E: $\boxed{Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0}$, A ≠ B , A.B > 0

Vzájemná poloha bodu a elipsy:

Nechť je dána elipsa E: $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$ a bod $M[x_M, y_M]$. Levou stranu rovnice elipsy označíme L(x, y). Pak platí:

1) Je-li $L(x_M, y_M) = 0$, pak $M \in E$.
2) Je-li $L(x_M, y_M) > 0$, pak M leží vně E.
3) Je-li $L(x_M, y_M) < 0$, pak M leží uvnitř útvaru ohraničeného elipsou E.

<u>Vzájemná poloha přímky (lineárního útvaru) a elipsy</u> – je dána počtem společných bodů. Řeší se tedy soustava kvadratické rovnice (elipsy) a lineární rovnice (přímky)



E: $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy + E = 0$
p: $ax + by + c = 0$
- soustava dvou rovnic o dvou neznámých

Může nastat, že soustava má:
1) 2 řešení: $E \cap p = \{P_1; P_2\}$.........$p = s$....*sečna*
2) 1 řešení: $E \cap p = \{T\}$...............$p = t$.....*tečna*
3) 0 řešení: $E \cap p = \emptyset$..................$p = n$....*vnější_přímka*

Pozn.: Určujeme-li vzájemnou polohu elipsy a některé podmnožiny přímky (úsečka, polopřímka), pak při řešení pracujeme raději s parametrickou rovnicí dané podmnožiny.

<u>Rovnice tečny</u> vedené k elipse *E(F, G, 2a)* v jejím bodě $T[x_o, y_o]$:

$$\boxed{\frac{(x_0 - m)(x - m)}{a^2} + \frac{(y_0 - n)(y - n)}{b^2} = 1}$$