

1. Množiny

Teoretická část

- Co to je „množina“ a způsoby jejího zadání.
- Vztahy mezi množinami (rovnost, inkluze, disjunkce).
- Množinové operace (sjednocení, průnik, rozdíl, symetrický rozdíl, doplněk, kartézský součin).
- Číselné množiny a vztahy mezi nimi.
- Vennovy diagramy a jejich užití.

Praktická část

Základní poznatky:

1) Zapište všechny podmnožiny množiny:

a) $L = \{a\}$ b) $L = \{a, b\}$ c) $L = \{a, b, c\}$

[2^1 podmnožin, 2^2 podmnožin, 2^3 podmnožin – Proč je počet podmnožin vždy mocninou čísla 2?]

2) Do kruhu K je vepsán čtverec C . Určete graficky:

a) $K \cap C$ b) $K \cup C$ c) $K - C$ d) $C - K$ e) $K \div C$ f) C'_K



3) Zakreslete Vennův diagram a určete, kolik disjunktních oblastí obsahuje pro:

a) 1 množinu b) 2 množiny c) 3 množiny d) 4 množiny

[$2^1, 2^2, 2^3, 2^4$ – Proč je počet oblastí vždy mocninou čísla 2?]

4) Jsou dány množiny A , B a základní množina N : $A = \{4, 5\}$, $B = \{5, 6, 7\}$.

Zakreslete prvky zadaných množin do Vennova diagramu a určete:

a) $C = A \cup B$ b) $D = A \cap B$ c) $E = A - B$ d) $F = B - A$
e) $G = A'_N$ f) $H = A \div B$ g) $I = A \times B$ h) $J = B \times A$

[$C = \{4; 5; 6; 7\}$, $D = \{5\}$, $E = \{4\}$, $F = \{6; 7\}$, $G = N - \{4; 5\} = \{1; 2; 3\} \cup \{6; 7; \dots\}$, $H = \{4; 6; 7\}$, $I = \{[4; 5], [4; 6], [4; 7], [5; 5], [5; 6], [5; 7]\}$, $J = \{[5; 4], [5; 5], [6; 4], [6; 5], [7; 4], [7; 5]\}$]

Typové příklady standardní náročnosti

5) Jsou dány tři množiny:

$$A = \{x \in \mathbb{R} : |x+2| \geq 4\}, B = \{x \in \mathbb{R} : |1-x| < 3\}, C = \{x \in \mathbb{R} : -7 < x \leq -5\}.$$

Určete: a) $A \cap C$ b) $A - B$ c) A'_R d) $A'_R - (B \cup C)$

$$[(-7; -6), (-\infty; -6) \cup \langle 4; \infty \rangle; (-6; 2); (-5; -2)]$$

6) Pomocí Vennových diagramů rozhodněte, zda pro všechny podmnožiny A, B, C základní množiny U platí:

$$(A \cup B) \cap (A \cup C'_U) = A \cup (B \cap C'_U).$$

[ano]

7) (TSP 2010 – Analytické myšlení)

Ve firmě pracuje 20 překladatelů. Právě 12 překladatelů z firmy ovládá angličtinu a přesně polovina z nich ovládá kromě angličtiny také němčinu. Právě 5 překladatelů neumí ani angličtinu, ani němčinu. Kolik překladatelů ve firmě ovládá němčinu? [9]

8) Při čtvrtletní práci byly zadány 3 příklady. Třetí příklad vyřešilo 21 žáků, a každý ze zbývajících příkladů vyřešilo 23 žáků. Dva žáci nevyřešili žádný příklad, všechny tři příklady vyřešilo 7 žáků. První a druhý příklad vyřešilo 15 žáků, první a třetí příklad 12 žáků. Druhý nebo třetí příklad vyřešilo 31 žáků.

Vypočtete:

a) Kolik žáků vyřešilo druhý i třetí příklad? [13]

b) Kolik žáků vyřešilo první nebo druhý příklad? [31]

c) Kolik žáků psalo čtvrtletní práci? [36]

Rozšiřující cvičení

9) Na obrázku je zakreslen Vennův diagram pro čtyři množiny. Víme, že číslo oblasti, v níž se prvek x nachází, není prvočíslem, je menší než 15 a je dělitelné třemi. Dále víme, že $x \in E$, přičemž platí:

$$E = \{[(A - C) \cup (C - A)]'_U \cap (B - D)'_U\} \cup [(C \cap D) \cup (A \cap B)].$$

Ve které oblasti diagramu prvek x leží? [9]

