

## 24. Goniometrické funkce a vztahy mezi nimi

### Teoretická část

- Jednotková kružnice, přehled definic a vět (kosinus, sinus, tangens, kotangens)
- Grafy goniometrických funkcí
- Vlastnosti goniometrických funkcí a vztahy mezi nimi

### Praktická část

Základní poznatky:

1. Načrtněte graf funkce:

a)  $f: y = 2 \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

b)  $g: y = \cos(2x + \pi) + 1$

c)  $h: y = \frac{-\cos(x)}{|\cos(x)|}$

[Pro kontrolu grafů využijte [www.wolframalpha.com](http://www.wolframalpha.com) nebo MAW <http://um.mendelu.cz/maw-html/menu.php>]

2. Vyjádřete hodnoty úhlů v radiánech, případně ve stupních.

Dále uveďte hodnoty v základní velikosti, tj.  $[0, 2\pi)$ :

a)  $2070^\circ$ ,      b)  $\frac{14}{3}\pi$ ,      c)  $\frac{21}{4}\pi$ ,      d)  $-\frac{17}{6}\pi$

$$\left[ a) \frac{23}{2}\pi \cong \frac{3}{2}\pi, b) 840^\circ \cong 120^\circ, c) 945^\circ \cong 225^\circ, d) -510^\circ \cong 210^\circ \right]$$

3. Určete hodnoty všech základních goniometrických funkcí pro úhel  $x = \frac{107}{6}\pi$ . Počítejte bez kalkulačky s užitím jednotkové kružnice.

$$\left[ -\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{3}, -\sqrt{3} \right]$$

Typové příklady standardní náročnosti:

4. Vypočtete:

a)  $\cos 15^\circ$       b)  $\sin 75^\circ$       c)  $\sin 135^\circ \cdot \cos(-45^\circ) \cdot \sin \pi - \cos 135^\circ \cdot \sin 240^\circ$

$$\left[ \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{6}}}{4}; \frac{\sqrt{2+\sqrt{6}}}{4}; -\frac{\sqrt{6}}{4} \right]$$

5. Určete hodnoty všech goniometrických funkcí v bodě  $x$ , jestliže platí  $\cotg x = \sqrt{2}$  a zároveň  $x \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$ .

$$\left[ -\frac{\sqrt{3}}{3}; -\frac{\sqrt{6}}{3}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$$

6. Dokažte, že platí:

a)  $\sin(45^\circ - x) \cdot \sin(45^\circ + x) = \frac{1}{2} \cos 2x$       b)  $\frac{\sin x + \sin y}{\cos x + \cos y} = \operatorname{tg} \frac{x+y}{2}$

7. Zjednodušte:

a)  $\frac{1 - \cos 2x}{\sin 2x} + \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x}$

b)  $1 - \sin^2 x + \cotg^2 x \cdot \sin^2 x$

[a)  $2 \operatorname{tg} x, x \neq k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ , b)  $2 \cos^2 x, x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ]