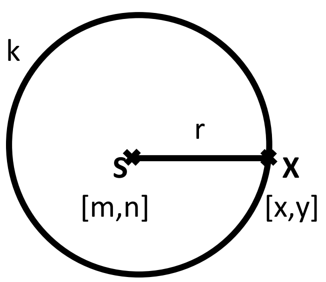
42.B Kružnice, kruh, kulová plocha

Kuželosečka – průnik kruhové kuželové plochy *s* o vrcholu O a roviny α
Typy kuželoseček:

- **Kružnice** – je-li rovina α kolmá k ose *o* kuželové plochy *s*
- **Elipsa** – jestliže rovina α není kolmá k ose plochy *s* a zároveň není rovnoběžná s žádnou přímkou kuželové plochy *s*
- **Parabola** – jestliže je rovina α rovnoběžná právě s jednou přímkou kuželové plochy *s*
- **Hyberbola**- jestliže je rovina α rovnoběžná s dvěma různými přímkami kuželové plochy *s*

KRUŽNICE k (S; r) je množina všech bodů X roviny, jejichž vzdálenost od daného bodu S (středu kružnice) je konstantní a rovná se poloměru *r*. Tedy k (S; r) = {Xϵρ; |XS|=r}.
Rovnice kružnice k (S; r):

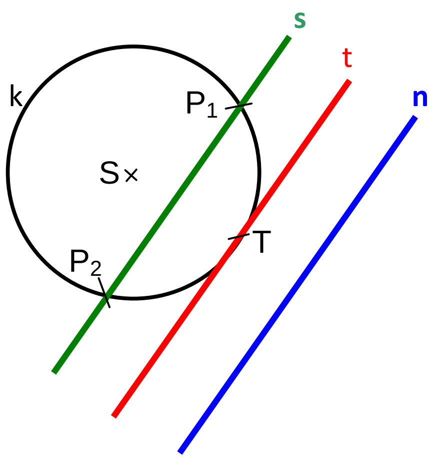


1) středová - a) S[0,0] ... k (S; r): $\boxed{x^2+y^2 = r^2}$
b) S[m,n] ... k (S; r): $\boxed{(x-m)^2 + (x-n)^2 = r^2}$

2) obecná : $x^2 - 2mx + m^2 + y^2 - 2ny + n^2 - r^2 = 0$
→ k (S; r): $\boxed{x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0}$

Vzájemná poloha bodu a kružnice:
Nechť je dána kružnice k: $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ a bod $M[x_M, y_M]$. Levou stranu rovnice kružnice označíme L(x, y). Pak platí: 1) Je-li $L(x_M, y_M) = 0$, pak $M \in k$.
2) Je-li $L(x_M, y_M) > 0$, pak M leží vně k.
3) Je-li $L(x_M, y_M) < 0$, pak M leží uvnitř kruhu s hranicí k.

Vzájemná poloha přímky a kružnice – je dána počtem společných bodů:
Řeší se tedy soustava kvadratické rovnice (kružnice) a lineární rovnice (přímky)

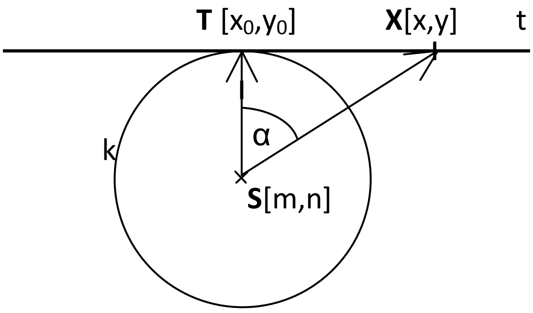


k: $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$
p: $ax + by + c = 0$
- soustava dvou rovnic o dvou neznámých

Může nastat, že soustava má:
1) 2 řešení: $k \cap p = \{P_1; P_2\}$ … $p = s$ … *sečna*
2) 1 řešení: $k \cap p = \{T\}$ … $p = t$ … *tečna*
3) 0 řešení: $k \cap p = \emptyset$ … $p = n$ … *vnější přímka*

Rovnice tečny vedené ke kružnici k (S; r) v jejím bodě T[x_0,y_0]:

t: $\boxed{(x_0-m)(x-m) + (y_0-n)(y-n) = r^2}$



t: ax + by +c = 0

$$\overrightarrow{ST} = (x_0 - m, y_0 - n)$$
$$\overrightarrow{SX} = (x - m, y - n)$$
$$|ST| = r$$
$$\cos\alpha = \frac{|ST|}{|SX|} \Rightarrow |ST| = r = |SX|.\cos\alpha$$

<u>Skalární součin (z definice) pro $\overrightarrow{SX}$ a $\overrightarrow{ST}$</u>:

$$\overrightarrow{ST} \cdot \overrightarrow{SX} = |ST| \cdot |SX| \cdot \cos\alpha = r \cdot r = r^2$$

(x_0-m, y_0-n).(x-m, y-n) = r^2

Tečna t: $(x_0-m)(x-m) + (y_0-n)(y-n) = r^2$

<u>KRUH</u>: k (S; r) = {X ϵ ρ; |XS| ≤ r}

Analytické vyjádření kruhu K (S, r):

K: $\boxed{(x-m)^2 + (x-n)^2 \leq r^2}$

nebo K: $\boxed{x^2 + y^2 + Ax + By + C \leq 0}$

<u>KULOVÁ PLOCHA</u>: k (S; r) = {X ϵ π_3; |XS| = r}

= množina všech bodů X v prostoru, jejichž vzdálenost od daného bodu S je konstantní, je rovna r > 0

k (S; r): $\boxed{(x-m)^2 + (y-n)^2 + (z-k)^2 = r^2}$, kde S[m, n, k] je střed kulové plochy

<u>KOULE</u>: k (S; r) = {X ϵ π_3; |XS| ≤ r}

= množina všech bodů X v prostoru, jejichž vzdálenost od daného středu S je menší nebo rovna r. K (S; r): $\boxed{(x-m)^2 + (x-n)^2 + (z-k)^2 \leq r^2}$

Tečná rovina v bodě T[x_0,y_0,z_0] ….. τ: $\boxed{(x_0-m)(x-m) + (y_0-n)(y-n) + (z_0-k)(z-k) = r^2}$