

## 44. Elipsa

### Teoretická část

- Definice elipsy, pojmy střed elipsy, hlavní a vedlejší vrcholy, ohniska, velikost hlavní a vedlejší poloosy, excentricita.
- Rovnice elipsy: středová i obecná.
- Tečny elipsy
- Vzájemná poloha bodu a elipsy, vzájemná poloha přímky a elipsy.

### Praktická část

#### Základní poznatky

1. Zjistěte, zda rovnice  $9x^2 + 25y^2 - 54x - 100y = 44$  je rovnicí elipsy. Pokud ano, určete základní parametry a načrtněte ji v soustavě souřadnic.

$$\left[ \begin{array}{l} \text{elipsa, } S[3; 2], a = 5, b = 3, e = 4, a \parallel x, \\ A[-2; 2], B[8; 2], C[3; -1], D[3; 5], \\ F[-1; 2], G[7; 2] \end{array} \right]$$

#### Typové příklady standardní náročnosti

2. Určete vzájemnou polohu přímky  $p: 2x - y + 4 = 0$  a elipsy  $E: 2x^2 + 3y^2 + 6x + 4 = 0$ .

$$\left[ \text{sečna, } P_1: [-2; 0], P_2: \left[-\frac{13}{7}; \frac{2}{7}\right] \right]$$

3. Vypočtěte obsah obdélníka vepsaného do elipsy  $E: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$  tak, že jeho dvě strany procházejí ohnisky kolmo k ose.  
[ $S = 38,4 j^2$ ]

4. Dokažte, že bod  $Q[0; -3]$  je vnějším bodem elipsy  $E: 5x^2 + 9y^2 = 45$  a napište rovnice tečen elipsy, které procházejí bodem  $Q$ .  
[ $t_1: 2x - 3y - 9 = 0, t_2: 2x + 3y + 9 = 0$ ]

5. Určete rovnice tečen elipsy  $E: 9x^2 + 16y^2 = 144$ , které mají směrnici 1.

$$[t_1: x - y + 5 = 0, t_2: x - y - 5 = 0]$$

6. Určete rovnice tečen elipsy  $E: x^2 + 4y^2 = 4$ , která je kolmá k přímce  $q: 3x + 2y = 0$ .

$$[t_{1,2}: y = \frac{2}{3}x \pm \frac{5}{3}]$$

7. (Státní maturita M+ 2017)

Na polopřímce  $EF$  leží body

$A, B, C, D, X, Y$  a mimo ni bod  $M$ .

Uvažujme elipsu s ohnisky  $E, F$ , která

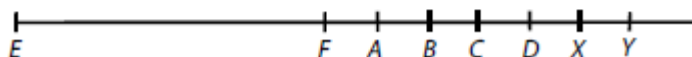
prochází bodem  $M$ . Kde se nachází

průsečík elipsy a polopřímky  $EY$ ?

Doporučení: Řešte v obrázku

konstrukčně. Na úsečce  $AB, BC, CD, DX$  nebo na polopřímce  $XY$

\* M



[na BC]

## Rozšiřující cvičení

8. Napište rovnici elipsy, která má hlavní osu rovnoběžnou s osou  $x$ , střed  $S[2; 1]$ , hlavní poloosa je dvakrát delší než vedlejší poloosa a elipsa prochází počátkem soustavy souřadnic.

$$\left[ E: \frac{(x-2)^2}{8} + \frac{(y-1)^2}{2} = 1 \right]$$

### Poznámka

Pro případné zadání rovnic do Wolframalpha.com a podobných programů použijte v příkazovém řádku následující syntaxi:

- $E: 9x^2+25y^2-54x-100y=44$
- $p_1: 2x-y+4=0$