3.B Úpravy algebraických výrazů

Algebraický výraz: zápis skládající se z čísel a z písmen označujících proměnné, jež jsou spojeny znaky operací, popř. obsahují závorky

Definiční obor výrazu: množina hodnot proměnných, pro něž má algebraický výraz smysl (neformálně „Podmínky“)

Úprava algebraického výrazu: spočívá v nahrazení daného algebraického výrazu jednodušším algebraickým výrazem (ve tvaru např. součinu, bez odmocnin ve jmenovateli, ...), který se původnímu výrazu rovná na jejich společném definičním oboru

Druhy algebraických výrazů:

1) iracionální (obsahují odmocniny, *např.*: $1+\sqrt{x}$; $a+\sqrt{b-1}$)
2) racionální (nevyskytují se v nich odmocniny)
   - celistvé: mnohočleny (*např.*: $2x+1$; $3x^2+5x-y$; 4; a^2+b^2)
   - lomené: podíly mnohočlenů (jmenovatel $\neq 0$, *např.*: $\dfrac{x^2-2x-1}{x-1}$; $\dfrac{4}{3x}$)

Vzorce:

$$(a\pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a\pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$(a\pm b)^4 = a^4 \pm 4a^3b + 6a^2b^2 \pm 4ab^3 + b^4$$

$$(a\pm b)^5 = a^5 \pm 5a^4b + 10a^3b^2 \pm 10a^2b^3 + 5ab^4 \pm b^5$$

$$(a\pm b)^n = \binom{n}{0}a^n \pm \binom{n}{1}a^{n-1}b + \binom{n}{2}a^{n-2}b^2 + \ldots + \binom{n}{n-1}ab^{n-1} \left\langle \begin{array}{l} +\binom{n}{n}b^n \cdots n \text{ je sudé} \\ -\binom{n}{n}b^n \cdots n \text{ je liché} \end{array} \right.$$

$$a^2-b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$a^3+b^3 = (a+b)(a^2-ab+b^2)$$

$$a^3-b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$$

$a^n+b^n=(a+b).\left(a^{n-1}-a^{n-2}.b+a^{n-3}.b^2-\ldots-a.b^{n-2}+b^{n-1}\right)$ pro n liché

$a^n-b^n=(a-b).\left(a^{n-1}+a^{n-2}.b+a^{n-3}.b^2+\ldots+a.b^{n-2}+b^{n-1}\right)$ pro n liché i sudé

$a^n-b^n=(a+b).\left(a^{n-1}-a^{n-2}.b+a^{n-3}.b^2-\ldots+a.b^{n-2}-b^{n-1}\right)$ pro n sudé

Pascalův trojúhelník:

- geometrické uspořádání binomických koeficientů do tvaru trojúhelníku

1
1 1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
...

Nejčastější úpravy algebraických výrazů:

1) rozklad mnohočlenu na součin
   - vytýkání
     - jednoduché, $nap\check{r}.: a^3 + 2a^2 = a^2(a+2)$
     - vícenásobné,
       $nap\check{r}.: a^5 + 2a^4 + a + 2 = a(a^4+1) + 2(a^4+1) = (a+2).(a^4+1)$
   - rozklad kvadratického trojčlenu
   - pomocí vzorců
2) úpravy zlomků
   - rozšiřování $nap\check{r}.: \frac{a}{b} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{c} = \frac{ac}{bc}$, kde b ≠ 0, c ≠ 0
   - krácení $nap\check{r}.: \frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$, kde b ≠ 0, c ≠ 0
   - usměrňování $nap\check{r}.: \frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot 1 = \frac{a}{\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$ b > 0

Podmínky: jmenovatel nesmí být roven 0, pod odmocninou nesmí být záporné číslo,….