

28. Kombinatorika

Teoretická část

- Kombinatorická pravidla.
- Variace bez opakování a s opakováním + permutace (bez opakování).
- Permutace s opakováním.
- Kombinace bez opakování a s opakováním.
- Vlastnosti kombinačních čísel.
- Počítání s faktoriály a s kombinačními čísly.

Praktická část

Základní poznatky:

Poznámka: Ve výsledcích příkladů 2 – 6 této části uveďte také druh kombinatorické skupiny, kterou příklad procvičuje.

- 1) MA 2017 Čtyřciferné přirozené číslo se má sestavit ze čtyř **různých** číslic. Na prvním místě má být číslice 2 a na místě desítek lichá číslice. (Daným podmínkám vyhovují např. čísla 2 430 a 2 793.) Kolik různých čísel je možné uvedeným způsobem sestavit?
a) 21 b) 240 c) 280 d) 360 e) jiný počet [C]
- 2) Je dána množina $M = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
 - a) Kolik trojčiferných čísel, v nichž se neopakují cifry, lze vytvořit z jejich prvků?
[60, variace 3. třídy z 5 prvků bez opakování]
 - b) Kolik z nich je dělitelných pěti?
[12, variace bez opakování]
 - c) Kolik pěticefurných čísel bez opakování číslic lze vytvořit z prvků množiny M ?
[120, permutace z 5 prvků (bez opakování) nebo variace 5. třídy z 5 prvků bez opakování]
- 3) Řešte úlohu č. 2 pro případ, kdy se cifry mohou opakovat.
[a) 125, variace 3. třídy z 5 prvků s opakováním
b) 25, variace s opakováním c) 3125, variace 5. třídy z 5 prvků s opakováním]
- 4) Kolik existuje osmicifurných čísel, ve kterých jsou 3 dvojky, 1 pětka a 4 šestky?
[280, 8 členné permutace s opakováním typu $P'(3,1,4)$]
- 5) Kolik existuje tříprvkových podmnožin množiny M ?
[10, kombinace 3. třídy z 5 prvků bez opakování]
- 6) Student psal v matematice během pololetí 7 písemných prací a známky na konci pololetí uspořádal od nejlepších po nejhorší, např. 1, 1, 2, 3, 3, 4, 5. Kolik různých výsledků mohl student získat?
[330, kombinace 7. třídy z 5 prvků s opakováním]
- 7) Vyjádřete jedním kombinačním číslem:
a) $\binom{17}{8} + \binom{17}{9}$ b) $\binom{3}{3} + \binom{4}{3} + \binom{5}{3} + \binom{6}{3}$ [a) $\binom{18}{9}$ b) $\binom{7}{4}$]

Typové příklady standardní náročnosti

- 8) MA 2016 Je dána rovnice s neznámou $n \in \mathbb{N}$: $\frac{80!}{9!} + \frac{80!}{10!} = \frac{n \cdot 80!}{10!}$
 Jaké je řešení rovnice? A) 11 B) 10 C) 9 D) 8 E) jiné řešení [A]
- 9) Kolik přímek je určeno 12 body, jestliže:
 a) žádné tři body neleží na přímce? b) čtyři z nich leží na přímce? [66, 61]
- 10) S připomínkami k navrhovanému zákonu chce v parlamentu vystoupit 6 poslanců A, B, C, D, E, F. Určete počet:
 a) všech možných pořadí jejich vystoupení.
 b) všech možných pořadí jejich vystoupení, v nichž vystupuje A po E.
 c) všech možných pořadí jejich vystoupení, v nichž vystupuje A ihned po E [720, 360, 120]
- 11) MA 2014 Trenér vybírá z 5 děvčat a 4 chlapců šestičlennou skupinu, v níž budou 3 dívky a 3 chlapci. Kolika způsoby lze šestičlennou skupinu za těchto podmínek sestavit?
 A) 16 B) 20 C) 40 D) 180 E) jiným počtem [C]
- 12) V sérii 12 výrobků jsou 3 vadné. Kolika způsoby lze z nich vybrat 6 výrobků, z nichž právě 2 jsou vadné? [378]
- 13) a) Z kolika prvků lze vytvořit 600 variací druhé třídy bez opakování? [25]
 b) Kolik prvků dává 55 kombinací 2. třídy bez opakování? [11]
- 14) a) Upravte a určete podmínky pro n :

$$\frac{n^2 - 9}{(n+3)!} + \frac{6}{(n+2)!} - \frac{1}{(n+1)!} \quad \left[\frac{1}{(n+2)!}, n \in \mathbb{Z}; n \geq -1 \right]$$

 b) Řešte v \mathbb{Z} : $\frac{(n+6)!}{(n+4)!} - n \cdot \frac{(n-4)!}{(n-5)!} = 5n + 80$ [5]
- 15) Řešte rovnici a nerovnici:
 a) $\binom{n-1}{n-3} + \binom{n-2}{n-4} = 9$ b) $\binom{n}{2} + \binom{n-3}{2} + \binom{n-6}{2} < 72$ [a) {5}, b) {8, 9}]

Rozšiřující cvičení

- 16) V novinovém stánku lze koupit 10 druhů pohledů, přičemž každý druh je k dispozici v 50 exemplářích. Určete, kolika způsoby lze zakoupit:
 a) 15 pohledů b) 51 pohledů c) 8 různých pohledů
 [1 307 504; $K'(51, 10) - 10$; 45]