

21. Mocniny a odmocniny

Teoretická část

- Počítání s mocninami o stejném základu
- Počítání s odmocninami (částečné odmocňování, usměrňování, převod odmocniny na mocninu, pravidla pro počítání s odmocninami)
- Úpravy algebraických výrazů – vytýkání

Praktická část

Základní poznatky:

1. Vypočítejte:

$$a) \frac{0,0006 \cdot 3 \cdot 10^7 \cdot 0,9}{5,4 \cdot 10^{-3} \cdot 300 \cdot 10000^{0,5}}$$

$$b) \frac{(3^3 \cdot 2)^{100}}{3^{150} \cdot (3 \cdot 2^2)^{50}}$$

$$c) 729^{2/3} + 81^{3/4} + 243^{4/5}$$

$$d) 10 \cdot \sqrt[3]{5} - 7 \cdot \sqrt[3]{40} + 5 \cdot \sqrt[3]{135} - 4 \cdot \sqrt[3]{320} + 2 \cdot \sqrt[3]{625}$$

$$[a) 100, b) \text{ státní maturita 2016: } 3^{100}, c) 189, d) \sqrt[3]{5^4}]$$

Typové příklady standardní náročnosti:

2. Vypočítejte:

$$a) \frac{\left(8^{-\frac{1}{2}} \cdot 10^{\frac{1}{3}}\right)^{-3}}{\left(25^{\frac{1}{4}} \cdot 4^{\frac{1}{8}}\right)^{-2}} \cdot \frac{\sqrt{2^3 \sqrt{4}}}{\sqrt[3]{2^4 \sqrt{64}}}$$

$$b) \frac{5}{\sqrt{2}} \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt[15]{5^{-17}} \cdot 2^{-\frac{1}{30}}$$

$$[a) 16, b) \sqrt[45]{\frac{5^4}{2^{34}}}]$$

3. Upravte:

$$a) \left(\frac{4}{a}\right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{9}{a}\right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{16}{a}\right)^{-\frac{1}{2}} + \left(\frac{25}{a}\right)^{-\frac{1}{2}} - \frac{9}{20} a^{\frac{1}{2}}$$

$$b) \left[\frac{\left(a^{\frac{1}{4}} \cdot b^{-1}\right)^{-1}}{c^{-2} \cdot d^{\frac{1}{2}}}\right]^{-3} \cdot \left[\frac{a^{\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[3]{b^2} \cdot \sqrt{d^5}}{\left(\frac{3}{c^2}\right)^4}\right]^{-1}$$

$$c) \frac{\sqrt[12]{x^5 \cdot y^6} \cdot y^{-\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{3}{4}} \cdot \sqrt[3]{y \cdot x^2}}$$

$$d) \sqrt{x \cdot \sqrt[3]{y \cdot \sqrt[4]{x^3 \cdot y^3}}} : \sqrt[4]{x^3 \cdot \sqrt[3]{y \cdot \sqrt{x \cdot y}}}$$

$$\left[a) \frac{5}{6} \sqrt{a}, a > 0, b) b^{-\frac{11}{3}} \cdot d^{-1}, a > 0, b \neq 0, c > 0, d > 0, \right. \\ \left. c) \sqrt{x}, x > 0, y > 0, d) \sqrt[6]{\frac{y}{x}}, x > 0, y > 0 \right]$$

4. Dokažte, že platí:

$$a) \frac{1 - a^{-\frac{1}{2}}}{1 + a^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}}{a - 1} = \frac{2}{1 - a} \quad ; a > 0, a \neq 1;$$

$$b) \frac{a - b}{\frac{1}{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}}} - \frac{a + b}{\frac{1}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}}} = 2(ab)^{\frac{1}{3}} \quad ; a \neq b, a \neq -b;$$