MUC31 Lineární algebra a geometrie

Domácí úkoly

1. úkol
Termín: 29.2.2020

5.1.B6 b)

2. úkol
Termín: 27.3.2020

3.4.B20

3. úkol
Termín: 5.4.2020

Vypočtěte následující determinanty (řádů 3,4 a n)

$$\begin{vmatrix} -3 & 2 & -4 \\ 3 & -3 & 2 \\ -2 & 4 & -1 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 0 & -2 & 1 & -2 \\ -3 & 0 & -2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & -4 \\ -1 & 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 1-n & 1 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 1-n & \cdots & 1 & 1 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 1-n & 1 \\ 1 & 1 & \cdots & 1 & 1-n \end{vmatrix}$$

4. úkol
Termín: 10.4.2020

Příklad 1: U. p. matic A, B, které nejsou čtvercové a přitom existují oba součiny $A \cdot B$ i $B \cdot A$.
Příklad 2: Spočtěte $A \cdot B \cdot C$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Příklad 3: Rozhodněte, zda dané matice tvoří bázi prostoru $\mathrm{Mat}_{nn}(\mathbb{R})$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 7 & -7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & -4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

5. úkol
Termín: 17.4.2020

Příklad 1: Určete hodnost matice

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Příklad 2: K dané matici nalezněte inverzní matici (libovolnou metodou)

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

6. úkol
Termín: 24.4.2020

4.4.B17 f)

7. úkol
Termín: 1.5.2020

6.1.B13

8. úkol
Termín: 8.5.2020

Příklad 1: Je dán vektorový prostor $\mathbb{R}_2[x]$ se skalárním součinem

$$\vec{f} \cdot \vec{g} = \int_{-1}^{1} f(x) \cdot g(x)\,\mathrm{d}x.$$

Rozhodněte, zda-li vektory $\vec{f_1} = 2x$, $\vec{f_2} = 3x^2 - 1$, $\vec{f_3} = 3$ tvoří bázi, resp. ortogonální bázi, resp. ortonormální bázi tohoto euklidovského prostoru.

Příklad 2: V euklidovském prostoru $\mathbb{R}^4$ jsou dány vektory

$$\vec{u}_1 = (1, -2, 2, 1) \qquad \vec{u}_2 = (1, 3, 2, 1).$$

Ukažte, že jsou ortogonální a doplňte je na ortogonální bázi celého prostoru $\mathbb{R}^4$.

Příklad 3: V euklidovském prostoru $\mathbb{R}^3$ nalezněte ortogonální projekci vektoru $\vec{u} = (3, -7, 8)$ do prostoru $W = L((1, 1, -2), (3, 1, -1))$.

9. úkol
Termín: 15.5.2020

Příklad 1: Rozhodněte, zda $\varphi\colon \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}_3[x]$, kde

$$\varphi(ax^2 + bx + c) = 3ax^3 + 2bx^2 + cx$$

je lineární zobrazení, resp. injektivní LZ, resp. surjektivní LZ.

Příklad 2: Nalezněte jádro a obraz zobrazení $\varphi\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$, kde

$$\varphi((x_1, x_2, x_3)) = (x_1 + x_2, x_2 + x_3).$$

Příklad 3: Rozhodněte, zda prostory $V = \mathbb{R}^3$ a $V' = \mathbb{Q}^3$ jsou izomorfní.