

# Rovnice a nerovnice v součinném tvaru <sup>1</sup>

## Důležitá upozornění.

- Dávejte pozor, abyste nerovnici nenásobili výrazem s neznámou, který může být pro nějaké hodnoty této neznámé kladný a pro jiné záporný.
- Všimněte si, zda je některý činitel kladný či nezáporný pro všechna  $x \in \mathbb{R}$ . Výrazem, který je nezáporný, ale nemusí být kladný, nelze rovnici či nerovnici dělit!
- V součinném tvaru je potřebné najít a uvážit všechny nulové body příslušného výrazu. Studovanou nerovnici pak vyřešíme pomocí číselné osy a tabulky znamének.

## Zadání úloh.

V  $\mathbb{R}$  vyřešte rovnice či nerovnice

1.

$$8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 = 0 \quad \text{a} \quad 8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 \leq 0,$$

2.

$$27x^3 + 54x^2 + 36x + 8 = 0 \quad \text{a} \quad 27x^3 + 54x^2 + 36x + 8 > 0,$$

3.

$$x^3 + 5x^2 + 4x = 0 \quad \text{a} \quad x^3 + 5x^2 + 4x > 0,$$

4.

$$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0,$$

5.

$$x^3 - 3x^2 + 4x - 12 = 0 \quad \text{a} \quad x^3 - 3x^2 + 4x - 12 \geq 0,$$

6.

$$x^3 - 3x + 2 = 0 \quad \text{a} \quad x^3 - 3x + 2 \leq 0,$$

7.

$$x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0,$$

8.

$$x^3 - 4x^2 + x - 4 = 0 \quad \text{a} \quad x^3 - 4x^2 + x - 4 \leq 0,$$

9.

$$x^5 - 3x^4 + 3x^3 - x^2 \geq 0,$$

10.

$$(4 - x)^2 (x - 2) > 0,$$

---

<sup>1</sup>Případné náměty k tomuto textu prosím adresujte na e-mail [akob@jaroska.cz](mailto:akob@jaroska.cz). Děkuji Aleš Kobza (autor materiálu).

11.

$$(x - 1)(x + 2)(5 - x) \geq 0,$$

12.

$$x^3 - 2x^2 - 4x > -8,$$

13.

$$\sqrt{-2x^2 + 7x - 6} \leq 0,$$

14.

$$\sqrt{3x^2 + 5x - 2} > 0.$$

### Návody k řešení a výsledky úloh.

1. rovnice  $K = \{1/2\}$ , nerovnice  $K = (-\infty; 1/2)$ ,
2. rovnice  $K = \{-2/3\}$ , nerovnice  $K = (-2/3; \infty)$ ,
3. rovnice  $K = \{-4; -1; 0\}$ , nerovnice  $K = (-4; -1) \cup (0; \infty)$ ,
4.  $K = \{\pm 1; -3\}$ ,
5. rovnice  $K = \{3\}$ , nerovnice  $K = \langle 3; \infty$ ,
6. výraz  $x^3 - 3x + 2$  upravte na „čtyřčlen“  $x^3 - x - 2x + 2$ , který už zvládnete „standardně“ rozložit do součinnového tvaru, rovnice  $K = \{1; 2\}$ , nerovnice  $K = (-\infty; -2) \cup \{1\}$ ,
7.  $K = \{\pm 3; -2\}$ ,
8. rovnice  $K = \{4\}$ , nerovnice  $K = (-\infty; 4)$ ,
9.  $K = \{0\} \cup \langle 1; \infty$ ,
10.  $K = (2; 4) \cup (4; \infty)$ ,
11.  $K = (-\infty; -2) \cup \langle 1; 5$ ,
12.  $K = (-2; \infty) - \{2\}$ ,
13. výraz pod odmocninou musí být nezáporný a přitom dle zadání také nekladný, takže musí být nulový,  $-2x^2 + 7x - 6 = (x - 2)(3 - 2x)$ ,  $K = \{2; 3/2\}$ , všimněte si, že i nerovnice může mít konečnou množinu kořenů,
14. je třeba, aby  $3x^2 + 5x - 2 = (3x - 1)(x + 2) > 0$ ,  $K = (-\infty; -2) \cup (1/3; \infty)$ .