

27. Objemy a povrchy těles

Teoretická část

- Umět definovat a popsat tělesa
 - hranol, kolmý hranol, pravidelný hranol, kvádr, krychle
 - jehlan, pravidelný jehlan, komolý jehlan, čtyřstěn, pravidelný čtyřstěn
 - rotační válec, rovnostranný válec
 - rotační kužel, komolý kužel
 - koule, kulová plocha, kulová výseč, kulová úseč (vrchlík), kulová vrstva
- Umět vypočítat jejich objem a povrch, případně další jejich důležité prvky.
- Orientovat se v MFCh tabulkách

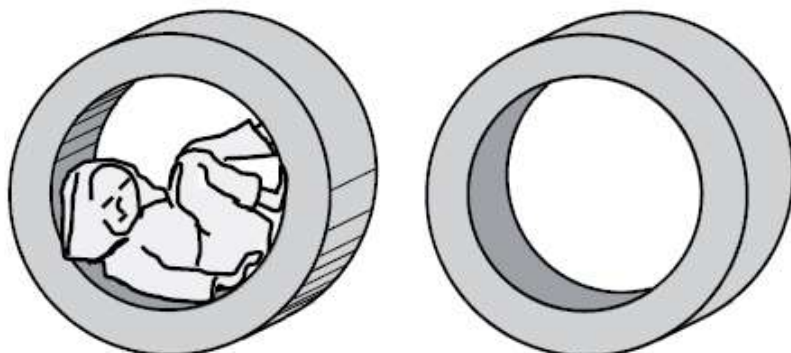
Praktická část

Základní poznatky

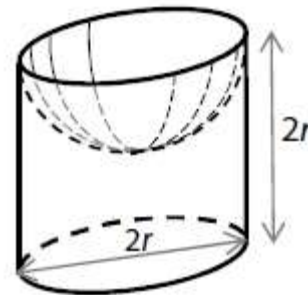
1. Délka tělesové úhlopříčky krychle je $3\sqrt{6}$ cm. Vypočítejte objem krychle. [$54\sqrt{2}$ cm³]
2. Hranu krychle zvětšíme dvakrát. Kolikrát se zvětší
 - a) její objem? [8x]
 - b) její povrch? [4x]
3. O kolik procent se zvětší objem krychle, jestliže se hrana krychle zvětší o 15%? [o 52%]

Typové příklady standardní náročnosti

4. Rozměry kvádrů jsou v poměru 2: 3: 6, tělesová úhlopříčka má délku 14 cm. Určete povrch, objem a odchylku tělesové úhlopříčky od roviny podstavy. [288 cm², 288 cm³, 59°]
5. Nálevka má tvar rovnostranného kužele. Vypočítejte obsah plochy smáčené vodou v případě, že do nálevky nalijete 3 litry vody. [$6\sqrt[3]{\pi}$ dm²]
6. (Státní maturita, květen 2017) Kapka rtuti tvaru koule o průměru 3 mm se rozdělila na dvě stejně velké kapičky tvaru koule. Jaký je poloměr nově vytvořené kapičky rtuti? Výsledek zaokrouhlete na setiny. [1,19 mm]
7. (Státní maturita, květen 2017) Cvičební pomůcka z šedé pěny je rotační těleso, které lze popsat jako dutý válec. Dutý válec má výšku 70 cm, vnější průměr 180 cm a vnitřní průměr (tj. průměr dutiny) 120 cm. Jaký je povrch tělesa (včetně plochy uvnitř dutiny)? Výsledek zaokrouhlete na desetiny m². [9,4 m²]

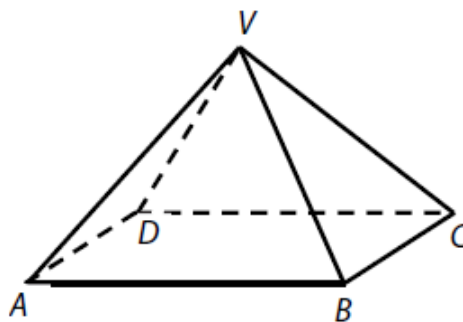
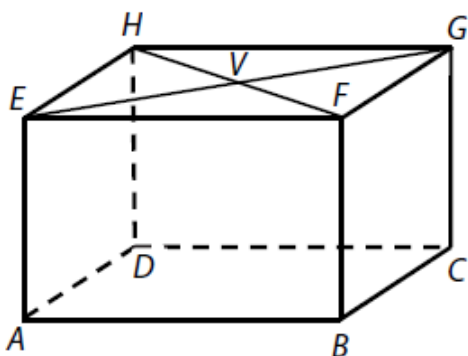


8. (Státní maturita, září 2016) V rovnostranném válci je vytvořena dutina tvaru polokoule. Poloměr podstavy válce i poloměr polokoule je $r = 10$ cm, výška válce je $2r$. Jaký je povrch vytvořeného tělesa (tj. válce s dutinou)? $[700 \pi \text{ cm}^2]$



9. (Státní maturita, květen 2016) Z kvádrů $ABCDEFGH$ se vyřízne jehlan $ABCDV$. Vrchol V je středem stěny $EFGH$. Určete,

- a) kolikrát je objem kvádrů větší než objem jehlanu? $[3 \text{ krát}]$
 b) Je-li $|BD| = 4\sqrt{7}$ cm a $|BV| = 8$ cm, vypočítejte v cm výšku jehlanu. $[v = 6 \text{ cm}]$



10. Vypočítejte objem pravidelného trojbokého jehlanu, který má podstavnou hranu $a = 4$ cm a odchylku pobočné stěny od roviny podstavy $\beta = 45^\circ$. $[\frac{8}{3} \text{ cm}^3]$

11. Krychli vepište a opište kouli. Vypočítejte poměr objemů koule opsané, krychle a koule vepsané.

$$[3\pi\sqrt{3}: 6: \pi]$$

Rozšiřující cvičení

12. Pravidelný komolý čtyřboký jehlan má podstavné hrany délek 6 cm a 4 cm. Boční hrana svírá s rovinou podstavy úhel 60° . Vypočítejte objem a povrch komolého jehlanu.

$$[\frac{76}{3}\sqrt{6} \text{ cm}^3, 52 + 20\sqrt{7} \text{ cm}^2]$$

13. Do koule daného objemu V je vepsán rotační kužel, jehož osový řez má při vrcholu úhel α . Určete objem tohoto kužele.

$$[V_2 = \frac{1}{2} V \sin^2 \alpha \cos^2 \frac{\alpha}{2}]$$

14. Vypočítejte objem a povrch čočky, která vznikne průnikem dvou koulí o poloměrech 8 cm a 4 cm. Vzdálenost středů je 10 cm.

$$[30,58 \text{ cm}^3; 65,3 \text{ cm}^2]$$