

11. Pravoúhlý trojúhelník, Pythagorova a Eukleidovy věty

Teoretická část

- Eukleidovy věty o výšce a o odvěsně.
- Pythagorova věta a její odvození pomocí Eukleidových vět
- Goniometrické funkce v pravoúhlém trojúhelníku ($\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{cotg} \alpha$)
- Užití E. v. a P. v. při konstrukci úsečky dané velikosti

Praktická část

Základní poznatky:

1) Je dán pravoúhlý trojúhelník ABC s pravým úhlem při vrcholu C a dále:

- a) $c_a = 4$ cm, $c_b = 9$ cm b) $b = 5$ cm, $c = 13$ cm

Určete početně (a výsledek ověřte graficky) prvky: a , b , c , c_a , c_b , v_c , α , β .

[a) $\sqrt{52}$ cm, $\sqrt{117}$ cm, 13 cm, 4 cm, 9 cm, 6 cm, $33^\circ 41'$, $56^\circ 19'$ b) 12 cm, 5 cm, 13 cm, $\frac{144}{13}$ cm, $\frac{25}{13}$ cm, $\frac{60}{13}$ cm, $67^\circ 23'$, $22^\circ 37'$]

2) Je dána úsečka $|AB| = a$ např. 6 cm.

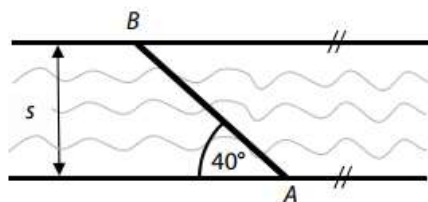
a) Rozdělte úsečku AB v poměru 2:3.

b) Sestrojte úsečku $|AX| = \frac{2}{3} |AB|$, $|AY| = \frac{4}{3} |AB|$.

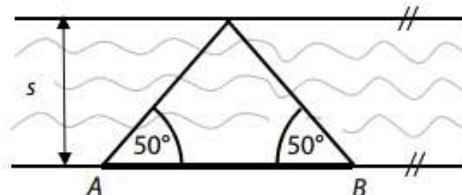
Délku úsečky a volte např. $a = 6$ cm.

3) MA – podzim 2016 V každé zobrazené situaci je šířka řeky označena písmenem s a vzdálenost AB je 50 m. K situacím na obrázcích a), b) přiřaďte odpovídající šířku řeky s , zaokrouhlenou na celé metry.

a)



b)



- A) méně než 28 m B) 30 m C) 32 m D) 34 m E) více než 36 m

[a) C, b) B]

4) Sestrojte úsečku délky $\sqrt{13}$ cm užitím:

a) Pythagorovy věty b) Eukleidovy věty o výšce c) Eukleidovy věty o odvěsně

Správnost výsledku ověřte výpočtem na kalkulačce a přeměřením.

Typové příklady standardní náročnosti

5) Je dána kružnice k (S , r) a bod M , který má od středu S kružnice k vzdálenost $|SM| = d > r$. Z bodu M vedené tečny t_1 , t_2 se dotýkají kružnice k v bodech T_1 , T_2 . Určete délku tětivy $|T_1T_2|$ a její vzdálenost od středu kružnice k .

$$\left[\frac{2r}{d} \sqrt{d^2 - r^2}, \frac{r^2}{d} \right]$$

- 6) Určete obsah obdélníku, jehož délka $a = 84$ cm, má-li jeho úhlopříčka délku o 72 cm větší než je jeho šířka. [1092 cm²]
- 7) Dvě tětivy AB a CD kružnice k (S ; 7cm), které mají délky $|AB| = 6$ cm, $|CD| = 10$ cm se protínají, kolmo v bodě T. Vypočítejte vzdálenost bodu T od středu kružnice k . [8 cm]
- 8) Jakou část zemského povrchu lze vidět z kosmické lodi letící ve výšce 250 km nad povrchem Země? [9 670 650 km²]
- 9) Sestrojte úsečku délky: a) $\sqrt{6}$ cm b) $x = \frac{a \cdot b}{c}$ (a, b, c...zadáno)
 c) $x = \frac{a}{b}$ (a, b, jednotková úsečka ...zadáno) d) $x = \frac{\sqrt{a^2 + b^2} - c}{d}$

Volte délky úseček např. $a = 8$ cm, $b = 2$ cm, $c = 4$ cm, $d = 3$ cm, jednotková úsečka má délku 1 cm. Správnost konstrukce ověřte výpočtem a přeměřením.

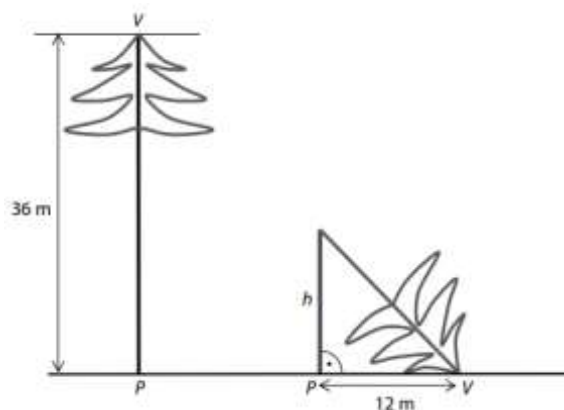
- 10) Sestrojte čtverec stejného obsahu, jako je obsah zadaného:
 a) obdélníku se stranami a, b b) trojúhelníku se stranami a, b, c

Volte délky úseček např. $a = 6$ cm, $b = 4$ cm, $c = 7$ cm. Správnost konstrukce ověřte výpočtem a přeměřením. (Zadáním stran trojúhelníku je po jeho sestavení známá také délka kterékoliv jeho výšky.)

$$[a] x = \sqrt{a \cdot b} \text{ cm} \quad b) x = \sqrt{\frac{c \cdot v_c}{2}} \text{ cm}$$

- 11) Sestrojte kružnici, která je soustředná s daným kruhem o poloměru 4 cm a dělí ho na dvě části o stejném obsahu. [$r = 2\sqrt{2}$ cm]

- 12) MA – 2017 Ve větru se zlomil 36 m vysoký strom. Vrchol zlomeného stromu se dotýká země, a to ve vzdálenosti 12 m od paty kmene stromu. (Tloušťku kmene stromu zanedbáváme.) Vypočítejte, v jaké výšce h nad zemí se strom zlomil. [$h = 16$ m]



Rozšiřující cvičení

- 13) Vypočítejte obsah rovnoramenného lichoběžníku, jehož základny mají délky $a = 22$ cm, $c = 12$ cm, je-li jeho výška o 1 cm menší než délka ramene. [204 cm²]
- 14) Je dána kružnice k (S ; 5 cm) a bod M, který má od středu S kružnice k vzdálenost $d = 10$ cm. Jakou vzdálenost od středu S má přímka p , která prochází bodem M a vytíná na kružnici k tětivu délky $n = 6$ cm? [4 cm]
- 15) Kružnice o poloměru r je opsána rovnoramenným trojúhelníkem ABC, jehož výška $v = 5r$. Vypočítejte délku základny AB tohoto trojúhelníku. [$\frac{2r\sqrt{15}}{3}$]