

## 25. Goniometrické rovnice

### Teoretická část

- Typy goniometrických rovnic:
  1. rovnice v základním tvaru a využití jednotkové kružnice k nalezení jejich řešení,
  2. rovnice vedoucí ke kvadratické či bikvadratické rovnici, možnost řešení pomocí substituce,
  3. využívající vztahů mezi goniometrickými funkcemi, užití znalostí o goniometrických funkcích,
  4. jiné

### Praktická část

#### Základní poznatky

1. Řešte v  $R$  rovnice

a)  $2 \sin x = \sqrt{3}$

$$\left[ \text{typ 1, } K = \bigcup_{k \in Z} \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi; \frac{2\pi}{3} + 2k\pi \right\} \right]$$

b)  $-\sqrt{3} \operatorname{tg} x = 1$

$$\left[ \text{typ 1, } K = \bigcup_{k \in Z} \left\{ \frac{5\pi}{6} + k\pi \right\} \right]$$

2. Přiřadte ke každé rovnici 1. – 4. její řešení a) – f) v oboru  $R$ : (zdroj státní maturita září 2016)

1.  $\operatorname{tg} x = 0$

a)  $x = \frac{k\pi}{2}, k \in Z$

2.  $\cos x = 1$

b)  $x = k\pi, k \in Z$

3.  $\sin 2x = 0$

c)  $x = 2k\pi, k \in Z$

4.  $\operatorname{cotg} \frac{x}{2} = 1$

d)  $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z$

e)  $x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in Z$

f)  $x = \pi + 2k\pi, k \in Z$

$$[1b, 2c, 3a, 4e]$$

3. Kolik řešení má rovnice  $\operatorname{tg} 2x = 0$  v oboru  $\langle 0; 2\pi \rangle$ ? (zdroj maturita M+, květen 2017)

[5]

#### Typové příklady standardní náročnosti

4. Řešte v  $R$  rovnice

a)  $2 \sin \left( 2x - \frac{\pi}{3} \right) = 1$

$$\left[ \text{typ 1, } K = \bigcup_{k \in Z} \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi; \frac{7\pi}{12} + k\pi \right\} \right]$$

b)  $3 \sin x = 2 \cos^2 x$

$$\left[ \text{typ 2, } K = \bigcup_{k \in Z} \left\{ \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \right\} \right]$$

c)  $2 \sin^2 x = 2 - \operatorname{cotg}^2 x$

$$\left[ \text{typ 2, } K = \bigcup_{k \in Z} \left\{ \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}; \frac{\pi}{2} + k\pi \right\} \right]$$

d)  $\sin x + \cos 2x = 1$

$$\left[ \text{typ 2, } K = \bigcup_{k \in Z} \left\{ k\pi; \frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \right\} \right]$$

e)  $\operatorname{cotg}^3 x - 2\operatorname{cotg}^2 x + \operatorname{cotg} x = 0$

$$\left[ \text{typ 2, } K = \bigcup_{k \in Z} \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{4} + k\pi \right\} \right]$$

f)  $\cos x + \sqrt{3} \sin x = 2$

$$\left[ \text{typ 3, } K = \bigcup_{k \in Z} \left\{ \frac{\pi}{3} + 2k\pi \right\} \right]$$

## Rozšiřující cvičení

5. Řešte v  $\mathbb{R}$  rovnici

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin(\pi - 3x)$$

$$\left[ \text{typ 4, } K = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left\{ \frac{\pi}{8} + \frac{k\pi}{2}; \frac{\pi}{4} + k\pi \right\} \right]$$

### Poznámka

Pro případné zadání rovnic do Wolframalpha.com a podobných programů použijte do zadání rovnice v příkazovém řádku následující syntaxi:

- |                                 |   |
|---------------------------------|---|
| ▪ goniometrické funkce          | $\sin(x), \cos(x), \tan(x), \cot(x)$  |
| ▪ mocniny goniometrických fcí   | $\sin^2(x) + \cos^2(x)$   |
| ▪ odmocnina (angl. square root) | $\text{sqrt}(x), \text{sqrt}(x + 1), \text{sqrt}(2), \text{sqrt}(3), \dots$ |

Ve Wolframalpha si nastavte funkci reálné proměnné, tj. Real-valued plot, nikoliv Complex-valued plot.